Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

Тверская региональная общественная организация
«Ассоциация учителей и преподавателей математики
Тверской области»

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТВЕРИ И ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ

Выпуск I

Материалы
научно-практической конференции

Тверь, 18 февраля 2017 года

Часть II

ТВЕРЬ 2017

УДК 37.016(470.331)
ББК Ч406631(2Рос-4Тве)
П 27

П 27 Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области: сб. науч. тр. научно-практ. конф. (18 февраля 2017 г., г. Тверь). / в 2 ч. Ч.2 – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2017. – 192 с.
ISBN 978-5-7609-1220-6

В сборнике научно-методических трудов представлены материалы научно-практической конференции, состоявшейся 18 февраля 2017 г. в гор. Твери. Организаторами конференции выступили математический факультет Тверского государственного университета и Тверская региональная общественная организация «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области».

Издание предназначено для научных и педагогических работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов педагогических вузов и колледжей с целью использования в научной и учебной деятельности.

УДК 37.016(470.331)
ББК Ч406631(2Рос-4Тве)

Материалы издаются в авторской редакции.

ISBN 978-5-7609-1220-6

СОДЕРЖАНИЕ

Г.А. Медянова, Г.Н. Столярова
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ, СВЯЗАННЫХ С ЭЛЕМЕНТАМИ ТРИГОНОМЕТРИИ 6

Г.А. Медянова, Г.Н. Столярова
ЭЛЕМЕНТЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ НА ПЕРВОМ КУРСЕ БИОЛОГИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА 10

А.Е. Миловидов
О НЕОБХОДИМОМ КОЛИЧЕСТВЕ ТОЧЕК ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ И ЭЛЛИПСА С ПОМОЩЬЮ ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ 15

А.В. Миловидова, Г.Н. Столярова
МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ 24

И.Ш. Могилевский
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ГЕОМЕТРИИ 31

И.Н. Морозова
УСТНЫЙ СЧЕТ – СОСТАВЛЯЮЩАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ 36

К.Г. Некрасов, А.А. Некрасова
О НЕКОТОРЫХ ПРИЧИНАХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 42

К.Г. Некрасов
ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РИСУНКА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «СПЛАВЫ, СМЕСИ, РАСТВОРЫ» 49

И.Г. Одоевцева, Д.А. Кириллова
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ОЦЕНКИ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБРАЗОВАНИЯ 52

О.В. Павленко
ПРОЕКТ «МАТЕМАТИКА И ЭКОЛОГИЯ» 55

М.М. Пасечник
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКОВ ГЕОМЕТРИИ (Атанасян Л.С. и др. и Бутузов В.Ф. и др.) 62

М.С. Потапенко
РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ 66

И.М. Поташов
КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ В СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЯХ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ 73

М.Н. Рыбаков
ОБРАЗОВАНИЕ И ТВОРЧЕСТВО 79

А.А. Серов
ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНТЕРАКТИВНЫЕ ОБУЧАЮЩИЕ ТРЕНАЖЕРЫ В ПРЕПОДАВАНИИ ИНФОРМАТИКИ 83

С.Н. Сильченкова
РЕШЕНИЕ ПРОДУКТИВНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В РАМКАХ ТРЕБОВАНИЙ ФГОС 87

М.А. Слизкова, Е.В. Гаврилова
СЕТЕВЫЕ ПРОЕКТЫ КАК ОДНА ИЗ ФОРМ РАБОТЫ ПО ПРИВИТИЮ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ 92

Е.В. Соколова, Е.И. Лашкова, Л.Г. Гусева, Л.Г. Артюхина, Т.Ю. Евстигнеева, С.Г. Космачёва
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СПАРТАКИАДА КАК ФОРМА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ 98

Н.В. Старикова, В.В. Кочкова
ОБУЧЕНИЕ ПРИЁМАМ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ЗНАНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ 104

О.В. Страхова
ДИФФЕРЕНЦИРОВАННАЯ РАБОТА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ – ЗАЛОГ УСПЕХА 108

В.В. Сушкин
ВАРИАНТ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ОДНОГО ИЗ УТВЕРЖДЕНИЙ ТЕОРИИ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ 116

Е.А. Тесникова
ПРОБЛЕМНОЕ ОБУЧЕНИЕ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ 121

Н.В. Тютикова
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРАЕВЕДЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ 126

И.А. Ушакова, Н.В. Эйрих
ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВИЗУАЛИЗАЦИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ» 130

А.М.Флотков
МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ АСПИРАНТОВ (АДЪЮНКТОВ) В ЭЛЕКТРОННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ 134

О.Б. Форсова
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ОБУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ СХЕМНЫХ И ЗНАКОВЫХ МОДЕЛЕЙ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА НА УРОКАХ 137

М.В. Храмова, М.А. Чабан
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТРКМЧП НА УРОКАХ НФОРМАТИКИ ... 148

Е.Г. Царькова, О.Е. Петрова, Е.Н. Бодров
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ОБУЧЕНИЕМ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ УЧАЩЕГОСЯ ... 152

С.В. Цыпкина
МОНИТОРИНГ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ 156

Ю.В. Чемарина, А.А. Голубев, П.В. Кратович, И.А. Шаповалова
О РЕАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПЦИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ НА МАТЕМАТИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА 162

Т.Н. Чуркина
ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ СВОЙСТВ МОНОТОННОСТИ 166

А.А. Шаповалова
ПЯТЬ СПОСОБОВ ВЫВОДА ФОРМУЛЫ ДЛИНЫ БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА 172

И.А. Шаповалова
РЕЗУЛЬТАТЫ ГИА ВЫПУСКНИКОВ 9 КЛАССОВ ПО ИНФОРМАТИКЕ И ИКТ В 2016 ГОДУ 176

Г.С. Шаров
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ А.М. ШЕЛЕХОВА 180

Н.В. Шевченко, Ю.П. Штепа
ИЗ ОПЫТА ПРИМЕНЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ РОБОТОТЕХНИКИ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ...................... 183

Ю.В. Шеретов
ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ НА КАФЕДРЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА 187

УДК 372.851

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ, СВЯЗАННЫХ С ЭЛЕМЕНТАМИ ТРИГОНОМЕТРИИ

Г.А. Медянова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: g.a.medyanova@gmail.com

Г.Н. Столярова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: galina660607@mail.ru

Элементам тригонометрии в школьном курсе математики уделяется недостаточно внимания: школьная программа ограничена довольно узким кругом задач с тригонометрическими и обратными тригонометрическими функциями, хотя в КИМах Единого государственного экзамена элементы тригонометрии присутствуют, как минимум, в четырех заданиях. Анализ результатов ЕГЭ показывает, что разрыв между уровнем знаний тригонометрии и требованиями, предъявляемыми ЕГЭ, увеличивается даже у выпускников классов физико-математического профиля.

Решение задач, связанных с тригонометрическими функциями, особенно задач с параметрами, способствует формированию у учащихся таких приемов мышления, как анализ и синтез, аналогия, обобщение и конкретизация. При решении таких задач развивается умение целенаправленно варьировать способы решения познавательной проблемы: легкость перехода от одного пути решения к другому, умение находить новые способы решения проблемы при изменении задаваемых условий, умение выявлять специфические, скрытые особенности в изучаемом материале (в условии задачи, способе ее решения, результате), то есть умение выделить существенное. Изучение тригонометрических функций расширяет и углубляет круг знаний учащихся в области изучения функций, способствуя этим воспитанию и развитию у них функционального мышления и преодолению формализма в знаниях.

Тригонометрические функции содействуют осуществлению и реализации политехнического обучения вследствие того, что они сами имеют широкое применение в целом ряде других математических и смежных дисциплин: в физике, астрономии, механике, а через них – в самых различных областях техники и производства, которые, в свою очередь, дают богатый материал для составления задач конкретного и практического характера, решаемых с помощью тригонометрии.

Изучение элементов тригонометрии в школьном курсе математики не обеспечивает необходимой предварительной подготовки для изучения высшей математики и прикладных технических дисциплин в высшей школе, хотя тригонометрические функции имеют большое практическое значение и широкое применение при изучении математического анализа, теории функций комплексного переменного, дифференциальных уравнений и т.д.

Некоторые уравнения и неравенства могут быть решены с помощью оценок их левой и правой частей, осуществляемых на основе ограниченности функций. Применение метода оценок связано с умением находить наибольшее и наименьшее значение функций или их композиций на заданном множестве. При этом можно использовать следующие соотношения:

1) $|a\sin x + b\cos x| \le \sqrt{a^2+b^2}$; 2) $x+\dfrac{1}{x}\ge 2$, *при* $x>0$; 3) $x+\dfrac{1}{x}\le -2$, *при* $x<0$;

4) Если $f(x)$ на промежутке X ограничена сверху, причем на нем $\sup f(x) = A$, а функция $g(x)$ на X ограничена снизу, причем $\inf g(x) = A$, то уравнение $f(x)=g(x)$ равносильно системе уравнений: $\begin{cases} f(x)=A, \\ g(x)=A. \end{cases}$

Использование этого метода можно проиллюстрировать следующим примером: найти все значения параметра a, при которых существуют $(x; y)$, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} \max(2-3y; y+2)\le 5, \\ \sqrt{a^2+\dfrac{6}{\pi}\arccos\sqrt{1-x^2}-16-\dfrac{2}{\pi^2}\arcsin x(\pi+2\arcsin x)}\ge y^2+2ay+7 \end{cases}.$$

Решение. Решим сначала первое неравенство:

$$\max(2-3y; y+2)\le 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-3y\le 5, \\ y+2\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\ge -1, \\ y\le 3. \end{cases}$$

Обозначим

$$f(x)=a^2+\frac{6}{\pi}\arccos\sqrt{1-x^2}-16-\frac{2}{\pi^2}\arcsin x(\pi+2\arcsin x), g(y)=y^2+2ay+7.$$

Так как в неравенстве $\sqrt{f(x)}\ge g(y)$ левая часть не зависит от y, а правая от x, то условие задачи можно переформулировать так: найти все значения параметра a, при которых $\max\limits_{-1\le x\le 1}\sqrt{f(x)}\ge \min\limits_{-1\le y\le 3} g(y)$.

Найдем максимум левой части неравенства.

Известно, что $\arccos\sqrt{1-x^2}=|\arcsin x|$. Обозначим $t=\arcsin x$, $t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$

Вместо функции $f(x)$ рассмотрим функцию $h(t)=-\dfrac{4}{\pi^2}t^2-\dfrac{2}{\pi}t+\dfrac{6}{\pi}|t|$.

Нетрудно найти ее максимум: $\max\limits_{-\frac{\pi}{2}\le t\le\frac{\pi}{2}} h(t)=h(-\dfrac{\pi}{2})=3$.

Таким образом, максимум левой части равен $\sqrt{a^2-13}$.

Максимум правой части неравенства зависит от положения вершины параболы $y_в = -a$ относительно границ отрезка $[-1;3]$.

Рассмотрим 3 случая:

1) $y_в < -1 \Leftrightarrow a > 1$. Тогда $\min\limits_{-1\le y\le 1} g(y) = g(-1) = 8 - 2a$.

Следовательно, $\begin{cases} \sqrt{a^2-13} \ge 8-2a, \\ a > 1, \end{cases}$ отсюда находим $a \ge 4$.

2) $-1 \le y_в \le 3 \Leftrightarrow -3 \le a \le 1$. Но тогда $a^2 - 13 < 0$ и решений нет.

3) $y_в > 3 \Leftrightarrow a < -3$ и из этого $\min\limits_{-1\le y\le 3} g(y) = g(3) = 6a + 16$, значит, $\begin{cases} \sqrt{a^2-13} \ge 6a+16, \\ a < -3, \end{cases}$ отсюда находим $a \le -\sqrt{13}$.

Ответ: $a \in [4;+\infty) \cup (-\infty;\sqrt{13}]$.

Встречаются задачи с аналитическим выражением, геометрический образ которого имеет или ось симметрии или плоскость симметрии.

Простейший пример: $y = f(x)$, где $f(x)$ – четная функция или $F(x,y) = 0$, когда левая часть не меняется при перемене местами x и y ($y = x$ – ось симметрии графика уравнения) или при одновременной замене x на $-y$, а y на $-x$. Особенно эффективно это используется при решении задач, где присутствует требование единственности решения.

Рассмотрим на следующем примере: найти все значения параметра *a*, при которых система

$$\begin{cases} z\cos(x-y) + (2+xy)\sin(x+y) - z = 0, \\ x^2 + (y-1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a\sin^2 z)((1-a)\ln(1-xy)+1) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение. В заданной задаче идея симметрии является ключевой. Вместе с тем эта идея не лежит на поверхности, а спрятана за громоздкими конструкциями. Но, поскольку никаких упрощений выражений, входящих в систему, сделать не удается, попытаемся все же увидеть симметрию.

Выделив полные квадраты во втором уравнении, перепишем его в виде $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = a + 1$, откуда уже можно заметить, что если $(x_0; y_0; z_0)$ - решение системы, то и $(y_0; x_0; z_0)$ также является решением.

Значит, для единственности решения необходимо, чтобы $x = y$.

При этом первое уравнение системы принимает вид

$z + (2 + x^2)\sin 2x - z = 0$. Отсюда $x = k\pi/2$, где $k \in Z$.

Третье уравнение системы позволяет сделать вывод, что $xy < 1$, следовательно, $\dfrac{k^2\pi^2}{4} < 1$. Тогда $k = 0$, откуда $x = y = 0$.

С учетом полученного, второе уравнение системы приобретает вид $z^2 = a - 1$. Это уравнение имеет единственное решение только при $a = 1$.

Если $a = 1$, то из третьего уравнения системы получаем $x + y + \sin^2 z = 0$. Тогда $x + y \le 0$. Далее, подставим $a = 1$ во второе уравнение системы. Имеем $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x + y)$. Теперь легко сделать вывод, что $x = y = z = 0$ и других решений при $a = 1$ быть не может. Непосредственная проверка убеждает в том, что тройка (0; 0; 0) является решением системы. Ответ. $a = 1$

В ряде задач можно использовать периодичность функций или их композиций. Например, при каких значениях параметра a уравнение $2\cos ax - 3tg^2 x - 2 = 0$ имеет единственное решение?

Решение: $x = 0$ корень этого уравнения при любом a, следовательно, данное уравнение не должно иметь больше корней, причем, a не равно нулю, иначе корней было бы бесконечно много. Рассмотрим функции $f(x) = 2\cos ax$ и $g(x) = -3tg^2 x - 2$. Эти функции имеют основные периоды. Если функция $y = f(x) + g(x)$ будет периодической, то исходное уравнение имеет бесконечно много корней, поэтому надо потребовать, чтобы сумма $y = f(x) + g(x)$ была непериодической. Это возможно лишь тогда, когда функции f и g имеют несоизмеримые периоды. Что, в свою очередь, влечет за собой иррациональность a. Это является главным выводом. Однако, решение нельзя считать завершенным до тех пор, пока не будет установлено, сколько корней имеет исходное уравнение для иррациональных a. Перепишем данное уравнение в виде: $2\cos ax = 3tg^2 x + 2$.

Теперь левая и правая части уравнения легко оцениваются и дают равносильную систему: $\begin{cases} \cos ax = 1, \\ tgx = 0, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} ax = 2\pi k, \\ x = \pi n, k\, и\, n - целые. \end{cases}$

Если x не равен нулю, то $a = \dfrac{2k}{n}$, что противоречит выводу об иррациональности a. Таким образом, полученная система, а значит и исходное уравнение при иррациональных a не может иметь решений, отличных от нуля. *Ответ: а* – любое иррациональное число.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горнштейн П. И. Задачи с параметрами / П. И. Горнштейн, В. Б. Полонский, М.С. Якир. – 3-е изд. перераб. и доп. – М.: Илекса ; Харьков: Гимназия, 1998. – 336 с.

2. Крейнин Я. Л. Функции. Пределы. Уравнения и неравенства с параметрами: Теория и решение задач : книга для учащихся / Я. Л. Крейнин. – М.: Просвещение, 1995. – 578 с.

УДК 378.147 : 51

ЭЛЕМЕНТЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ НА ПЕРВОМ КУРСЕ БИОЛОГИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

Г.А. Медянова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: g.a.medyanova@gmail.com

Г.Н. Столярова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: galina660607@mail.ru

В последние годы существенно уменьшилось количество аудиторных часов, отводимых на лекционные и практические занятия по дисциплине «Математика» на биологическом факультете. Традиционно проводимое в начале учебного года входное тестирование первокурсников по математике показывает, что уровень их знаний не снижается.

Это радует, хотя и свидетельствует скорее о росте популярности факультета и его специальностей, нежели о тенденции в школьном образовании. Разброс в уровне знаний по математике по-прежнему велик. Это ставит перед преподавателями обычные задачи ликвидации пробелов, затрудняющих изучение вузовского курса математики. Для их решения необходим дифференцированный и даже индивидуальный подход.

Однако в условиях уменьшения аудиторных часов эти задачи значительно усложняются. Всегда актуальная проблема поиска более эффективных путей организации учебного процесса, конструирования содержания и структуры математической подготовки студентов, приобретает большую остроту. В сложившейся ситуации существенно возрастает роль самостоятельной работы студентов для понимания важности и нужности изучаемого материала. Одним из путей активизации самостоятельной работы студентов для усиления мотивации является профессиональная направленность в преподавании курса математики. Лишь тогда, когда студент видит, что изучаемый математический материал находит применение в избранной специальности, в ходе изучения смежных дисциплин биологического цикла, он заинтересован предметом. В этих условиях преподавателю необходимо показывать возможности математики для исследования биологических объектов и биологических процессов различной природы. В биологию математика по-настоящему пришла во второй половине двадцатого века, но первые попытки математически описать биологические процессы относились к моделям популяционной динамики и предпринимались еще в 13 веке. Самая первая известная модель, сформулированная в биологической постановке, – знаменитый ряд Фибоначчи, который приводит в своем труде Леонардо из Пизы. Это ряд чисел, описывающий количество пар кроликов, которые рождаются каждый месяц, если кролики начинают размножаться со второго месяца, и каждый месяц дают потомство в виде пары кроликов. Ряд представляет последовательность чисел:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 …

Примеры математических моделей в биологии

1) *Скорость поглощения кислорода опадом листьев.*

$$\lg(Y+1) = 0{,}561 - 8{,}701D \cdot 10^{-4} + 3{,}935D^2 \cdot 10^{-7} + 7{,}187B \cdot 10^{-4} + 0{,}0398T$$, где

Y – поглощение кислорода, измеренное в мкл(0,25 г)$^{-1}$ч$^{-1}$,

D – число дней, в течение которых выдерживались образцы,

B – процентное содержание влаги в образцах,

T – температура, измеренная в град. С.

Эта формула дает несмещенные оценки для скорости поглощения кислорода во всем диапазоне дней, температур и влажностей, которые наблюдались в эксперименте, со средним квадратичным отклонением в поглощении кислорода, равном $S = 0.319 \pm 0.321$.

2) *Зависимость между количеством производителей хамсы S и количеством молоди от каждого нерестившегося производителя в Азовском море* (используется в большой имитационной модели динамики рыбного стада Азовского моря): $S = \dfrac{4{,}95}{x^2} + \dfrac{27{,}78}{x} - 0{,}078$; $\sigma = 0{,}24$.

S – количество сеголеток (штуки) на каждого нерестившегося производителя, x – количество зашедших весной из Черного моря в Азовское производителей хамсы (млрд. штук), σ – среднеквадратичное отклонение.

3) *Матричные модели популяций.* Детализация возрастной структуры популяций приводит к классу моделей, впервые предложенных Лесли, (1945, 1948). Пусть ресурсы питания не ограничены. Размножение происходит в определенные моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_n$. Пусть популяция содержит n возрастных групп. Тогда в каждый фиксированный момент времени (например, t_0) популяцию можно охарактеризовать вектор-столбцом $X(t_0) = \begin{pmatrix} x_1(t_0) \\ x_2(t_0) \\ \ldots \\ x_n(t_0) \end{pmatrix}$. Вектор $X(t_1)$, характеризующий популяцию в следующий момент времени, например, через год, связан с вектором $X(t_0)$ через матрицу перехода L: $X(t_1) = LX(t_0)$. Установим вид этой матрицы. Из всех возрастных групп выделим те, которые производят потомство. Пусть их номера будут k, $k + 1$,..., $k + p$. Предположим, что за единичный промежуток времени особи i-й группы переходят в группу i+1, от групп k, $k + 1$,..., $k + p$ появляется потомство, а часть особей от каждой группы

погибает. Потомство, которое появилось за единицу времени от всех групп, поступает в группу 1.

$$x(t_1)=\sum_{i=k}^{k+p}a_i x_i(t_0)=a_k x_k(t_0)+a_{k+1}x_{k+1}(t_0)+\ldots+a_{k+p}x_{k+p}(t_0).$$

Вторая компонента получается с учетом двух процессов. Первый – переход особей, находившихся в момент t_0 в первой группе, во вторую. Второй процесс – возможная гибель части из этих особей. Поэтому вторая компонента $x_2(t_1)$ равна не всей численности $x_1(t_0)$, а только некоторой ее части $\beta_1 x_1(t_0), 0<\beta_n<1$. Аналогично получаются третья компонента $\beta_2 x_2(t_0)$, и все остальные. Предположим, что все особи, находившиеся в момент t_0 в последней возрастной группе, к моменту t_1 погибнут. Поэтому последняя компонента вектора $X(t_1)$ составляется лишь из тех особей, которые перешли из предыдущей возрастной группы. $x_n(t)=\beta_{n-1}x_{n-1}(t)$, $0<\beta_n<1$. Коэффициенты для каждой группы имеют следующий смысл: α – коэффициент рождаемости, β – коэффициент выживания. Вектор численностей возрастных групп в момент времени t_1 представим в виде:

$$X(t_1)=\begin{pmatrix}x_1(t_1)\\ x_2(t_2)\\ \ldots\\ x_n(t_2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sum^{k+p}a_i x_i(t_0)\\ \beta_1 x_1(t_0)\\ \\ \beta_{n-1}x_{n-1}(t_0)\end{pmatrix}.\quad \text{Пусть}\quad L=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & a_k & a_{k+1} & 0 & 0\\ \beta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{n-1} & 0\end{pmatrix},\ \text{тогда}$$

вектор $X(t_1)$ получается умножением вектора $X(t_0)$ на матрицу L.

По диагонали матрицы стоят нули, под диагональными элементами – коэффициенты выживания β, на первой строке стоят члены, характеризующие число особей, родившихся от соответствующих групп. Все остальные элементы матрицы равны нулю. $X(t_1)=LX(t_0)$: $X(t_2)=LX(t_1)=LLX(t_0)=L^2X(t_0)$; $X(t_k)=LX(t_{k-1})=L^kX(t_0)$.

Таким образом, зная структуру матрицы L и начальное состояние популяции – вектор-столбец $X(t_0)$, – можно прогнозировать состояние популяции в любой наперед заданный момент времени. Главное собственное число матрицы L дает скорость, с которой размножается популяция, когда ее возрастная структура стабилизировалась.

Пример популяции из трех возрастных групп

Пусть возрастная динамика популяции характеризуется матрицей:

$$\begin{pmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_2) \\ x_3(t_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 12 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, математика помогает биологам в решении целого ряда проблем, различные разделы математики активно используются в таких областях теоретической и прикладной биологии, как биогеоцентология, почвоведение, экология, генетика, биохимия, биофизика, физиология и в частных отделах зоологии, ботаники, микробиологии и т.д. Причем и биология заставляет математиков решать новые уравнения, углублять ранее разработанные теории, так как живые существа с их саморегуляцией, способностью к приспособлению, целенаправленной активностью и сложными схемами поведения трудно втиснуть в рамки общих математических законов. В последние годы студентам биологического предлагаются темы для самостоятельной работы по направлению: математика в биологии. Например, «Модель роста населения земли и предвидимое будущее цивилизации», «Моделирование микробных популяций», «Модель совместного существования двух биологических видов (модель Вольтера-Лотки)», «Популяционная динамика», «Влияние математики на клеточную и молекулярную биологии», «Симметрия в живой природе», «Математические модели физиологических явлений», «Геометрия живого», «Модель совместного существования двух биологических видов (модель Вольтера-Лотки)», «Моделирование водных экосистем» и др.). Студенты должны подобрать литературу по данной теме, разобраться в сути поставленной биологической задачи и показать математический аппарат, применяемый в ее решении. Итогом работы является реферат, оформлению которого придается большое значение и 5-10 минутная публичная его защита.

Докладчик должен обратить особое внимание на используемый математический инструментарий, подчеркнув те разделы высшей математики, которые будут использованы в учебном процессе в последующие годы обучения на факультете при изучении общенаучных и специальных дисциплин, выполнении курсовых и дипломных работ. Такое задание способствует развитию творческой активности студентов и вовлечению их в научный процесс, пробуждает интерес к математике и взаимосвязи математики с другими предметами; убеждает в важности изучаемого курса «Математика» в процессе становления будущего биолога и даже помогает студенту сделать первые шаги в науку, подталкивая к активному участию в научно-исследовательской работе по избранной специальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций / А. Д. Базыкин. – М. : Наука, 1985. – 181 с.

2. Бигон М. Экология. Особи, популяции и сообщества / М. Бигон, Дж. Харпер, К. Таусенд. – М.: Мир 1989. – Т.1. – 667 с.

3. Ризниченко Г. Ю. Математические модели биологических продукционных процессов : учебное пособие / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. – М.: Изд. МГУ, 1993. – 302 с.

УДК 372.851.4

О НЕОБХОДИМОМ КОЛИЧЕСТВЕ ТОЧЕК ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ И ЭЛЛИПСА С ПОМОЩЬЮ ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ

А.Е. Миловидов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Milovidov.AE@tversu.ru

В работе рассмотрены задачи о минимальном количестве точек окружности и эллипса, которые позволяют построить данные кривые, используя только циркуль и линейку. Под циркулем и линейкой понимаются следующие инструменты.

Определение 1. *Циркуль – инструмент для построения окружностей и перенесения размеров отрезков.*

Определение 2. *Линейка – инструмент без делений или засечек для вычерчивания прямых линий.*

Сначала рассмотрим задачу, связанную с окружностью.

Определение 3. *Окружность – геометрическое место точек плоскости, удалённых от некоторой фиксированной точки – центра окружности – на заданное расстояние, называемое радиусом окружности (рис. 1).*

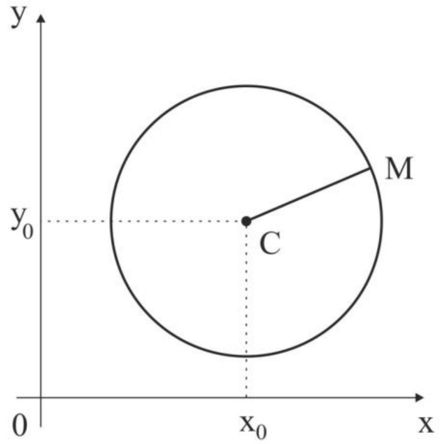


Рис. 1

Обозначим центр окружности C, а радиус окружности R. Из курса школьной геометрии известно, что в заданной декартовой системе координат XOY, в которой координаты точки C равны x_0 и y_0, т.е. $C(x_0; y_0)$, уравнение окружности принимает вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2, \quad (1)$$

где $M(x; y)$ – произвольная точка окружности.

Найдём количество точек на окружности, с помощью которых можно однозначно восстановить эту окружность, т.е. определить положение центра окружности и её радиус. Для решения этой задачи будем перебирать необходимое количество точек, начиная с наименьшего.

Через одну точку проходит бесконечно много окружностей (рис. 2).

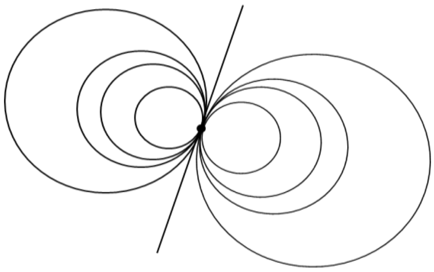


Рис. 2

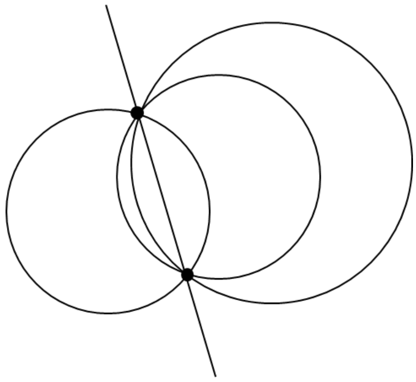


Рис. 3

Две точки также однозначно не определяют искомую окружность, что иллюстрирует рисунок 3.

Перейдём к рассмотрению случая трёх точек, лежащих на окружности. Пусть в ранее введенной системе координат XOY первая точка имеет координаты $(x_1; y_1)$, вторая точка – $(x_2; y_2)$, третья точка – $(x_3; y_3)$. Используя уравнение окружности (1), составим систему, состоящую из трех уравнений, где неизвестными являются x_0, y_0и R:

$$\begin{cases} (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = R^2, \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = R^2, \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = R^2. \end{cases}$$

Вычтем первое уравнение из второго и третьего, преобразуем получившиеся эквивалентные равенства, раскрыв скобки, и перенесем слагаемые, которые не содержат неизвестных, в правую часть

$$\begin{cases} (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = R^2, \\ (x_2 - x_1)x_0 + (y_2 - y_1)y_0 = \dfrac{({x_2}^2 + {y_2}^2) - ({x_1}^2 + {y_1}^2)}{2}, \\ (x_3 - x_1)x_0 + (y_3 - y_1)y_0 = \dfrac{({x_3}^2 + {y_3}^2) - ({x_1}^2 + {y_1}^2)}{2}. \end{cases}$$

Умножив второе уравнение на $(x_3 - x_1)$ и третье на $(x_2 - x_1)$, вычтем одно из другого, тем самым исключив неизвестное x_0.

$$[(y_3 - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)]y_0 = \left(\frac{({x_3}^2 + {y_3}^2) - ({x_1}^2 + {y_1}^2)}{2}\right)(x_2 - x_1) -$$
$$- \left(\frac{({x_2}^2 + {y_2}^2) - ({x_1}^2 + {y_1}^2)}{2}\right)(x_3 - x_1).$$

Выражение в левой части, стоящее в квадратных скобках, не обращается в ноль, т.к. три точки по условию не могут лежать на одной прямой. Разделив левую и правую часть получившегося равенства на этот множитель, найдем соотношение, связывающее y_0 и координаты известных трех точек, лежащих на окружности. После всех преобразований это соотношение запишется в следующем виде

$$y_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_2^2 + y_2^2 & x_3^2 + y_3^2 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}}, \qquad (2)$$

где выражения в числителе и знаменателе являются определителями третьего порядка, которые вычисляются по правилу.

Рассуждая аналогично, исключая из рассмотрения переменную y_0, найдём выражение для первой координаты центра окружности

$$x_0 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_2^2 + y_2^2 & x_3^2 + y_3^2 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}}. \qquad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в любое уравнение исходной системы, можно найти радиус R, но упростить получившееся соотношение достаточно трудно. Для нахождения радиуса R удобно использовать вспомогательные факты, которые общеизвестны.

Теорема 1: *Площадь треугольника, вписанного в окружность радиуса R, равна*

$$S = \frac{abc}{4R}, \qquad (4)$$

где a, b, c – длины сторон этого треугольника.

Теорема 2: *Каковы бы ни были три точки $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$, не лежащие на одной прямой, площадь ΔABC определяется формулой*

$$S = \pm\frac{1}{2}\big((x_2 - x_1) * (y_3 - y_1) - (y_2 - y_1) * (x_3 - x_1)\big). \qquad (5)$$

Знак «+» берётся в том случае, если кратчайший поворот от AB к AC осуществляется против часовой стрелки, а знак «–» в противном случае.

Заметим, что формулу (5) можно переписать в более компактном виде

$$S = \pm\tfrac{1}{2}\big((x_2 - x_1) * (y_3 - y_1) - (y_2 - y_1) * (x_3 - x_1)\big) =$$

$$= \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}.$$

Это соотношение с точностью до знака является знаменателем дробей (2) и (3), т.к. точки лежат на окружности, то соединив их прямыми, получим треугольник, вписанный в окружность, площадь которого больше нуля, а значит знаменатели дробей (2) и (3) не обращаются в ноль.

Используя соотношения (4) и (5), найдём радиус R

$$R^2 = \frac{a^2 b^2 c^2}{2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}^2}, \qquad (6)$$

где a, b, c – длины сторон треугольника с вершинами в точках с координатами $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, $(x_3; y_3)$. Без ограничения общности можно считать, что

$$a^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2,$$
$$b^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2, \qquad (7)$$
$$c^2 = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2.$$

Формулы (2), (3), (6), (7) позволяют сделать вывод, что, зная координаты любых трёх точек, лежащих на окружности, можно найти центр этой окружности и радиус, т.е. однозначно восстановить эту окружность.

Покажем, что с помощью циркуля и линейки можно по трем любым точкам, не лежащим на одной прямой, построить окружность.

Пусть даны три точки, не лежащие на одной прямой. Обозначим их A, B, C (рис. 4).

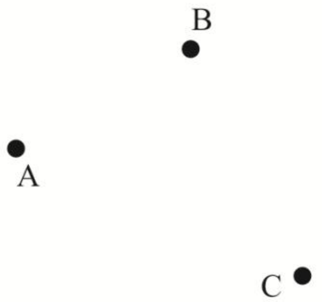


Рис. 4

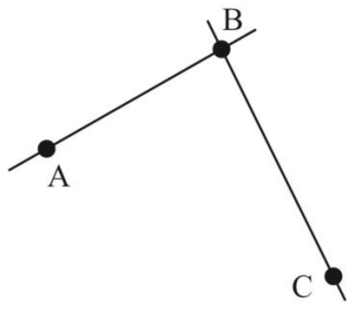


Рис. 5

Проведем через них две прямые как оказано на рисунке 7. На каждом из получившихся отрезков с помощью циркуля и линейки построим серединный перпендикуляр. Точка O – точка пересечения серединных перпендикуляров. Проведем прямые через O и каждую из точек A, B, C (рис. 6). Покажем, что O – центр искомой окружности. По построению ΔAOB и ΔBOC равнобедренные, следовательно, $AO = OB$, $OB = OC$. Поэтому $AO = OB = OC$. Точка O равноудалена от точек A, B, C, а значит, является центром окружности, на которой лежат эти три точки (рис. 7).

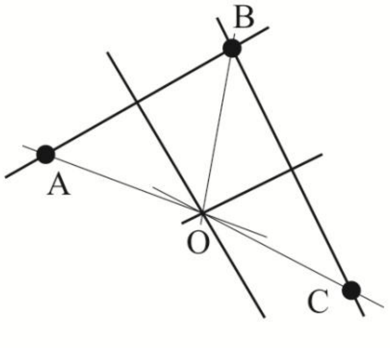


Рис. 6

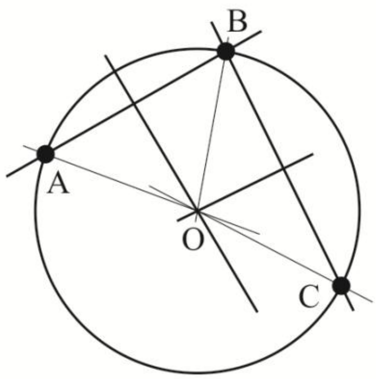


Рис. 7

Перейдём теперь к рассмотрению эллипса.

Определение 4. *Эллипс – геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.*

Выберем декартову систему координат XOY, таким образом, чтобы фокусы эллипса лежали на оси абсцисс симметрично относительно начала координат. Обозначим фокусы F_1 и F_2, а расстояние от каждой из этих точек до начала координат c. Тогда $F_1(-c;0)$ и $F_2(c;0)$. Пусть $M(x;y)$ – произвольная точка эллипса (рис. 8).

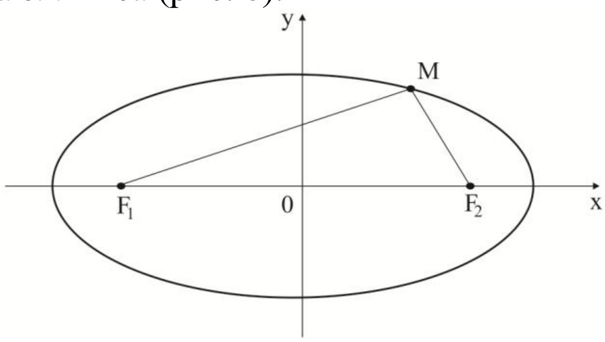


Рис. 8

Уравнение эллипса в этом случае имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \qquad (8)$$

где $b^2=a^2-c^2, b>0$. Оно называется каноническим уравнением эллипса. Параметры a и b называются полуосями эллипса. Точка O – центр эллипса.

Найдём количество точек, необходимых для того, чтобы однозначно определить эллипс, заданный выражением (8), т.е. эллипс, для которого кроме точек указаны две взаимно перпендикулярные прямые, на которых лежат полуоси эллипса, а точка их пересечения – центр эллипса.

Также, как и для окружности, будем перебирать количество точек, начиная с минимального.

Через одну точку можно провести не менее двух эллипсов, удовлетворяющих условию (рис. 9).

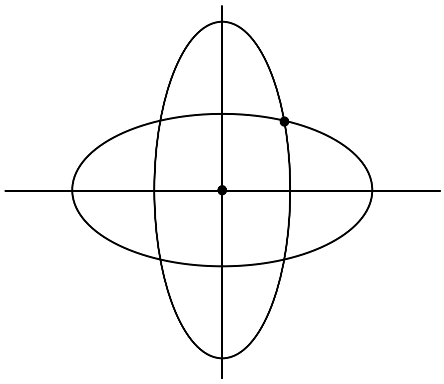


Рис. 9

Перейдем к рассмотрению случая, когда известны две точки, принадлежащие эллипсу (8). Обозначим эти точки $M(x_1;y_1)$ и $N(x_2;y_2)$. Подставим их координаты в соотношение (8), получив систему, состоящую из двух уравнений.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a^2} * x_1^2 + \dfrac{1}{b^2} * y_1^2 = 1, \\ \dfrac{1}{a^2} * x_2^2 + \dfrac{1}{b^2} * y_2^2 = 1. \end{cases}$$

Неизвестными в этой системе являются параметры $a > 0$ и $b > 0$. Выражая из первого уравнения одно из неизвестных и подставляя во второе, найдём решение

$$a^2 = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 & y_1^2 \\ x_2^2 & y_2^2 \end{vmatrix}}{y_2^2 - y_1^2}, b^2 = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 & y_1^2 \\ x_2^2 & y_2^2 \end{vmatrix}}{x_1^2 - x_2^2}. \qquad (9)$$

Из вида соотношений (9) следует, что точки M и N не должны лежать на прямых параллельных осям эллипса. В противном случае, один из знаменателей в выражениях (9) обратится в ноль.

Таким образом, по координатам двух точек, которые не лежат на прямых, параллельных осям эллипса, мы можем однозначно восстановить уравнение эллипса (8).

Покажем, что с помощью циркуля и линейки по двум точкам, не лежащим на прямых параллельных осям эллипса, можно построить сам эллипс, т.е. построить любую точку, лежащую на этом эллипсе.

Прежде всего, покажем, что, зная полуоси эллипса a и b, можно построить эллипс, используя циркуль и линейку. Для этого проведем две окружности с центрами в начале координат O и радиусами a и b, для определенности $a > b$. Из центра O проведём луч под углом t к оси абсцисс (рис. 10).

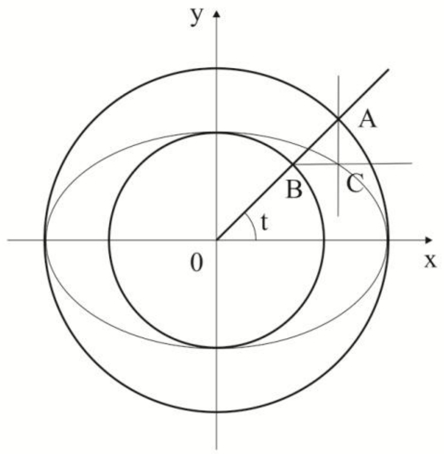


Рис. 10

Данный луч пересекает окружность радиуса b в точке B, а окружность радиуса a в точке A. Во введённых обозначениях точка B имеет координаты $(b * \cos t;\ b * \sin t)$, точка $A(a * \cos t;\ a * \sin t)$. Из точки B проведём прямую параллельную оси абсцисс, а из точки A – параллельную оси ординат. Обозначим точку пересечения этих прямых $C(a * \cos t;\ b * \sin t$. Координаты точки C удовлетворяют уравнению (8), т.е. точка C лежит на эллипсе. Меняя угол t, получим любую другую точку эллипса.

Вернёмся к поставленной выше задаче. Пусть даны две взаимно перпендикулярные прямые, на которых лежат оси эллипса, точка их пересечения O – центр эллипса и две точки M и N, не лежащие на прямых параллельных двум исходным (рис. 11). Из точек M и N опустим перпендикуляры на данные прямые (рис. 12). Найдем $d_x = \sqrt{{ON_x}^2 - {OM_x}^2}$ и $d_y = \sqrt{{OM_y}^2 - {ON_y}^2}$ (рис. 13), используя теорему Пифагора. В координатном виде это соответствует вычислению $\sqrt{|x_1^2 - x_2^2|}$ и $\sqrt{|y_2^2 - y_1^2|}$.

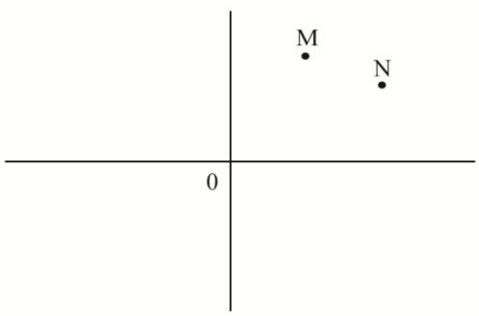


Рис. 11

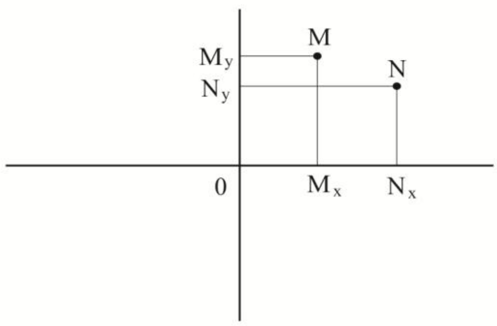


Рис. 12

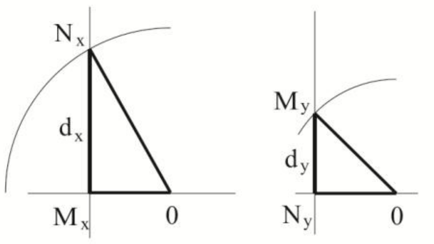


Рис. 13

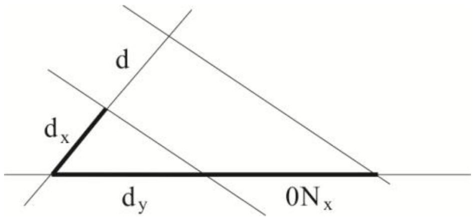


Рис. 14

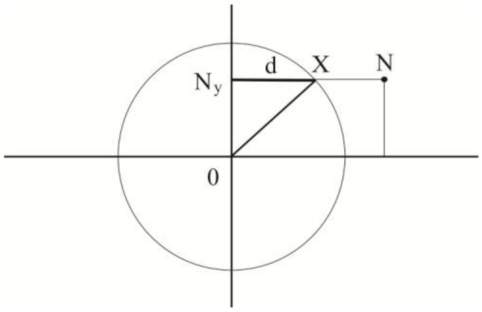


Рис. 15

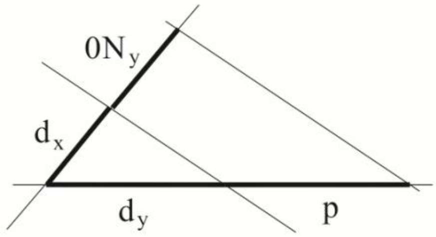


Рис. 16

Построим отрезок длиной d так, чтобы $d{:}\, ON_x = d_y{:}\, d_x$ (рис. 14). В координатах это означает, что произведена замена координат

$$x' = \frac{b}{a}x, \quad y' = y.$$

В этих координатах уравнение (8) имеет вид $x'^2 + y^2 = b^2$ и представляет собой уравнение окружности радиуса b.

На отрезке N_yN отложим отрезок N_yX длиной d. Длина отрезка OX, как показано выше, равна b. Проведем окружность с центром в точке O радиуса OX (рис. 15).

Чтобы построить окружность с центром в точке O радиуса a, начертим отрезок длиной p так, чтобы $p{:}\, ON_y = d_x{:}\, d_y$ (рис. 16). Это означает, что произведена замена координат $x' = x, \quad y' = \frac{a}{b}y$.

В этих новых координатах уравнение (8) имеет вид $x^2 + y'^2 = a^2$ и представляет собой уравнение окружности радиуса a.

По отрезку N_xN отложим отрезок N_xY длиной p. Длина отрезка OY равна a. Проведем окружность с центром в точке O радиуса OY (рис. 17).

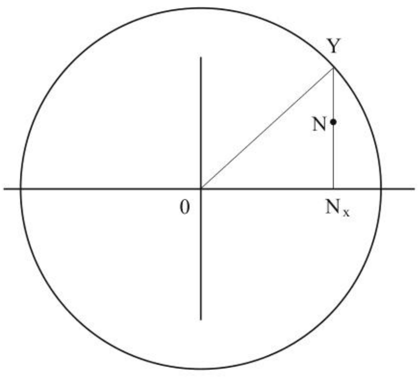


Рис. 17

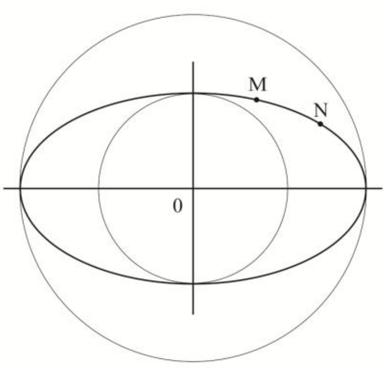


Рис. 18

Таким образом, найдены полуоси эллипса a и b, по которым, как уже показано выше, можно построить сам эллипс (рис. 18).

В самом общем случае, когда не определены прямые, на которых лежат оси эллипса, для построения эллипса необходимо пять точек. Доказательство данного факта опирается на элементы проективной геометрии. Покажем, как можно построить эллипс по пяти точкам.

Пусть даны пять точек $A, B, C, D, E,$ лежащих на эллипсе (рис. 19). Построим прямые AC, AE, BD, BE. Через точку D проведём произвольную прямую d (рис. 20). Обозначим точку пересечения прямых AC и BD – X, а точку пересечения прямых AE и d – Y. Проведем прямую XY, обозначив точку пересечения прямых XY и BE – M (рис. 21). Проведем прямую CM до пересечения с прямой d, точка их пересечения – F будет лежать на искомом эллипсе (рис. 22).

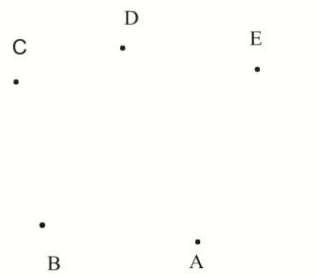


Рис. 19

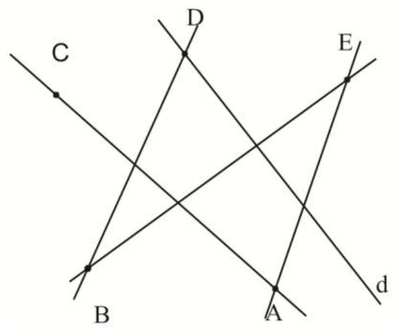


Рис. 20

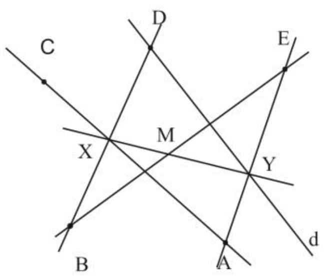


Рис. 21

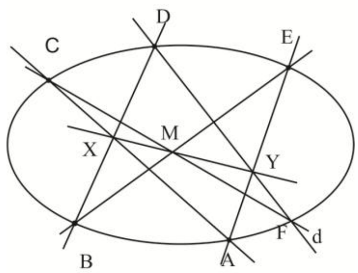


Рис. 22

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильин В. А. Аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М.: Наука, Физматлит, 1999. – 224 с.

2. Энциклопедический словарь юного математика / сост. А. П. Савин. – М.: Педагогика, 1985. – 352 с.

3. Четверухин Н. Ф. Проективная геометрия / Н. Ф. Четверухин. – М.: Учпедгиз, 1961. – 360 с.

4. Математическая энциклопедия : в 5 т. Т. 1-5 / гл. ред. И. М. Виноградов. – М.: Советская энциклопедия, 1977-1985.

УДК 372.851

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.В. Миловидова
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №4, Нелидово
E-mail: milovidova66@mail.ru

Г.Н. Столярова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: galina660607@mail.ru

Значительное место в школьном курсе математики уделено содержательно-методической линии уравнений и неравенств. Значимость уравнений определяется как теоретико-математической направленностью (здесь уравнения выступают как самостоятельный объект для изучения), так и с точки зрения развития научного мировоззрения учащихся (здесь на первый план выходит применение уравнений к решению ряда задач самой математики, а также к анализу явлений реального мира). Одним из сложных разделов алгебры, изучаемых в школе, являются иррациональные уравнения и неравенства, так как им уделяют недостаточно внимания. Однако, задачи по теме «Иррациональные уравнения и неравенства» встречаются в материалах единого государственного экзамена.

При обучении учащихся решению определенного класса уравнений или неравенств следует выделять общий прием решения, который можно представить следующими этапами:

1. Определить вид уравнения, неравенства.
2. Определить стандартное оно или нет.
3. Если стандартное, то решить в соответствии с известным правилом, алгоритмом.
4. Если нестандартное, то выяснить, какие преобразования необходимо выполнить, чтобы свести его к стандартному, либо перейти к использованию искусственных приемов решения.
5. Выполнить эти преобразования.
6. Сделать проверку в уравнении и записать ответ.

Как правило, наибольшие затруднения у учащихся вызывает четвертый этап, это связано с тем, что нахождение решения произвольного уравнения или неравенства не алгоритмизировано и требует от учащихся проявления творчества. Необходимо учащимся дать знания о тех преобразованиях, которые применяются для решения уравнений и неравенств.

Рассмотрим методические аспекты, связанные с методикой обучения учащихся решению иррациональных уравнений.

Сценарий урока по алгебре в 11классе

Предварительная подготовка к уроку: учащиеся должны уметь решать иррациональные уравнения различными способами.

За три недели до данного занятия учащиеся получают домашнее задание №1: решить различные иррациональные уравнения. (Учащиеся самостоятельно находят по 6 различных иррациональных уравнений и решают их в парах.)

За одну неделю до данного занятия учащиеся получают домашнее задание №2, которое выполняют индивидуально.

1. Решить уравнение различными способами.
2. Оценить достоинства и недостатки каждого способа.
3. Оформить запись выводов в виде таблицы.

№ п/п	Способ	Достоинства	Недостатки

Цели урока:

Образовательная: обобщение знаний учащихся по данной теме, демонстрация различных методов решения иррациональных уравнений, умения учащихся подходить к решению уравнений с исследовательских позиций.

Развивающая: развитие логического мышления, алгоритмической культуры, навыков самообразования, самоорганизации, работы в парах при выполнении домашнего задания, умений анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы.

Воспитательная: воспитание самостоятельности, умения выслушивать других и общаться в группах, повышение интереса к предмету.

Оборудование: компьютер, проектор, интерактивная доска, таблица «Правила решения иррациональных уравнений», карточки.

Тип урока: урок-семинар (работа в группах по 3-4 человека, в каждой группе обязательно есть сильные ученики).

Ход урока

1. Организационный момент

Исторические факты об иррациональных величинах

А известно ли вам, что в переводе с латыни такое слово, как «иррациональный» звучит, как «неразумный». Но еще интересен тот факт, что параллельно с термином «неразумный» или «иррациональный» математики средневековья иррациональные числа еще нарекали термином «surdus», что в переводе звучало, как «глухой» и «немой». Складывается такое впечатление, что ученые не сильно жаловали иррациональные числа, считая их чем-то «неразумным», что нельзя ни высказать, ни выслушать.

Но, если поначалу математики Древнего мира практически отказывались воспринимать иррациональные числа, то со временем начали проявлять пристальное внимание к таким объектам математики.

В период бурного развития математических наук и астрономии математики Индии, Ближнего и Среднего Востока длительное время отвергали иррациональные числа, хотя практически не могли обходиться без иррациональных величин.

А знаете ли вы, откуда появилось такое современное обозначение квадратного корня? Оказывается, начиная с тринадцатого века, длились эволюционные изменения знака радикала. Впервые название квадратному корню дали итальянские математики от латинского слова Radix, что в переводе обозначало корень, а его сокращенным вариантом была буква R.

(Сообщение темы и целей урока)

II. Презентация исследовательской работы «Методы решения иррациональных уравнений»

(Работу представляет учащийся, который ее проводил.)

III. Анализ методов решения домашнего задания

По одному учащемуся от каждой группы записывают на доске предложенные ими способы решения. Каждая группа анализирует один из способов решения, оценивает достоинства и недостатки, делает выводы. Учащиеся групп дополняют, если это необходимо. Оценивается анализ и выводы группы. Ответы должны быть четкими и полными.

Первый способ: переход к смешанной системе

(возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень с последующей проверкой.)

$$\sqrt[2n]{f(x)} = g(x) \iff \begin{cases} f(x) = g^{2n}(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$.

Решение. ОДЗ уравнения определяется системой неравенств

$$\begin{cases} 3x+7 \geq 0, \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \iff x \geq -1$$

Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{3x+7} + \sqrt{x+1}\right)^2 = 2^2$$

$$3x + 7 + 2\sqrt{(3x+7)(x+1)} + x + 1 = 4 \iff 2x + 2 = \sqrt{3x^2 + 10x + 7} \iff$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 8x + 4 = 3x^2 + 10x + 7 \\ x \geq -1 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0, \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Уравнение имеет корни x=-1 и x=3, которые удовлетворяют условию $x \geq -1$. Ответ: –1; 3.

Второй способ: умножение на сопряженное выражение

Решение основано на применении формулы

$$\left(\sqrt{f(x)-g(x)}\right)\left(\sqrt{f(x)+g(x)}\right)=f(x)-g(x)$$

Пример 2. Решить уравнение $\sqrt{5\mathrm{x}+7}-\sqrt{x+4}=4x+3$.

Решение. Умножая обе части уравнения на сопряженное выражение, получим уравнение

$$5x+7-x-4=(4x+3)\left(\sqrt{5x+7}-\sqrt{x+4}\right)$$

$$<=> \quad (4x+3)\left(1-\left(\sqrt{5x+7}-\sqrt{x+4}\right)\right)=0 \quad <=>$$

$$\begin{cases} \mathrm{x}=-\dfrac{3}{4} \\ \sqrt{5x+7}+\sqrt{x+4}=1 \end{cases},$$

Для решения уравнения $\sqrt{5x+7}+\sqrt{x+4}=1$ используем рассмотренные раньше методы.

Пусть $t=\sqrt{x+4}$, тогда $x=t^2-4$. Получим уравнение

$\sqrt{5t^2-13}=1-t \quad <=> \quad \begin{cases} 5t^2-13=(1-t)^2, \\ 1-t\geq 0 \end{cases} \quad <=>$

$\begin{cases} 2t^2+t-7=0, \\ t\leq 1 \end{cases} \quad <=> \quad t=\frac{-1-\sqrt{57}}{4}$. Тогда $x=\left(\frac{-1-\sqrt{57}}{4}\right)^2-4=\frac{\sqrt{57}-3}{8}$.

Ответ: $-\frac{3}{4}$; $\frac{\sqrt{57}-3}{8}$

Третий способ: метод введения вспомогательных переменных

Этот метод позволяет свести иррациональное уравнение к системе рациональных уравнений.

Пример 3. Решить уравнение $\sqrt[3]{x-2}+\sqrt{x+1}=3$.

Решение. Положим u=$\sqrt[3]{x-2}$, $v=\sqrt{x+1}$. Тогда u+v=3. Найдем еще одно уравнение, связывающее u и v: $u^3=x-2$, $v^2=x+1$, *то* $v^2-u^3=3$. Тогда получает систему

$$\begin{cases} u+v=3, \\ v^2-u^3=3 \end{cases} \quad <=> \quad \begin{cases} v=3-u, \\ u^3-u^2+6u-6=0. \end{cases}$$

Решим второе уравнение системы, записав его в виде $u^2(u-1)+6(u-1)=0$.

Получим u=1, значит, x=3.

Ответ: 3.

Четвертый способ: использование монотонности функций, входящих в уравнение (*«Метод пристального взгляда»*)

Этот метод основан на следующем теоретическом положении: “Если функция y=f(x) возрастает в области определения и число a входит в множество значений, то уравнение $f(x)=a$ имеет единственное решение.”

Для реализации метода, основанного на этом утверждении требуется:

a) Выделить функцию, которая фигурирует в уравнении.

b) Записать область определения данной функции.

c) Доказать ее монотонность в области определения.

d) Угадать корень уравнения.

e) Обосновать, что других корней нет.

f) Записать ответ.

Пример 4 . Решить уравнение$\sqrt{x+3}+\sqrt{x+8}=5$

Решение. Рассмотрим функцию у $=\sqrt{x+3}+\sqrt{x+8}$.

Найдем область определения данной функции:

$$\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x+8 \geq 0 \end{cases} <=> \quad x \geq -3.$$

Данная функция является монотонно возрастающей.

Для $x \in$ [–3;∞) эта функция будет принимать наименьшее значение при x = –3, а далее только возрастать. $f(-3)=\sqrt{5} \approx 2{,}23$. Число 5 принадлежит области значения, следовательно, согласно утверждению x = 1. Проверкой убеждаемся, что это действительно корень уравнения. Ответ: 1.

Пятый метод: функционально-графический

Пример 5. Решить уравнение $\sqrt{2x-3}+\sqrt{4x+1}=4$.

Решение. Рассмотрим функции $f(x)=\sqrt{2x-1}$ и $g(x)=4-\sqrt{4x+1}$.

1. Функция $f(x)=\sqrt{2x-3}=(2x-3)^{\frac{1}{2}}$ - степенная; является возрастающей, т.к. показатель степени – положительное (не целое) число.

Найдем область определения функции D(f): 2*x*-3≥0 <=> *x*≥ 1,5. $D(f)=[1{,}5;\ +\infty)$.

Составим таблицу значений *x* и *f*(*x*).

x	1,5	2	3,5	6
f(*x*)	0	1	2	3

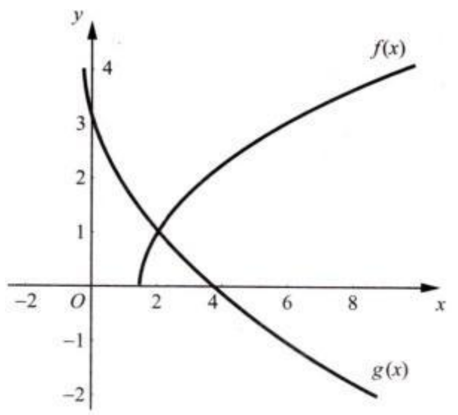
2. Функция $g(x)=4-\sqrt{4x+1}=4-(4x+1)^{\frac{1}{2}}$ - степенная; является убывающей.

Найдем область определения функции *D*(*g*): 4*x*+1≥0 <=> *x* ≥ – 0,25. *D*(*g*)=$[-0{,}25;\ +\infty)$.

Составим таблицу значений *x* и $g(x)$.

x	$-\frac{1}{4}$	0	2	6
g(*x*)	4	3	1	-1

Построим данные графики функций в одной системе координат.



Графики функций пересекаются в точке с абсциссой $x = 2$.

Т.к. функция $f(x)$ возрастает, а функция $g(x)$ убывает, то решение уравнения будет только одно.

Ответ: 2.

Шестой метод: выделение полных квадратов

При решении некоторых иррациональных уравнений используется формула $\sqrt{a^2} = |a|$.

Пример 6. Решить уравнение

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$$

Решение. Преобразуем уравнение следующим образом:

$$\sqrt{x-1-4\sqrt{x-1}+4} + \sqrt{x-1-6\sqrt{x-1}+9} = 1,$$

или $\left|\sqrt{x-1}-2\right| + \left|\sqrt{x-1}-3\right| = 1.$

Обозначим $y = \sqrt{x-1},\ y \geq 0$ и решим полученное уравнение методом интервалов.

$$|y-2| + |y-3| = 1$$

Рассматривая отдельно случаи $y < 2,\ 2 \leq y < 3, y \geq 3$, находим, что решениями последнего уравнения являются $2 \leq y \leq 3$.

Возвращаясь к переменной x , получаем $2 \leq \sqrt{x-1} \leq 3$,

$$4 \leq x-1 \leq 9,$$

$$5 \leq x \leq 10$$

Ответ: $5 \leq x \leq 10$.

Итак, ребята, для каждого иррационального уравнения необходимо выбирать наиболее удобный способ решения: понятный, доступный, логически и грамотно оформленный. Поднимите руку, кто из вас при решении этого уравнения отдал бы предпочтение:

1) методу возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень с проверкой;

2) методу равносильных преобразований;

3) функционально-графическому методу;

4) методу введения новой переменной.

IV. Практическая часть

Работа в группах. Каждая группа учащихся получает карточку с уравнением и решает ее в тетрадях. В это время по одному представителю от группы решают пример на доске. Учащиеся каждой группы решают тот же пример, что и член их группы, и следят за правильностью выполнения задания на доске. Если отвечающий у доски допускает ошибки, то тот, кто их замечает, поднимает руку и помогает исправить. В ходе занятия каждый учащийся помимо примера, решаемого его группой, должен записать в тетрадь и другие, предложенные группам, и решить их дома.

Группа 1. $\sqrt{x+1}-\sqrt{9-x}=\sqrt{2x-12}$.

Группа 2. $\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1$.

Группа 3. $\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1}$.

Группа 4. $2\sqrt{x^2-3x+11}-\sqrt{x^2-3x+3}=5$.

Группа 5. $\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}+\sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}}=5$.

V. Самостоятельная работа

В группах сначала идет обсуждение, а затем учащиеся приступают к выполнению задания. Проверка проводится учащимися с решением, подготовленным преподавателем, выведенным на экран.

VI. Подведение итогов урока

Теперь вы знаете, что решение иррациональных уравнений требует от вас хороших теоретических знаний, умения применять их на практике, внимания, трудолюбия, сообразительности.

Домашнее задание

Решить уравнения, предложенные группам в ходе занятия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокофьев А. А. Математика. Задачи и решения / А. А.Прокофьев, И. Б.Кожухов. – Москва : Махаон, 2006. – 304 с.

2. Шахмейстер А. Х. Иррациональные уравнения и неравенства /А. Х. Шахмейстер. – Москва : МЦНМО, 2011. – 216 с.

3. Олехник С. Н. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения : справочник / С. Н.Олехник, М. К.Потапов, П. И.Пасиченко. – Москва : Факториал, 1997. – 219 с.

УДК 372.851.4

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

И.Ш. Могилевский
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Ilia.Mogilevski@gmail.com

В настоящей работе анализируется опыт автора по решению стереометрических задач с учениками выпускных классов нескольких тверских школ. Приводятся решения нескольких типичных задач из сборника [1] с комментариями о затруднениях, возникавших у учеников, и о моих попытках указанные затруднения преодолеть.

Для начала несколько общих замечаний. Не все базовые сведения из геометрии известны школьникам. К таковым относятся: формулы объемов пирамид, конуса и шара, теоремы синусов и косинусов, понятие расстояния от точки до плоскости, понятие угла между прямой и плоскостью. Многие ученики считают, что нет необходимости доказывать или хотя бы обосновывать высказываемые при решении задач предположения. Недостаточно развито умение анализировать задачу и намечать путь ее решения. Важная специфическая проблема – неразвитое геометрическое воображение. И, наконец, один из важнейших недостатков – неумение и нежелание записать решение задачи на русском языке.

Обратимся теперь к конкретным задачам.

1. В правильной четырехугольной пирамиде площадь боковой поверхности равна $16\sqrt{2}$, а площадь основания равна 4. Найдите высоту пирамиды.

Решение (прямой шрифт) и *комментарии* (курсив). *Не всем точно известно, что такое правильная пирамида и что основанием высоты пирамиды является центр правильного многоугольника, лежащего в ее основании.*

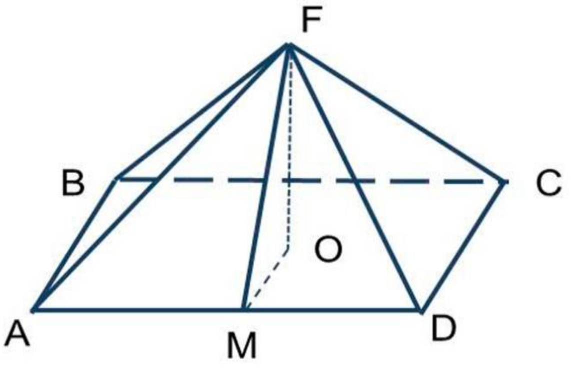


Рис. 1

Обозначим через *ABCD* квадрат, лежащий в основании пирамиды, через *F* – вершину пирамиды, через *O* – центр квадрата *ABCD* (рис.1).

Тогда *FO* – высота пирамиды, которую надо найти. Боковыми гранями пирамиды являются четыре равных друг другу равнобедренных треугольника. Обозначим через S_1 площадь одного из этих треугольников, а через S заданную в условии площадь боковой поверхности пирамиды. Имеем $S = 16\sqrt{2} = 4S_1 \Rightarrow S_1 = 4\sqrt{2}$. Выведем теперь соотношение между найденной величиной S_1 и искомой высотой пирамиды *FO*. *На этом этапе возникают затруднения, связанные с необходимостью что-то придумать самостоятельно, а не действовать по жесткому алгоритму.* Обозначим через *M* середину стороны *AD* и рассмотрим треугольник *FOM*. *OM* есть медиана в равнобедренном треугольнике *AOD*, значит *OM* является и высотой этого треугольника. Так как *ABCD* – квадрат, то *OM* параллельна *CD* и $OM = \frac{1}{2}CD$. Прямая *OM* лежит в плоскости *ABCD* и проходит через основание перпендикуляра к этой плоскости *FO*. Поэтому *OM* перпендикулярна *FO* и, следовательно, треугольник *FOM* прямоугольный. *Очень немногие ученики сочли необходимым обосновывать прямоугольность треугольника FOM.* Запишем для этого треугольника теорему Пифагора, $FM^2 = OM^2 + FO^2$ и выразим искомую величину *FO*. $FO = \sqrt{FM^2 - OM^2}$. Обратимся теперь к боковой грани пирамиды – треугольнику *FAD*. Это равнобедренный треугольник, в котором *FM* является медианой, а значит и высотой. Поэтому для площади S_1 треугольника *FAD* верно соотношение $S_1 = \frac{1}{2}AD \cdot FM$. По условию задачи площадь квадрата *ABCD* равна 4. Отсюда получаем $AD = CD = 2, OM = 1$. Теперь мы можем найти *FM*, $FM = \frac{2S_1}{AD} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$ и $FO = \sqrt{FM^2 - OM^2} = \sqrt{16 \cdot 2 - 1} = \sqrt{31}$. Тем самым получен ответ задачи: высота пирамиды равна $\sqrt{31}$.

1. Отношение стороны основания правильной четырехугольной пирамиды к ее высоте равно $\sqrt{2}$. Найдите градусную меру угла наклона бокового ребра пирамиды к плоскости основания.

Решение. *Затруднение вызвал вопрос о том, что такое угол между прямой и плоскостью. Возникло подозрение, что данных недостаточно.* В основании пирамиды лежит квадрат *ABCD* (рис. 2). Так как пирамида правильная, то все ее ребра наклонены к плоскости основания под равными углами. Обозначим через *a* длину стороны основания пирамиды, а через h – ее высоту. По условию задачи $\frac{a}{h}=\sqrt{2} \Rightarrow h=\frac{a}{\sqrt{2}}$. Обозначим через F вершину пирамиды, а через O – центр квадрата $ABCD$. Тогда FO – высота пирамиды, $FO=h$.

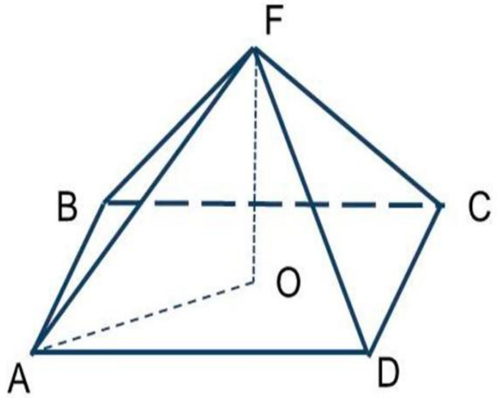


Рис. 2

Соединим точки A и O. AO – проекция ребра AF на плоскость основания пирамиды. По определению угол FAO есть угол между ребром AF и плоскостью основания пирамиды. Обозначим этот угол через α. *После того, как выяснилось, какой угол надо найти, практически все слушатели осознали, что для этого надо рассмотреть треугольник FAO.* Треугольник FAO прямоугольный, найдем соотношение между его катетами FO и AO. *Это предложение вызвало недоумение, так как нет данных для вычисления длин катетов.* AO есть половина диагонали квадрата со стороной a. По теореме Пифагора $AC^2=2a^2 \Rightarrow AC=\sqrt{2}a,\ AO=\frac{\sqrt{2}}{2}a$. Ранее мы нашли, что $FO=h=\frac{a}{\sqrt{2}}$. Отсюда получаем, что $AO=FO$, т.е. прямоугольный треугольник FAO является равнобедренным. В таком треугольнике острые углы равны 45°. В частности, и искомый угол $\alpha=45^\circ$. *Многих удивило, что решение оказалось относительно коротким.*

1. Вычислите высоту треугольной пирамиды с равными боковыми ребрами, если ее объем равен $\frac{27\sqrt{3}}{2}$, а все плоские углы при вершине прямые.

Решение. *Возникли затруднения в понимании формулировки задачи: не всем известно, как вычисляется объем пирамиды, и что такое плоский угол при вершине.* Обозначим через ABC треугольник, лежащий в основании пирамиды, а через D ее вершину (рис. 3). Условие задачи состоит в том, в частности, что углы ADC, ADB, BDC прямые. В силу другого условия *AD=BD=CD.* Поэтому треугольники *ADC, ADB, BDC* суть равные прямоугольные треугольники. Отсюда следует, что *AB=AC=BC*, т.е. треугольник *ABC* равносторонний, а это в свою очередь означает, что пирамида *ABCD* правильная.

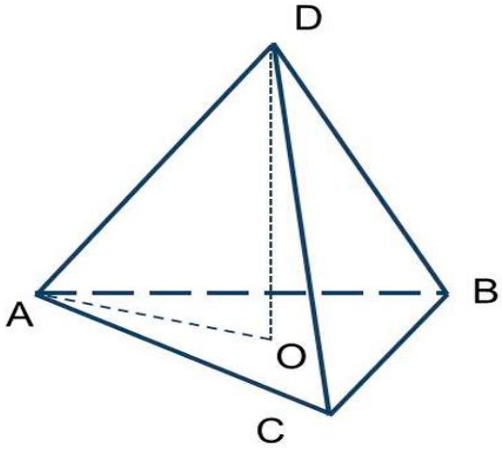


Рис. 3

Обозначим через *O* центр треугольника *ABC* – точку пересечения его медиан-высот-биссектрис. Тогда *DO* есть искомая высота пирамиды. *Как уже отмечалось в комментарии к решению задачи 1, соответствующая теорема не является общеизвестной среди выпускников средней школы.* Введем обозначения: *V* – объем пирамиды, *l* – длина бокового ребра, *a* – длина ребра основания, *h* – длина высоты пирамиды. *Некоторых из слушателей такое обилие обозначений повергло в панику.* Запишем соотношения между указанными величинами. По условию задачи $V=\frac{27\sqrt{3}}{2}$, по теореме Пифагора для треугольника *ADC* $a=AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{2l^2}=\sqrt{2}\,l$. По формуле объема пирамиды, *известной, к сожалению, не всем школьникам,* $V=\frac{1}{3}h\cdot S$, где через *S* обозначена площадь лежащего в основании пирамиды треугольника *ABC*. Выразим *S* через *a*. Для этого отметим, что высота-медиана-биссектриса равностороннего треугольника со стороной *a* равна $\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ и, следовательно, $S=\frac{1}{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$. Итак, для трех введенных нами переменных *l, a, h* получилось два уравнения $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2\cdot h=\frac{27\sqrt{3}}{2}$, $a=\sqrt{2}\,l$. Выведем еще одно уравнение, связывающее эти три величины.

Необходимость такого уравнения большинством учеников осознается, но весьма смутно. Рассмотрим прямоугольный треугольник DAO, в котором гипотенуза $AD=l$, катет $DO=h$, а катет AO составляет $2/3$ высоты-медианы треугольника ABC. Эта высота уже была найдена, так что $AO = \frac{\sqrt{3}}{3}a$. По теореме Пифагора $l^2 = h^2 + \frac{a^2}{3}$, что и является третьим уравнением. Для решения полученной системы уравнений исключим сначала l, $l = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{a^2}{2} = h^2 + \frac{a^2}{3}$. Отсюда получаем $\frac{a^2}{6} = h^2 \Rightarrow a^2 = 6h^2$. Подставляя это выражение в первое уравнение системы, получаем $\frac{\sqrt{3}}{2}h^3 = \frac{27\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h^3 = 27 \Rightarrow h = 3.$ Это и есть ответ задачи: высота пирамиды равна 3.

Труднее всего мне было убедить учеников записывать решения задач с минимальными комментариями на русском языке. Такие требования воспринимались как чрезмерные и игнорировались даже относительно добросовестными слушателями. Полагаю, что в этом состоит одна из важнейших проблем нашего образования, и не только среднего. Человек, претендующий на получение среднего, а тем более, высшего образования, должен уметь изложить свои соображения по тому или иному поводу на родном языке. В математике это не менее необходимо, чем в гуманитарных дисциплинах. Четкое и аргументированное изложение решения задачи позволяет полностью осознать логику решения, устранить лакуны в рассуждениях, избавиться от посторонних и не приводящих к цели действий. Существенное возражение против записи решения на русском языке состоит в том, что на это не хватает времени. Оспаривать такой аргумент трудно. Поэтому я считаю, что в отчетных контрольных и экзаменационных работах не должно быть слишком много задач. Для соревнований на время есть другие дисциплины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаппо Л. Д. Математика. Профильный уровень. Эксперт в ЕГЭ / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. – М.: Экзамен, 2017. – 336 с.

УДК 372.851

УСТНЫЙ СЧЕТ – СОСТАВЛЯЮЩАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ

И.Н. Морозова
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Средняя общеобразовательная школа №1», Торжок
E-mail: irina-morozova-77@mail.ru

Счет и вычисления – основа порядка в голове.
И.Г. Песталоцци

Одна из важнейших задач обучения школьников математике – формирование у них вычислительных навыков, основой которых является осознанное и прочное усвоение приемов устных и письменных вычислений. Вычислительные навыки необходимы как в практической жизни каждого человека, так и в учении. Ни один пример, ни одну задачу по математике, физике, химии и т. д. нельзя решить, не обладая элементарными способами вычислений. Я считаю, что эта тема актуальна, потому что наряду с повсеместным внедрением ИКТ технологий предъявляются высокие требования к математической подготовке выпускника. Обладание хорошими вычислительными навыками обеспечивает социальную успешность, развитие творческих способностей, логическое мышление. Умение устанавливать причинно-следственные связи и зависимости необходимо при принятии решений в учебных и практических ситуациях.

Как показывают проведённые мониторинги, включая ЕГЭ и ОГЭ, значительная часть школьников не достигает уровня обязательной математической подготовки. Причём происходит это на достаточно ранних этапах обучения: в начальной школе и при обучении в 5-6 классах. Одна из причин слабой подготовки большинства обучающихся – большое количество вычислительных ошибок, которые допускаются ими как при выполнении задач повышенного уровня, так и базового. Обучающиеся недостаточно уверено владеют вычислительными стратегиями. Кроме того, обучение вычислениям вносит специфический вклад в развитие основных психических функций ребенка, способствуя развитию внимания, памяти, скорости мышления.

Вычислительный навык – это высокая степень овладения вычислительными приёмами. Приобрести вычислительные навыки – значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро.

Полноценный вычислительный навык характеризуется правильностью, осознанностью, рациональностью, обобщенностью, автоматизмом и прочностью.

Правильность – ученик правильно находит результат арифметического действия над данными числами, т.е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие приемы вычисления.

Осознанность – ученик осознает, на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения. Это для него своего рода доказательство правильности выбора системы операций. Он в любой момент может объяснить, как решал пример и почему можно так решать.

Рациональность – ученик, исходя из конкретных условий, выбирает для данного случая более рациональный прием, т.е. выбирает из возможных операций те, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия.

Обобщенность – ученик может применить прием вычисления к большему числу случаев, т.е. он способен перенести прием вычисления на новые ситуации.

Автоматизм – ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом виде, но всегда может вернуться к объяснению выбора системы операций. Высокая степень автоматизации достигается по отношению к табличным случаям сложения и вычитания, умножения и деления.

Прочность – ученик сохраняет и применяет сформированные вычислительные навыки на длительное время.

Увеличение умственной нагрузки на уроках математики заставляет задуматься над тем, как поддержать у учащихся интерес к изучаемому материалу, их активность на протяжении всего урока. В связи с этим ведутся поиски новых эффективных методов обучения и таких методических приемов, которые активизировали бы мысль школьников, стимулировали бы их к самостоятельному приобретению знаний.

Возникновение интереса к математике у значительного числа учащихся зависит в большей степени от методики её преподавания, от того, насколько умело будет построена учебная работа. Надо позаботиться о том, чтобы на уроках каждый ученик работал активно и увлеченно, и использовать это как отправную точку для возникновения и развития любознательности, глубокого познавательного интереса. Это особенно важно в подростковом возрасте, когда еще формируются, а иногда и только определяются постоянные интересы и склонности к тому или иному предмету. Именно в этот период нужно стремиться раскрыть притягательные стороны математики.

Немаловажная роль отводится дидактическим играм на уроках математики – современному и признанному методу обучения и воспитания, обладающему образовательной, развивающей и воспитательной функциями, которые действуют в органическом единстве

Поэтому на основе опыта по организации устного счета на уроках математики, рассматривается применение дидактических игр и игровых ситуаций, которые способствуют в оживлении урока, делают его более интересным, занимательным, насыщенным.

Каждому учителю ясно, что устная работа является одним из важнейших этапов урока. Она имеет немаловажное значение, как для учителя, так и для учащихся. И это понятно почему:

1) во время устной работы можно *выяснить, хорошо ли усвоен теоретический материал;*

2) соответствующий подбор вопросов позволяет подготовить к *восприятию нового*;

3) это одна из удобных форм организации *повторения;*

4) во время устной работы можно *задействовать большое количество учеников*, что позволяет значительно оживить урок, сделать его более динамичным и эмоциональным.

В зависимости от формы организации устной работы можем отследить, как хорошо учащиеся владеют определенными навыками, насколько грамотно они строят свои предложения.

Одна из важнейших задач обучения школьников математике – формирование у них вычислительных навыков, основой которых является осознанное и прочное усвоение приемов устных и письменных вычислений.

Вычислительные навыки необходимы как в практической жизни каждого человека, так и в учении. Ни один пример, ни одну задачу по математике, физике, химии и т. д. нельзя решать, не обладая элементарными способами вычислений.

Но было бы ошибкой решать эту задачу только путем зазубривания таблиц сложения и умножения и использования при выполнении однообразных тренировочных упражнений. Не менее важная задача современной школы – развитие у учащихся в процессе обучения познавательной самостоятельности, творческой активности, потребности в знаниях.

Вычислительная культура формируется у учащихся на всех этапах изучения курса математики, но основа ее закладывается в первые 5-6 лет обучения. В этот период школьники обучаются именно умению осознанно использовать законы математических действий (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень). В последующие годы, полученные умения и навыки совершенствуются и закрепляются в процессе изучения алгебры, физики, химии, черчении и других предметов.

Причина, по которой я стала работать над этой темой - это темп работы учащихся. Ребята считали медленно и неточно. Часто запланированные задания на урок выполнялись не полностью. Приходилось отводить дополнительное время на прохождение той или иной темы, а его всегда не хватает.

Именно это меня натолкнуло на мысль, что на уроках необходимо отрабатывать у учащихся навыки устного счета. К тому же, хорошо известно, что учащиеся, владеющие твердыми навыками устного счета, быстрее овладевают техникой алгебраических преобразований, лучше справляются с различными заданиями, составной частью которых являются вычисления. В устных вычислениях развиваются память учащихся, быстрота их реакции, сосредоточенность.

Устный счет является одним из основных этапов урока, который, во-первых, должен отвлечь учащихся от перемены и предыдущего урока, во-вторых, подготовить к изучению нового материала или помочь обобщить ранее изученный, в-третьих, активизировать творческую познавательную деятельность учащихся. Всем известно, что интерес к математике – удел немногих. Поэтому одна из задач устного счета: не отпугнуть тех, кому нравится математика, и дать возможность увидеть ее красоту другим. Действительно, начиная с начальной школы и заканчивая выпускными классами, каждый учитель старается вместить в этот небольшой этап урока все составляющие устного счета. Это может стать необходимостью, например, если в третьем классе мы будем совершенствовать и доводить до автоматизма знание таблицы умножения, нахождение неизвестных компонентов, включая их на каждом уроке в творческий, познавательный устный счет. Тогда в основной школе это станет для учащихся необходимой потребностью в начале урока.

Устный счет всегда рассматривался как одно из лучших средств углубления, приобретаемых детьми на уроках математики, теоретических знаний. Устные упражнения могут быть использованы для подготовки учащихся к восприятию нового материала, как иллюстрация изучаемых правил, законов, а также для закрепления и повторения изученного материала. В устном счете развивается память учащихся, быстрота реакции, воспитывается умение сосредоточиться, наблюдать, проявляется инициатива, потребность к самоконтролю, повышается культура вычислений. При выполнении устных вычислений каждому ученику в классе приходится работать самостоятельно и активно, чтобы не отстать от товарищей. Устные упражнения могут быть использованы как подготовительная ступень при объяснении нового материала, как иллюстрация изучаемых правил, законов, а также для закрепления и повторения изученного.

Умение выполнять вычислительный прием – есть умение выполнять систему умственных операций, следовательно, контроль – есть умение осознанно контролировать выполняемые операции. При развитии действия контроля на уроках математики, совершенствуется умение осознанно выполнять вычислительные приемы. И, наоборот, в случае отсутствия действия контроля, сформированность вычислительных приемов и навыков имеет низкий уровень. Следовательно, процесс выполнения вычислительного приема и осознанное его контролирование должны быть двумя сторонами единого процесса, процесса овладения вычислительными приемами и навыками.

Устная работа является одним из важнейших этапов урока и имеет важное значение как для учителя, так и для ученика. Это действительно так, потому что соответствующий подбор заданий позволяет выяснить хорошо ли усвоен теоретический материал, подготовить к восприятию нового и повторению старого материала. Также во время устного счета можно задействовать большое количество учеников, что позволяет значительно оживить урок.

Устный счет - это лакмусовая бумажка, которая показывает умение и качество работы ученика и учителя и дает учащемуся возможность реализовать себя.

Практика показала, что все предложенные формы устной работы приемлемы, т.к. они не только фиксируют слабые места в навыках и умениях, но и вскрывают ошибки учащихся и делают урок более динамичным и эмоциональным.

Разработанные задания готовят ребят к восприятию новой темы, вырабатывают навыки устного счета, развивают умение решать разнообразные задачи, учат объяснять и обосновывать решения.

Особый интерес вызвали задания гуманитарного цикла, так как они не только способствуют развитию вычислительных навыков, но и расширяют кругозор учащихся, вызывают интерес к другим предметам.

Упражнения устного счета с игровыми элементами активизируют внимание, вызывают дух соревнования и стремление одержать победу, правильно и быстрее выполнить задания.

Эти упражнения позволяют учащимся довести навык выполнения до автоматизма, что необходимо при выполнении трудных, нестандартных заданий, когда мыслительная деятельность нацелена на обработку других – более серьезных упражнений.

Из всего вышесказанного следует, что устный счет – очень нужный, интересный этап урока. Именно на этом этапе появляется настрой на весь урок. Устный опрос украшает урок, делает его логически стройным, а это переходный этап между пройденным и новым материалом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грекова С. В. Понятия и термины современной теории и методики обучения математике / С. В. Грекова. – Оренбург, 2007. – 32 с.

2. Зайцева О. П. Роль устного счёта в формировании вычислительных навыков и в развитии личности ребёнка / О. П. Зайцева // Начальная школа, 2001. – №1.

3. Зимовец К. А. Интересные приемы устных вычислений / К. А. Зимовец, В. А.Пащенко // Начальная школа. –1990. – №6. – С. 44-46.

4. Иванова Т. К. Устный счёт. / Т. К. Иванова // Начальная школа. – 1999. – С. 11-14.

5. Минаева С. С. Вычисления на уроках и внеклассных занятиях по математике : пособие для учителей / С. С.Минаева. – М.: Просвещение, 1983. – 145 с.

6. Мишенева Т. С. Приемы организации устного счета : Из опыта / Т. С. Мишенева // Начальная школа . – 1987. – №2. – С. 30.

7. Повышение вычислительной культуры учащихся : пдля учителя / П. Б. Ройтман, С. С.Минаева, Н. С. Прокофьева и др. – М.: Просвещение, 1980. – 56 с.

8. Математика : Приложение к газете «1 Сентября».– 2004. –№ 24, №35, № 36; 2008. – №3.

9. Народное образование : Российский общественно-педагогический журнал. – М., 2002. – № 4. – 284 с.

УДК 372.851 : 371.27

О НЕКОТОРЫХ ПРИЧИНАХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

К.Г. Некрасов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: constantin.nekrassov@yandex.ru

А.А. Некрасова
Тверской областной институт усовершенствования учителей, Тверь
E-mail: anekrasova2008@yandex.ru

Единый государственный экзамен по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике.

Федеральный государственный образовательный стандарт второго поколения предусматривает получение не только предметных результатов, развития узких компетенций, но и формирование у школьников метапредметных действий, которые направлены на общее умение учиться. Математика, наравне с другими предметами, становится средством, площадкой для формирования универсальных учебных действий. Очевидно, что это один из предметов, через усвоение содержания которого наиболее полно могут сформироваться метапредметные действия познавательного типа.

Федеральный стандарт во многом опирается на теории Д.Б. Эльконина, Л.С. Выгодского, П.Я. Гальперина, особенно в части получения метапредметных результатов обучения. В статье рассмотрены наиболее распространенные ошибки, допущенные выпускниками школы при выполнении заданий Единого государственного экзамена по математике, которые затем были подвергнуты анализу с опорой на теоретические положения, обозначенные в трудах П.Я. Гальперина.

Ященко И.В., Семенов А.В. и Высоцкий И.Р. [4, 5] регулярно производят статистический и методический анализ выполнения выпускниками заданий Единого государственного экзамена по математике. Полученные в процессе их работы данные показали следующее.

При выполнении задачи 1 (до 2013 г. B1) учащимися допущены ошибки, из которых самыми массовыми (до 18 % ошибок) являются:

- неполное решение задачи (в ответ учащиеся записывали промежуточный результат);
- вычислительные ошибки.

При выполнении задачи 2 (ранее B2) допущены ошибки, из которых самыми массовыми (до 40 % ошибок) являются:

• неполное понимание условия задачи.

При выполнении задачи 3 (B3) допущено много ошибок, из которых самыми массовыми (до 25 %) являются:

• ошибочное вычисление длины отрезка;

При выполнении задачи 5 (B5) (логарифмическое уравнение) допущено много ошибок, из которых самыми массовыми являются:

• вычислительные;

• неверное решение линейного уравнения;

При этом около 26 % учащихся не справились с переносом числа из одной части уравнения в другую. До 19 % ошиблись со знаками (перепутали «+» и «-»).

При выполнении задачи 6 (B6) (планиметрия) допущено много ошибок, из которых самыми частыми, в частности, являются:

• отсутствие видения геометрической конструкции;

• незнание определений тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника;

• вычислительные;

• арифметические ошибки.

При выполнении задачи 7 (B8) (работа с графиком функции и производной) допущено много ошибок, из которых самыми массовыми являются:

• неверное вычисление углового коэффициента прямой;

• неумение связать свойства функции с производной;

• невнимательное чтение условия.

При выполнении задачи 4 (B10) (нахождение вероятности события) допущено много ошибок, массовыми (до 25 %) среди которых являются:

• неверное прочтение условия задачи;

• нахождение вероятности другого события;

• вычислительные.

При выполнении задачи 8 (B11) (стереометрия, объем тела) допущено много ошибок, из которых самыми массовыми являются:

• отсутствие видения геометрической конструкции;

• ошибочная формула объёма тела;

• вычислительные.

При решении текстовых задач допущено много ошибок, из которых самыми массовыми являются:

• ошибки, связанные с неправильным пониманием условия задачи и составлением уравнения;

• попытки получить ответ, манипулируя данными в условии числами;

• вычислительные ошибки.

Вышеприведенные данные явно указывают на то, что одними из наиболее распространенных ошибок, допущенных выпускниками при решении задач базового уровня, являются ошибки вычисления, ошибки, связанные с неправильным или с неполным пониманием условия задачи, а также ошибки, совершенные по причине «невнимательности» (описки, «потеря» знака или его неправильная замена и т.д.).

Очевидно, что ошибки первого и третьего типов очень сходны между собой. По своему характеру они являются так называемыми «техническими», т.е. не связаны напрямую с низким уровнем математических знаний и компетенций. Они связаны, в основном, с проблемами нарушения произвольности психических функций, в частности, контрольных, с дефицитом внимания.

Ошибки второго типа (неправильное или неполное понимание условия задачи) обусловлены сложным сочетанием факторов. Это и наличие нарушений произвольности психических функций (в частности, нарушение произвольного внимания) у большого числа школьников, и нарушение контроля деятельности, и недостаточность когнитивных способностей, низкий уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий знаково-символического характера в сочетании с низким уровнем развития математических компетенций, например, таких, как умение перевести текст задания на математический (символический) язык и т.д.

Значительная доля «технических» ошибок при выполнении задач базового уровня и значимость фактора нарушения у учащихся произвольности психических функций, контроля деятельности заставляет более внимательно отнестись к методике обучения школьников решению математических задач.

Вычислительные действия, да и большая часть заданий базового уровня не являются творческими. Они предельно алгоритмичны, легко операционализируются. И, казалось бы, нет ничего сложного в том, чтобы научить школьника решению такого рода задач. Однако, наибольшую трудность здесь представляет не столько незнание учащимся самого алгоритма, сколько его реализация.

Рассмотрим ошибки реализации алгоритмов решения задач более подробно.

По данным многолетнего наблюдения и работы с учащимися выпускных классов можно выделить особые обстоятельства, при которых возникают сбои в реализации алгоритма решения задачи. Почти всегда это связано с выполнением учащимся не последовательно, а одновременно двух и более операций, входящих в схему решения задачи. При этом, по крайней мере, одна из этих операций (или более) производится «в уме», без внешней фиксации результатов операции.

Приведем несколько примеров:

- одновременное раскрытие скобок и приведение подобных членов выражения;

- перенос из одной части равенства в другую и одновременное приведение подобных членов;

- одновременное приведение трёх и более дробей к общему знаменателю;

- сочетание извлечения корня из числа и выполнение с полученным значением последующих подсчетов;

- одновременное возведение суммы или разности в скобках в степень (обычно, в квадрат) и приведение подобных;

- при переходе от десятичной формы записи числа к обыкновенной дроби одновременное осуществление операции сокращения этой дроби;

- применение формул сокращенного умножения с одновременным раскрытием скобок и т.д.

Требование выполнять при решении задач некоторые операции в уме и при этом делать это быстро – обычное требование учителей математики в современной школе. Именно об этом писал П.Я. Гальперин [1, с. 243-244], рассуждая об изучении процессов интериоризации. При анализе природы «внутреннего плана» действия объектом исследования служили разнообразные действия, применяемые учащимися на уроках математики, физики, грамматики. Гальперин рассуждает о том, что «это действия четкие по назначению, материалу и способу применения, к их усвоению предъявляются определенные требования, и одно из них заключается в том, чтобы дети выполняли эти действия не только на предметах и бумаге, но и в уме, как можно быстрее, по возможности автоматизированно, но с полным контролем над ходом и результатами». Им изучалась «прямая» планомерная интериоризация действий, смысл которой состоял в том, что интериоризация происходит путем многократного повторения действия, его обобщения и доведения до автоматизма. В этом исследовании был получен результат, который свидетельствовал о том, что «наглядную картину предметного действия, даже хорошо обобщенную и освоенную, не удается планомерно, систематически и у всех одинаково успешно непосредственно перенести в умственный план… Способность прямого запечатления и затем оживления наглядной картины процесса сильно колеблется, большей частью недостаточна, и мы не управляем ею». Выход из затруднения был найден П.Я. Гальпериным с помощью включения между непосредственным действием и выполнением его во внутреннем плане звена выполнения действия во внешней, так называемой «громкой» речи. То есть было доказано, что интериоризация действия возможна только через последовательное выполнение его сначала в материализованной форме, затем в громкой речи, и только после этого осуществляется переход во внутренний план.

Рассмотрим роль, которую выполняет учитель при обучении конкретному алгоритмизированному действию. Природа профессионального действия учителя аналогична природе человеческого действия вообще, т.е. действие учителя по своей сути является действием с ориентировкой действия ученика, в результате которого действие взрослого сворачивается в знак-образец и обращение к ребенку, а действие (движение) ребенка разворачивается в следование образцу [3]. Именно создание ориентировки для будущих действий учащегося и является основной функцией труда учителя. Педагог передает действие ученику в «развернутом» виде в качестве ориентировки. При интериоризации действие «сворачивается», поэтапно переходя во внутренний план.

При самостоятельной реализации учеником усвоенного действия ему необходимо осуществить обратный процесс – развернуть действие из внутреннего плана во внешнюю материализованную форму. При этом не надо забывать о том, что при интериоризации (по Гальперину) необходим промежуточный этап громкой речи, который несет функцию объективации промежуточного контроля при выполнении действия. Без него свернутое действие будет неустойчиво и его итоговый состав трудно контролировать и ученику и учителю. Но очевидно, что при разворачивании интериоризированного действия необходимо пройти все эти этапы в обратном порядке, включая этап громкой речи.

Логично было бы при выполнении любого действия требовать от ученика проговаривать вслух все операции, входящие в его состав. Этот прием часто используется учителями начального звена школы при работе с учениками, имеющими затруднения в усвоении предмета. Конечно, мы не можем требовать, чтобы ученик старшей школы при реализации любого действия проговаривал вслух все операции его исполнения. Но для получения надежного и устойчивого результата выполнения действия (в его материализованной форме) необходимо каким-то приемлемым образом объективировать промежуточные контрольные точки, позволяющие и ученику и учителю осуществлять рефлексию процесса выполнения действий. Особенно это актуально при решении многоходовых, алгоритмически сложных задач. И уж поистине необходимо это делать ученикам, имеющим нарушения произвольности психических процессов, недостаточность контрольных функций, дефицит внимания.

Но вернемся ещё раз к анализу самых распространенных ошибок при выполнении заданий Единого госэкзамена по математике. Самые массовые ошибки как раз и связаны с затруднениями школьников, имеющими прямое отношение к выполнению регулятивных действий, в частности действия контроля.

Анализ данных, представленных Федеральным институтом педагогических измерений [4], о результатах выполнения заданий Единого государственного экзамена в 2012, 2013 и 2015 гг. по математике показывает, что экзаменуемые, не набравшие минимального балла по ЕГЭ и выпускники, формально преодолевшие этот рубеж, но фактически не овладевшие математическими компетенциями, требуемыми в повседневной жизни, допускают значительное число ошибок в вычислениях, а также при осмыслении условия задачи. В 2013 году около 18,5% участников попали в эту группу, в 2012 году таких учащихся было 13,9 %. Указанный процент примерно равен экспертной оценке (около 20% неуспевающих в X-XI классах по 2013 году).

При стандартном требовании учителя при решении задач выполнять некоторые операции в уме в сочетании со стимуляцией к выполнению задания как можно быстрее, многие ученики делают это за счет двух приемов: во-первых, выполняют одновременно две и более операции в уме и, во-вторых, не осуществляют промежуточных записей.

Разворачивание действия по решению задачи с использованием этих приёмов как раз и делает затруднительным пошаговый промежуточный контроль его выполнения, поскольку контрольные операции не разворачиваются, а остаются в умственной (внутренней) форме и, в дополнение к этому, игнорирование подробных записей не позволяет объективировать во внешнем плане (на бумаге) контрольные метки, что в свою очередь, блокирует рефлексию деятельности, причем как оперативную, так и отсроченную. Учащийся не имеет возможности, в прямом смысле слова, увидеть свои ошибки при проверке выполнения задания, поскольку эти ошибки, как правило, делаются «в уме».

Этот же привычный «фокус» школьники проделывают и при попытках манипулирования данными задачи при подборе «хорошего» ответа, поиске «красивого» угла (при решении геометрических задач) и в случаях, когда они не имеют твердых знаний алгоритма решения задачи.

Также можно достаточно часто наблюдать ошибки, связанные с нарушением последовательности выполнения операций, с перестановкой пунктов алгоритма решения задачи местами. Например, потеря контроля может легко произойти в ситуации неупорядоченного раскрытия скобок. При перемножении трёхчлена на двучлен ученик не соблюдает фиксированный порядок записи произведений членов выражения, что приводит к потере данных.

Подводя итоги, можно сказать, что анализ результатов Единого государственного экзамена по математике показал необходимость скорректировать методику преподавания математики, начиная с начального звена школы, когда осуществляется переход от устного счета к ведению записей хода решения сложных задач. Учителю можно рекомендовать особое внимание уделять поиску и реализации приемлемых форм промежуточного контроля при выполнении заданий, приучению школьников к использованию контрольных меток, которые должны быть непременно объективированы, материализованы, например, в виде подробных пооперационных записей выполнения задания. Это существенно облегчит ученику и учителю осуществление оперативной и отсроченной рефлексии деятельности и поможет существенно повысить результаты итоговой аттестации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гальперин П. Я. Введение в психологию : учебное пособие для вузов / П. Я. Гальперин. – М.: «Книжный дом «Университет», 1999. – 332 с.

2. Гальперин П. Я. Психология как объективная наука /П. Я. Гальперин ; вступ. ст. А. И. Подольского ; под ред. А. И. Подольского. – М.: Издательство «Институт практической психологии» ; Воронеж : НПО «МОДЭК», 1998. – 480 с.

3. Эльконин Б. Д. О природе человеческого действия / Б. Д. Эльконин //Вестник Московского университета. Сер. 14, Психология. – 1989. – № 4. – С. 25-39.

4. Ященко И. В. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики (на основе анализа типичных затруднений выпускников при выполнении заданий ЕГЭ) / И. В. Ященко, А. В. Семенов, И. Р. Высоцкий. – М.: ФИПИ, 2013. – 26 с.

5. Ященко И. В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2015 года / И. В. Ященко, А. В. Семенов, И. Р. Высоцкий. – М.: ФИПИ, 2015. – 20 с.

УДК 372.851

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РИСУНКА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «СПЛАВЫ, СМЕСИ, РАСТВОРЫ»

К.Г. Некрасов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: constantin.nekrassov@yandex.ru

Во многих случаях при решении учебных задач появление рисунка, отражающего условие задачи, имеет смысл. Самым традиционным примером использования рисунка (чертежа) является, конечно, решение задач по планиметрии и стереометрии. Более того, рисунок в геометрии фактически является обязательным элементом решения задачи. Несколько реже рисунок используется при решении текстовых задач на движение. Однако, в целом нельзя сказать, что использование рисунка в других случаях является часто употребляемым.

Затруднение решения текстовых задач зачастую связано с тем, что учащийся не может перейти от конкретного текста к математической записи, поскольку затруднено понимание математического смысла языковых конструкций, что влечет блокирование использования математического смысла условия задачи.

Составление рисунка относится, по сути, к знаково-символическим средствам, использование которых существенно влияет на эффективность учебной деятельности. В отличие от графической формы, текстовая форма предоставления информации является, по мнению Салминой Н.Г. [2], наихудшей из-за большого количества несущественных признаков.

Работа с рисунком позволяет объективировать текст, т.е. порождает из текста объект. Как только появляется объект, можно осуществлять манипуляции с этим объектом, причем эти манипуляции становятся не абстрактными, а конкретными действиями, изменяющими объект-рисунок.

Рисунок позволяет осуществить анализ объекта, позволяет наглядно представить связи внутри объекта, связи с другими объектами.

Кроме того, рисунок позволяет представить одновременно, на одном поле все параметры объекта задачи. В связи с этим открывается возможность выделить именно тот параметр, найти который требуется в задаче. При этом процесс создания рисунка не зависит от искомого.

В этой заметке мне хотелось привести пример ситуации, в которой рисунок не является *обязательным*, но, на мой взгляд, оказывается весьма полезным.

Такой ситуацией является, например, решение текстовых задач по теме «Сплавы, смеси, растворы». Эта тема в целом не должна быть сложной, так как в ней фактически используется всего одна «формула», которая на самом деле является определением концентрации (или процентной концентрации). Тем не менее, затруднения в решении таких задач существуют.

Рисунки, которые здесь будут предложены к использованию, вообще говоря, некорректны: редко, в самом деле, встречаются растворы, в которых составляющие его компоненты явно отделены друг от друга. Однако цель рисунка состоит не в том, чтобы корректно изобразить сплав или раствор, а в том, чтобы сохранить на рисунке условие задачи в максимально возможной полноте.

Итак, если имеется сплав (раствор) из двух веществ А и В общей массы (объема) m, то мы используем следующий рисунок:

Вес (объем) вещества А в растворе
Вес (объем) вещества В в растворе

Вес (объем) всего раствор

Приведем несколько примеров применения такого рисунка-таблицы.

<u>Задача 1</u>. *При смешивании 30%-ного раствора серной кислоты с 10%-ным раствором серной кислоты получилось 400 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?* [1]

Решение. Имеем следующую «картинку» условия задачи:

0,3x	HCl		0,1 y	HCl		0,3 x + 0,1 y	HCl
0,7 x	*не* HCl	+	0,9 y	*не* HCl	=	0,7 x + 0,9 y	*не* HCl
x г			y г			x + y = 400 г	

Здесь почти все условия задачи отображены на рисунке. Кроме одного: о том, что процентная концентрация в *смеси* двух растворов равна 15%. Запишем его: $\frac{0{,}3\,x + 0{,}1\,y}{x + y}100 = 15$. Решая систему, получаем: $x = 100$, $y = 300$.

Задача 2. *Имеются два сплава меди и цинка. В первом сплаве меди в 2 раза больше, чем цинка, а во втором меди в 5 раз меньше, чем цинка. Во сколько раз больше надо взять второго сплава, чем первого, чтобы получить новый сплав, в котором цинка было бы в 2 раза больше, чем меди?* [1]

Решение. Имеем следующий рисунок условия задачи:

2 x	Cu		y	Cu		2 x + y	Cu
x	Zn	+	5 y	Zn	=	x + 5 y	Zn
3 x			6 y			3 x + 6 y	

По условию нужно, чтобы в полученном сплаве *цинка было в 2 раза больше, чем меди,* т.е. $2\,(2\,x + y) = x + 5\,y$, откуда имеем $x = y$. Остаётся выразить величину, которую требуется найти. Это отношение веса второго сплава к весу первого сплава, т.е. $\frac{6y}{3x} = 2$.

Задача 3. *Из сосуда с кислотой отлили 60 л кислоты и долили 60 л воды. После этого отлили 60 л смеси и опять долили 60 л воды. После чего оказалось, что раствор содержит 10 л кислоты. Сколько литров кислоты было в сосуде первоначально?* [1]

Решение. Изобразим рисунки, которые последовательно отражают результаты действий, о которых идёт речь в *первом* предложении задачи:

				60 л вода
x л кислота	→	(x – 60) л кислота	→	x – 60) л кислота
x л		(x – 60) л		x л

В последнем рисунке: *доля кислоты* = $\frac{x-60}{x}$; *доля воды* = $\frac{60}{x}$. Эти доли неизменны при отливании.

Изобразим теперь рисунки, которые отражают результаты действий, о которых идёт речь во *втором* предложении задачи:

60 л вода		$\frac{60}{x}$(x -60) л вода		$\frac{60}{x}$(x -60) + 60 л вода
(x-60) л кислота	→	$\frac{x-60}{x}$(x – 60) л кислота	→	$\frac{x-60}{x}$(x – 60) л кислота
x л		(x – 60) л		x л

В силу *третьего* предложения задачи, имеем уравнение: $\frac{x-60}{x}(x-60) = 10$, которое имеет два решения x =90 и x = 40. Учитывая, что x > 60, получаем ответ *90 литров*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зеленский А. С. Сборник конкурсных задач по математике 1992 – 1995 годов / А. С. Зеленский. – 2-е изд. – М.: Научно-технический центр «Университетский»: АСТ-ПРЕСС, 1996. – 336 с.

2. Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 288 с.

УДК 371.278 : 51

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ОЦЕНКИ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБРАЗОВАНИЯ

И.Г. Одоевцева
ФГБОУ ВО «Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема», Биробиджан
E-mail: dichenko-irina@list.ru

Д.А. Кириллова
ФГБОУ ВО «Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема», Биробиджан
E-mail: dina_kir_03@mail.ru

Олимпиада по математике для обучающихся 8, 9, 10 классов – одна из серии предметных олимпиад «Высшая проба», проводимых Приамурским государственным университетом имени Шолом-Алейхема. В настоящее время школьники могут принимать участие в достаточно большом количестве олимпиад по математике в течение года – это и различные туры Всероссийской олимпиады, и Интернет-олимпиады, но олимпиада, проходившая в стенах нашего вуза, имеет свою «изюминку».

Математика, как наука, являясь методом познания действительности, позволяет описывать и изучать реальные процессы и явления. Поэтому в число обязательных для изучения дисциплин в школе входит математика. Одна из главных целей изучения математики – формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники [1].

Очевидно, что задачи с практическим содержанием должны быть обязательным элементом уроков математики, но, к сожалению, анализируя содержание учебников старшей школы, таких задач недостаточно. Учебный курс математики в школе насыщен сложным теоретическим материалом, и мало рассматриваются вопросы использования этого мощного инструмента в повседневной жизни и практической деятельности инженеров, экономистов, экологов и т.д. Вот на этот аспект мы и сделали ставку. В нашей олимпиаде только задачи практико-ориентированного характера.

Приведем примеры задач, встречавшихся в олимпиаде в разные годы.

Задача 1: *Сегодня утром, собираясь на работу, я заметил, что минутная и часовая стрелки часов совпали между 6 и 7 часами. Интересно, какое точное время показывали эти часы?* [2]

Решение: Представим часы в виде диска, разделенного на 12 секторов. Стрелки на часах в своем движении описывают окружности. За 60 минут – минутная стрелка успевает описать целую окружность – 360^0, пробегая все 12 секторов. Часовая стрелка за 60 минут описывает дугу окружности в 30^0, пробегая 1 сектор. То есть часовая стрелка движется в 12 раз медленнее минутной.

Начнем наблюдение за движением стрелок в полночь: в этот момент стрелки совпадают. За первый час минутная стрелка сделает полный оборот, а часовая – его двенадцатую часть. Для того чтобы стрелки опять совпали, минутная стрелка должна «догнать» часовую. Опишем процесс «погони»:

1) пока минутная стрелка преодолеет 1 сектор в 30^0, часовая сдвинется на $\frac{1}{12}$ часть следующего сектора в $\frac{30^0}{12}$ и минутной придется снова её догонять

2) пока минутная стрелка преодолеет $\frac{1}{12}$ часть сектора в $\frac{30^0}{12}$, часовая сдвинется на $\frac{1}{12^2}$ часть этого сектора в $\frac{30^0}{12^2}$ и минутной придется снова её догонять

3) пока минутная стрелка преодолеет $\frac{1}{12^2}$ часть сектора в $\frac{30^0}{12^2}$, часовая сдвинется на $\frac{1}{12^3}$ часть этого сектора в $\frac{30^0}{12^3}$ и минутной придется снова её догонять и так далее до бесконечности Так как время течет непрерывно, то для того, чтобы определить «место встречи» стрелок, необходимо вычислить сумму, выражающую части секторов, пробегаемые минутной стрелкой в процессе «погони»:

$$30^0+\frac{30^0}{12}+\frac{30^0}{12^2}+\frac{30^0}{12^3}+\ldots=\frac{30^0}{1-\frac{1}{12}}=\frac{12}{11}\cdot 30^0=30^0+\frac{30^0}{11}$$

Так как 30^0 соответствует пяти минутам, то это значит, что первый раз после полуночи стрелки встретятся в $5\frac{5}{11}$ минут второго, то есть примерно, в 1 час, 5 минут, 30 секунд.

Начиная с этого момента, история повторяется, то есть, чтобы встретиться снова, минутная стрелка должна сделать полный оборот и пройти ещё $30^0+\frac{30^0}{11}$ в «погоне» за часовой стрелкой. То есть, чтобы стрелки совпали после шести часов, минутной стрелке необходимо пробежать шесть целых секторов и шесть одиннадцатых долей этих секторов: $6\cdot\left(30^0+\frac{30^0}{11}\right)$, или $6\cdot\left(5+\frac{5}{11}\right)$ минут, то есть $30+\frac{30}{11}=32\frac{8}{11}$ минут.

Ответ: На часах было 6 часов и $32\frac{8}{11}$ минут, или примерно, 32 минуты и 44 секунды.

Задача 2: *Самолет пролетел путь от А до В по ветру и путь от В до А против ветра, причем скорость ветра не менялась. В другой раз самолет совершил рейс по тому же маршруту в безветренную погоду. В* *обоих случаях моторы самолета развивали одинаковую мощность. В каком случае на весь полет ушло меньше времени?* [3]

Решение: Пусть v – собственная скорость самолета, $v_в$ – скорость ветра, а S – расстояние от А до В, тогда время, затраченное самолетом на путь от А до В и обратно в безветренную погоду можно найти $t_1 = \frac{2S}{v}$. На этот же путь в ветреную погоду самолету понадобилось времени $t_2 = \frac{S}{v+v_в} + \frac{S}{v-v_в}$.

Для того чтобы определить в каком случае затрачено меньше времени, сравним t_1 и t_2. Для этого составим разность $t_1 - t_2 = \frac{2S}{v} - \left(\frac{S}{v+v_в} + \frac{S}{v+v_в}\right) = \frac{-2Sv_в}{v(v^2 - v_в{}^2)} \langle 0$. Значит, $t_1 \langle t_2$.

Ответ: меньше времени ушло на полет в безветренную погоду

Задача 3: *Предприниматель купил набор из 7 подарочных коробок, вложенных друг в друга (по типу матрешки) за 3 тыс. рублей. Наценил этот товар на 40 % и решил продавать их по одной. Как ему установить цены на каждую коробку, если они должны соответствовать размеру коробки (самая маленькая должна стоить дешевле всех, а самая большая – дороже всех) и не нарушать отчетность (сумма вырученных денег должна равняться его затратам с 40% наценкой).*

Выполнение обучающимися олимпиадной работы позволяет оценить сформированность их метапредметных результатов образования. Основными объектами оценки являются способность самостоятельно преобразовывать практическую задачу в познавательную; умение планировать, контролировать и оценивать свои действия; выделять существенную информацию; использовать знако-символические средства для создания моделей изучаемых процессов; производить логические операции сравнения, анализа, обобщения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кириллова Д. А. Кейс-задачи как основа фонда оценочных средств по математическому анализу для направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика / Д. А. Кириллова // Современные исследования социальных проблем. – 2015. – №10.– С. 430-446. – DOI: 10.12731/2218-7405-2015-10-40.

2. Мирошин В. В. Решение задач с параметрами. Теория и практика / В. В. Мирошин. – М.: Экзамен, 2009. – 286 с.

3. Баженова Н. Г. Теория и методика решения текстовых задач: курс по выбору для студентов специальности 050201 Математика : учеб. пособие / Н. Г. Баженова, И. Г. Одоевцева. – 3-е изд., стер. – М.: Флинта, 2012. – 89 с.

УДК 372.851

ПРОЕКТ «МАТЕМАТИКА И ЭКОЛОГИЯ»

О.В. Павленко
МОУ СОШ №21, Тверь
E-mail: neseleva@mail.ru

Одна из главных целей педагогической деятельности – создание единого образовательного и воспитательного пространства, приоритетом которого является личностная самореализация каждого ребенка.

Основная задача учителя – создание и организация условий, инициирующих детское действие.

Для этого стремлюсь поддерживать и развивать интерес к предмету; формировать приемы продуктивной деятельности, прививать навыки исследовательской работы; развивать логическое мышление, пространственное воображение учащихся; учить основам самообразования, работе со справочной и научной литературой, с современными источниками информации; показывать практическую направленность знаний, получаемых на уроках математики; учить мыслить широко, перспективно, видеть роль и место математики в общечеловеческой культуре, ее связь с другими наукам.

Задачи практической направленности по математике позволяют выделить основные результаты обучения и воспитания в контексте ключевых задач и универсальных учебных действий, которыми должны владеть учащиеся.

Процесс их решения, составления, анализ содержания и полученных результатов, является иллюстрацией практического применения математики, способствует формированию УУД, привлекает учащихся к творческой исследовательской деятельности.

Школьные учебники содержат недостаточное количество задач на установление связи математики с другими науками, с реальной действительностью. Поэтому возникает проблема экологизации математики, которую можно решать, подбирая и составляя задачи с различной экологической направленностью: анализ экологических исследований; мониторинговые данные; анкетирование, решение вопросов по проблемам природопользования и др.

Вопросы экологии в школьной математике, на мой взгляд, выполняют достаточно важные функции: от побуждения интереса к математике – науке, решающей глобальные современные проблемы, до формирования экологического мышления, жизненной позиции школьников.

Я хочу поделиться опытом многолетней работы в формате проекта
«МАТЕМАТИКА И ЭКОЛОГИЯ»

Истинную философию вещает природа; но понять ее может тот, кто научился понимать ее язык, при помощи которого она говорит с нами. Этот язык есть математика.

Галилео Галилей

Аннотация

«Математика и экология» – предметно-ориентированный, долгосрочный проект. Пробудить в детских душах желание изучать математику, решать текстовые задачи с одной стороны, формирование экологического мышления с другой – вот отправные точки проекта. Проект ориентирован на учащихся 5-6 классов.

Описание проблемы

Отношение учащихся к математике, как формальной, древней науке ;недостаточное количество в учебных пособиях текстовых задач, отражающих важные современные вопросы (вопросы экологии); неумение учащихся проявлять личную познавательную, творческую инициативу.

Цель проекта

Мотивация учащихся на изучение математики – важной науки, применяемой для решения актуальных вопросов современности на всех этапах развития человечества.

Задачи проекта

Создание целостного представления о практической направленности математики через решение и составление задач экологического содержания; формирование и развитие универсальных учебных действий; осуществление межпредметных связей; развитие интереса и творческих способностей учащихся; деятельностный подход через умение экспериментировать, исследовать, включаться в поиск и анализировать полученные результаты; воспитание патриотизма, ответственности, экономии, бережливости и трудолюбия; вовлечение семьи в процесс развития познавательных интересов учащихся.

Механизм реализации

- Частные задачи по темам курса;
- Открытые уроки с включением экологических задач;
- Внеклассные мероприятия в рамках недели математики «Экология и математика»;
- Открытые уроки в рамках городского, областного конкурсов «Учитель года» по программе озеленения города;
- Статья «Экологические задачи на уроках математики»;
- Интернет-ресурсы (тест): «Вопросы экологии языком математики», курсовая работа КПК при ТГУ;

- Факультативный курс (внеурочная деятельность) для учащихся 5-6 класов «Математика и экология»;
- Представление опыта на городском семинаре учителей «Математика и экология. Система работы»;
- Экскурсии на станцию юннатов, ботанический сад, посещение конференции по проблемам экологии Тверского края;
- Организация и проведение встреч с выпускниками, студентами-экологами;
- Организация проектно-исследовательской деятельности учащихся и их родителей;
- Участие учащихся в городском конкурсе рефератов («Математика и экология»), НПК «Капля чистой воды».
- Анкетирование учащихся школы, их родителей.

Инструментарий

Литература по математике; научная, популярная, периодическая литература по экологии; средства информации: телевидение, интернет; методические рекомендации по составлению факультативных курсов; положение об участии в конкурсе рефератов; положение об участии в научно-практической конференции; материалы для поведения праздника; конспекты занятий; материальная база: компьютер, оргтехника.

Ожидаемые результаты

- Создание программы факультативного курса для учащихся 5-6 классов «Математика и экология»;
- Продолжение курса «Математика и экология» для учащихся 7-9 классов при изучении теории стохастической линии (статистика, комбинаторика, вероятность), решении текстовых задач;
- Участие в конкурсе рефератов с темой «Экологические задачи от древности до наших дней»;
- Участие в научно-практической конференции с результатами исследовательской работы: «Капля чистой воды»;
- Создание школьного сборника экологических задач, составленных учащимися.

Выводы

- Основы экологии как науки о нашем общем доме – Земле – должен знать каждый человек планеты. Знания основ экологии помогут разумно строить свою жизнь и обществу, и отдельному человеку; они помогут каждому ощутить себя частью великой Природы; достичь гармонии и комфорта там, где ранее шла неразумная борьба с природными силами

- Поставить интерес и любознательность на службу развития ребенка – главная задача педагога. Взаимодействие математики и экологии приносит обоюдную пользу: математика получает широчайшее поле для многообразных приложений, экология – инструмент для получения новых знаний.

В рамках проекта

Программа факультатива для учащихся5-6 классов

(внеурочная деятельность)

«Математика и экология»

Пояснительная записка

В обучении математике задачи являются целью и средством обучения и математического развития школьников.

Текстовые задачи по математике несут ряд важных учебно-воспитательных функций. В частности, процесс их решения является иллюстрацией практического применения математики, способствует формированию, математических знаний и умений, привлекает учащихся к творческой исследовательской работе.

Основы экологии как науки о нашем общем доме – Земле – должен знать каждый человек планеты. Привить у учащихся интерес к математике через составление и решение задач на столь актуальную и важную экологическую тематику – занятие важное, нужное и значимое. Через экологические задачи формируются и развиваются УУД.

Экологизация математики будет способствовать получению учащимися знаний об окружающем мире, его экологической обстановке и будет выполнять развивающие и воспитательные функции образования.

ПРОБЛЕМА: *применение математики для развития экологического мышления.*

Цель курса: формирование интереса и уважительного отношения к математике, как науке, применяемой для решения важных проблем современности.

Задачи:

1. Создание целостного представления о практической направленности математики через решение и составление задач экологического содержания.

2. Обобщение, систематизация и углубление приемов и способов решения текстовых задач.

3. Развитие интереса и творческих способностей учащихся.

4. составление математических моделей, анализируя экологическую информацию.

5. Формирование умений проводить эксперимент, включаться в поиск и анализировать полученные результаты.

6. Воспитание патриотизма и осознание значимости каждого в решении глобальных проблем.

7. Воспитание экономии, бережливости и трудолюбия.

8. Вовлечение семьи в процесс развития познавательных интересов ребенка.

Формы и методы работы служат реализации поставленных задач: заинтересовать, научить, вовлечь в поиск. По виду познавательной деятельности: беседа, семинары, работа учащихся с текстом, самостоятельная работа с литературой, выполнение творческих работ. По способу организации деятельности: групповые занятия, экскурсии, праздники, творческие проекты.

Планируемые результаты:

- задачи экологического содержания вызовут интерес и уважительное отношение к математике;
- учащиеся отработают навыки решения текстовых задач, ознакомятся с элементами теории стохастической линии;
- ребята расширят свой кругозор, приобретут умения составлять математические модели;
- курс вовлечет учащихся в различные виды познавательной деятельности: экскурсии, конференции, творческие отчёты, эксперименты;
- учёт возрастных особенностей (интерес к новому, способность увлекаться, важность собственного участия) позволит посеять зерно «интереса» с дальнейшим прорастанием

Содержание

Предлагаемый курс относится к предметно-ориентированным.

Открывает курс занятие, актуализирующее связь математики, возникшей из практической потребности, и экологического образования, формирующего ответственное отношение к природе. На примерах демонстрируется переплетение этих наук и то, как материалы по экологии становятся содержанием математических задач.

Далее идет блок занятий по решению различных типов текстовых задач экологического содержания. Здесь отрабатываются навыки, различные способы решения задач, а так же пропедевтика основ теории стохастической линии через составление шкал, диаграмм.

Познавательный интерес учащихся реализуется и формируется через сбор и отработку количественной информации, полученной на экскурсиях, конференции, в процессе работы с литературой.

Умение самопредставления, самоутверждения приобретается через презентацию личных творческих проектов, проведение математико-экологического праздника.

Посещение научной конференции по проблемам экологии открывает для учащихся перспективы взаимодействия математики и экологии.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Содержание материала.	Кол-во часов	Форма организации, контроля
1	Понятие, актуализация проблем Экологии. Математика – как инструмент описания проблем.	1	Круглый стол
2-3	Задачи на все действия с натуральными числами.	2	Составление задачи
4-5	Задачи на проценты.	2	тест
6-7	Задачи с обыкновенными и десятичными дробями.	2	Групповая, самостоятельная работа
8-9	Шкалы и диаграммы. Элементы стохастической линии, наглядное представление о статистической информации.	2	Исследовательский проект.
10-11	Экскурсия на станцию юннатов, ботанический сад.	2	Составление текстовых задач
12-13	Творческий отчет. Математико-экологический праздник. Встреча со студентами-экологами.	2	Защита проектов
14-15	Подготовка и участие в конференции по проблемам экологии Тверского края.	2	Представление опыта

Перспектива:

Продолжение данного курса в следующих классах с применением экологического материала при изучении базовых тем 7-9 классов. Сотрудничество со станцией юннатов, кафедрой экологии ТвГУ. Выбор исследовательской темы (по проблеме водоиспользования) с выходом на научную конференцию «Шаг в будущее»

Приложение «Экологические задачи»

1.В лесу росло 99 красивых дубков. Неосторожный мальчишка оставил на опушке леса бутылку, которая явилась причиной пожара. После того как пожар потушили, выяснилось, что осталось только 73 дуба.

Посчитай, сколько процентов деревьев сгорело во время пожара. Ответ округли до десятых. <u>ОСТАВЛЕННОЕ СТЕКЛО МОЖЕТ СТАТЬ ПРИЧИНОЙ ЛЕСНОГО ПОЖАРА!</u>

2. В саду обнаружили 16 птичьих гнезд. В каждом из них было по 3 яйца. Дети дотрагивались до яиц в двух гнездах, поэтому птицы, высиживающие яйца в этих гнездах, бросили их. Птенцы из этих яиц не вылупились. В оставшихся гнездах вылупились все птенцы. Сколько птенцов вылупилось в саду? <u>НЕ ТРОГАЙ ПТИЧЬИХ ГНЕЗД И ЯИЦ! ПТИЦЫ БРОСАЮТ ГНЕЗДА, КОТОРЫЕ ТРОГАЛ ЧЕЛОВЕК!</u>

3.По подсчетам при мытье посуды за 1 минуту из крана вытекает 6 литров воды. Допустим, вы моете посуду 15 минут. Какое количество воды вы расходуете? Сколько воды вы сэкономите, если уменьшите ее использование на 2/3? Каким образом можно сэкономить пресную воду в быту?

4.Известно, что 1 т макулатуры спасает жизнь 18 деревьям, которые могут быть использованы для изготовления новой бумаги. Учащиеся школы собрали 12 т макулатуры. Сколько деревьев сохранили учащиеся школы, и сколько макулатуры в среднем принес каждый ученик, если в школе 30 классов и в каждом классе в среднем 25 учеников?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Большакова Н.В., Эндзинь М.П. Задачи экологического содержания на уроках математики. – Великий Новгород: ЦТР и ГО «Визит», 2014. – 98 с.

2. Доклад о состоянии и об охране окружающей среды Тверской области (2010–2015гг.). – Тверь: МПР России по Тверской области, 2016. – 23 с.

3. Концепция модернизации российского образования. – М.: Просвещение, 2014. – 36 с.

4. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н. Г. Элементы статистики и теории вероятностей. – М.: Просвещение, 2013. – 348 с.

5. Чернова Н.М., Галушин В.М. Основы экологии. – М.: Дрофа, 2015. – 235 с.

УДК 514 (075)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКОВ ГЕОМЕТРИИ (Атанасян Л.С. и др. и Бутузов В.Ф. и др.)

М.М. Пасечник
МБОУ ЦО №49, Тверь
E-mail: zakupka.spetsii@ yandex.ru

Хорошо известно, что успехи в обучении геометрии во многом зависят от содержания и структуры используемого учебника. По одним учебникам школьники работают с удовольствием (читают, рассматривают рисунки, активно выполняют предлагаемые задания). Другие учебные тексты воспринимаются иначе, ученики с неохотой открывают учебник и находят нужный текст и равнодушно начинают работать с ним.

В современной школе наибольшее распространение получил учебник геометрии Атанасяна Л.С. и др. [1], но также вводятся и новые учебники, например, учебники Бутузова В.Ф. и др. [2, 3]. Учебники соответствуют ФГОС основного общего образования.

Безусловно, на каждой ступени обучения геометрии важная роль в достижении намеченных целей отводится используемым учебникам. Среди основных положительных характеристик любого учебника выделяется развернутость текста, доступность изложения материала, наличие иллюстраций и рисунков.

Реализация целей обучения геометрии в школе напрямую связана со структурой курса и последовательностью изложения материала. Этот порядок в учебнике [1] отличается от порядка изложения в [2, 3].

В учебнике [1] автор предлагает знакомство предмета начать с вопроса: «Что изучает наука “Геометрия”?» Он говорит о причинах необходимости изучения свойств геометрических фигур, из каких разделов состоит учебник, на что следует обратить внимание при работе с учебным материалом. Также обучающимся предлагается ознакомиться с перспективным планом изучения предмета, который школьникам предстоит изучать в течение пяти лет.

В первой главе курса 7 класса «Начальные геометрические сведения» вводятся понятия точки, прямой, отрезка, угла, луча. Во второй главе «Треугольники» ученики знакомятся с признаками равенства треугольников, медианой, биссектрисой и высотой треугольника. В третьей главе «Параллельные прямые» переходят к изучению признаков и свойств параллельных прямых, к понятию аксиомы и, в частности, аксиомы параллельных прямых.

В учебнике [2] курса 7 класса также есть главы: «Начальные геометрические сведения», «Треугольники», затем изучается «Окружность», а параллельные прямые – в 8 классе.

Учебники отличаются не только последовательностью изложения учебного материала, но и способами и подходами введения новых понятий. В современных школьных учебниках геометрии пятый постулат часто заменяют, равносильной ему, но более простой по формулировке аксиомой (ее называют аксиомой параллельных прямых): «*через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной».* Опираясь на это утверждение, можно доказать, что прямоугольник, две смежные стороны которого равны данным отрезкам, существует. С другой стороны, французский математик Клеро А.К. доказал, что из существования хотя бы одного прямоугольника следует аксиома параллельных прямых.

В своем учебнике геометрии Бутузов В.Ф. использует следующую аксиому: *«для любых двух отрезков существует прямоугольник, две стороны которого равны этим отрезкам».* В этом случае утверждение, названное аксиомой о параллельных прямых не является аксиомой, а доказывается как теорема. Делается это из тех соображений, что ученику гораздо проще представить прямоугольник, нежели бесконечные параллельные прямые.

В 8 классе Бутузов В.Ф. предлагает ввести понятия синуса и косинуса тупого угла. Для этого сначала предлагается доказать следующее утверждение: *«для любого угла α из промежутка 0°< α <90° справедливы равенства:* $sin\,\alpha = 2sin\frac{\alpha}{2}\,cos\frac{\alpha}{2}$; $cos\,\alpha = 2cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$ *».* Затем, опираясь на доказанные формулы, даются определения синуса и косинуса угла из промежутка 90°< α <180°:

1. *Синусом угла* α *из промежутка* $90° \leq \alpha \leq 180°$ *называется число* $2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$.
2. *Косинусом угла* α *из промежутка* $90° \leq \alpha \leq 180°$ *называется число* $2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$.

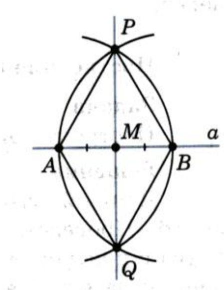
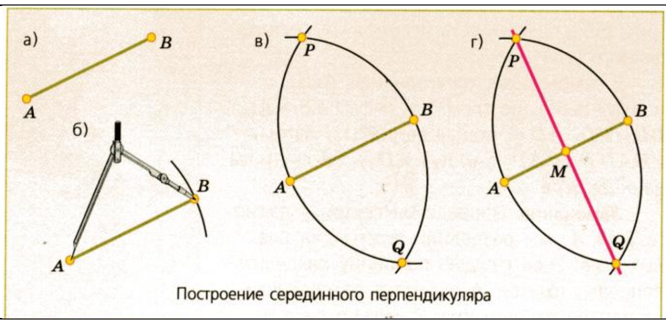
Далее делаются выводы: синус острого, прямого и тупого углов положителен, синус развернутого угла равен нулю; косинус острого угла положителен, прямого угла равен нулю, а косинус тупого и развернутого углов отрицателен.

Атанасян Л.С. в 8 классе дает определения синуса и косинуса острого угла через соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника, а в 9 классе, возвращается к этим понятиям, рассматривая прямоугольную систему координат и единичную полуокружность.

В учебниках Бутузова В.Ф. обсуждается происхождение некоторых геометрических терминов, вводится понятие ортоцентра треугольника, изучается теорема об окружности Эйлера: «*В неравностороннем треугольнике середины сторон, основания высот и середины отрезков, соединяющих ортоцентр с вершинами треугольника, лежат на одной окружности, центром которой является середина отрезка, соединяющего* *ортоцентр с центром описанной окружности, а ее радиус в два раза меньше радиуса описанной окружности».*

Эффективность обучения геометрии во многом определяется тем, каким образом кодируется информация, используются ли при этом рисунки, чертежи, схемы. В [2, 3] доказательства теорем и решения задач сопровождаются наглядными рисунками. Цветные иллюстрации, позволяют ученику разобраться в доказательстве теоремы, иногда даже не читая текста учебника, а лишь переходя от одного рисунка к другому. Геометрические задачи на построение, возможно, самые древние математические задачи, являются весьма существенным элементом изучения геометрии. Задачи на построение изучаются в 7 классе.

Сравним решения задачи на построение серединного перпендикуляра в двух учебниках.

***Учебник* [1]**	***Учебник*** [2]
Построение серединного перпендикуляра	
	

В учебниках Бутузова В.Ф. четко прослеживается основная идея автора – наглядность. Теоретический материал учебника изложен доступно и интересно, с учётом психологических особенностей школьников.

Система задач в учебниках [1 – 3] является трёхступенчатой.

Первая ступень – это основные задачи и вопросы к каждому параграфу, затрагивающие как тему данного параграфа, так и её связь с предыдущими темами.

Вторая ступень – дополнительные задачи к каждой главе, среди которых имеются более трудные, чем основные. Эти задачи могут быть использованы учителем, как для всего класса, так и для отдельных учеников.

Третья ступень – задачи повышенной трудности по каждому классу. Добавлены темы рефератов, список рекомендуемой литературы.

Бутузов В.Ф. вводит задачи с практическим содержанием, отвечая тем самым на вопрос, который неизбежно возникает у школьника: «Где изучение геометрии пригодится в жизни?».

В заключение отметим особенности линии учебно-методических комплексов по геометрии Бутузова В.Ф.:

– отличное от других линий построение аксиоматики,
– дифференцированный задачный материал,
– наличие практических задач.

В целом учебники Атанасяна Л.С и Бутузова В.Ф характеризуются большым задачным материалом, продуманной систематизацией. Учебники Бутузова В.Ф отличаются наличием большого числа дополнительных задач, задач повышенной сложности, проектно-исследовательских задач. Все это дает возможность учителю организовать индивидуальную работу с учениками, проявляющими особый интерес к геометрии, развить и повысить этот интерес.

Учебник Атанасяна Л.С и учебники Бутузова В.Ф позволяют достичь планируемых результатов обучения, предусмотренных ФГОС основного общего образования, а также способствуют развитию логического мышления, творческих способностей, пространственных представлений, формированию умения использовать геометрический язык и грамотно выполнять чертежи [4 – 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геометрия 7-9 : учебник для общеобразовательных учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2015. – 384 с.

2. Бутузов В. Ф. Геометрия 7 класс : учебник для общеобразовательных организаций / В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, В. В. Прасолов ; под ред. В. А. Садовничего. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 128 с.

3. Бутузов В. Ф. Геометрия 8 класс : учебник для общеобразовательных организаций / В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, В. В. Прасолов ; под ред. В. А. Садовничего. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 175 с.

4. Сравнительный анализ школьных учебников по геометрии [Электронный ресурс]. – URL: http://jurnal.org/articles/2009/ped13.html.

5. Решение задач на построение в курсе геометрии [Электронный ресурс]. – URL : http://tululu.org/sam/doc/113966/.

6. Голубев А. А. Стандартные и нестандартные задачи по геометрии. Часть 1: Планиметрия : учебное пособие / А. А. Голубев, Т. А. Спасская. – Тверь : Тверской государственный университет, 2013. – 96 с.

7. Голубев А. А. Пособие по математике для подготовке к ЕГЭ – 2017: учебное пособие / А. А. Голубев, Т. А. Спасская. – Тверь : Тверской государственный университет, 2017. – 124 с.

УДК 372.851

РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

М.С. Потапенко
МОУ многопрофильная гимназия №12, Тверь
E-mail: miroslava_tver@mail.ru

Предмет математики настолько серьезен,
что полезно не упускать случаев делать
его немного занимательней.
Б. Паскаль

Всем нам известно, что процесс усвоения знаний – это не только отражение педагогических воздействий. Многое зависит от личности ребёнка, его внутреннего мира, его интересов. Безусловно, познавательный интерес является мощным двигателем в обучении. Это один из самых значимых мотивов учения. Поэтому тема развития познавательного интереса очень актуальная, и я хочу остановиться сегодня на вопросах создания условий для развития познавательного интереса, для его формирования у учащихся. Важным условием воспитания интереса к школьному предмету является личность учителя, взаимоотношения учителя и ученика в процессе общения, организация взаимоотношений между учащимися на уроке. Каждый учитель-предметник, работая в школе, создает собственную систему работы с учениками. За несколько лет создается комплекс педагогических методик и средств, который позволяет эффективно излагать курс. И не существует среди этих комплексов двух одинаковых, как не существует двух одинаковых учителей или учеников. Хорошая методика развивает не только детей, но и самого учителя, делает работу приятной и успешно-результативной.

Главное условие успешного обучения – это способность учителя постоянно совершенствовать современный урок, находить новые подходы, приемы обучения учащихся, позволяющие повышать познавательный интерес к изучаемому предмету, повышать качество знаний учащихся. Каждый из нас может найти в опыте других учителей те изюминки, которые позволят ему усовершенствовать свою педагогическую деятельность. Что же такое современный урок?

Современный урок это:

– актуальный урок, интересный и полезный для ребенка и сейчас, и в будущем;

– активная позиция учащихся на уроке: ученик на уроке – учащийся, учится сам, учит других;

– уход от моноактивности учителя на уроке: учитель на уроке – дирижер, создатель условий для развития учащихся;

– на уроке не воздействие, а взаимодействие: позиция сотрудничества, сотворчества, соавторства;

– развитие – процесс внутренний, личный: развиваются не умения и навыки, а внутренний мир человека, представленный сознанием, которое и определяет качество мышления, знаний, поведения, деятельности.

Применение активных методов обучения и воспитания способствуют развитию приоритетных ценностей, таких как самостоятельность, критичность мышления, толерантность, положительная активная жизненная позиция. Современные уроки должны стимулировать познавательный интерес, вносить разнообразие в учебно-воспитательный процесс, расширять кругозор, общую культуру, помогают в развитии творческих способностей учащихся, а также создают благоприятную психологическую атмосферу, «ситуацию успеха», в которой дети готовы реализовать свои способности и возможности.

Естественно, что в современной школе должна быть востребована активная познавательная и творческая деятельность учащихся. Развивая познавательную и творческую активность детей, удается решить две альтернативные задачи:

1) «Разбудить спящих» детей, то есть вовлечь в активную познавательную и созидательную работу малоактивных слабых учеников через их равноправное сотрудничество с сильными учениками в достижении общей цели.

2) Наиболее полно раскрыть потенциал одаренных детей, вовлекая их в исследовательскую деятельность, связанную с реальными проблемами современного общества.

Успех обучения математике обусловлен наличием интереса к ней. А интерес к ней – это мощная сила в обучении. Это сила, которая заставляет учиться, заниматься исследовательской деятельностью, расширять свой кругозор. Мне очень близки слова американского математика Д. Пойа: "Обучение – это ремесло, использующее бесчисленное количество маленьких трюков". Вот про такие маленькие "трюки" в своей работе я хочу рассказать. Я не претендую на новизну предложенных здесь приемов. Многие из них широко известны. В общем смысле эти приемы – совокупное творчество учителей разного возраста и специализации. Но все они помогают учителю сделать свой предмет ярким, интересным и незабываемым для учеников.

Итак, как заинтересовать учеников?

Уже много лет в 5-6 классах я веду курс "Наглядная геометрия" по учебнику И.Ф. Шарыгина и Л.Н. Ерганживой [1]. Занятия проходят один раз в неделю на математическом кружке. В занимательной форме даются начальные геометрические понятия и определения, ребята знакомятся с геометрическими фигурами и телами. Но занятия кружка не похожи на уроки, потому что здесь ребята играют в разные геометрические игры:

пентамимо, стомахион. Сами изготавливают игрушку флексагон, а потом получают удивительные изменения формы и цвета, знакомятся с лентой Мебиуса, а потом проводят топологические опыты: разрезают, каждый раз смотрят, что получилось, сравнивают длины полученного и исходного колец. Ребята знакомятся с многогранниками, делают их развертки, а потом склеивают их, получая при этом красивые тетраэдры, кубы, октаэдры, додекаэдры, икосаэдры. А еще после этого курса геометрии, ребята знают о центральной, осевой и зеркальной симметрии, о параллельном переносе. Это не полный перечень всего, что узнают ребята 5-6 класса. Данный курс развивает геометрическую интуицию, пространственное воображение, глазомер. Кроме того, это и пропедевтика геометрии. Ребята в 7 классе идут на уроки геометрии без тревоги, для них геометрия – яркий праздник, увлекательные занятия.

Я хочу привести отрывок одного такого занятия. Тема занятия: «Лист Мёбиуса. Топологические опыты».

Цель занятия: рассказать ребятам, что представляет собой лист Мебиуса, почему его называют «математической неожиданностью», провести серию топологических опытов с листом Мебиуса.

Примечание: каждый ученик приносит на урок 5 полосок бумаги 30Х3 см, ножницы, клеящий карандаш.

Ход занятия

1. Рассказ учителя

В 1858 году лейпцигский профессор Август Фердинанд Мебиус, ученик знаменитого Карла Гаусса, астроном и геометр, послал в Парижскую академию наук работу, включающую сведения о необыкновенном листе. Семь лет он дожидался рассмотрения своей работы и, не дождавшись, опубликовал ее результаты. Одновременно с Мебиусом точно такой же необычный лист изобрел другой ученик Гаусса – Иоганн Себастьян Листинг, профессор Геттингемского университета. Свою работу он опубликовал на 3 года раньше, чем Мебиус – в 1862 году.

Что же необычного в этом листе? А то, что у него всего одна сторона! Мы же привыкли к тому, что у всякой поверхности две стороны.

Что собой представляет лист Мебиуса (а именно так он называется или лента Мебиуса)?

2. Практическая работа

Сначала возьмем полоску бумаги и склеим ее как обычно. Дальше сделаем модель листа Мебиуса. Возьмем бумажную полоску и соединим концы полоски, предварительно повернув один из них. (Учитель показывает, все ребята делают). Дальше берем в руки карандаш и окрашиваем лист, начиная с любой точки. По завершению работы видим, что весь лист полностью окрашен! Это значит, что у листа Мебиуса только одна сторона.

Провести аналогичный опыт с обычной лентой. Ребята делают выводы, что обычная склеенная лента – двусторонняя, лента Мебиуса – односторонняя.

Учитель: Поэтому лист Мебиуса относится к числу «математических неожиданностей». Рассказывает, что открыть свой «лист» Мебиусу помогла служанка, сшившая неправильно концы ленты.

3. Вторая неожиданность

У листа Мебиуса одна граница, у обычного кольца граница состоит из двух частей.

4. Дальше учащиеся выполняют практическую работу – топологические опыты с листом Мебиуса

Опыт 1

Склеиваем две ленты – обычную и ленту Мебиуса. (Ребята работают в парах, за одной партой получается обычная лента и лист Мебиуса). А теперь разрежем по средней линии обычную ленту и ленту Мебиуса. Нормальная лента распадается на две ленты такой же длины, но в два раза уже. Лента Мебиуса превращается в перекрученное кольцо, длина его окружности в два раза больше, само кольцо уже исходного. Еще эту ленту называют афганской лентой.

Опыт 2

Разрезаем афганскую ленту пополам.

Вывод делают ребята: получается две ленты, намотанные друг на друга.

Опыт 3

Разрезать лист Мебиуса не посредине, а отступая от края на треть ширины.

Вывод: Получается две ленты. Одна – тоненькая лента Мебиуса, другая - длинная афганская лента.

5.Рассказ учителя о применении ленты Мёбиуса

Лента Мёбиуса имеет своё применение в технике.

а) Полоса ленточного конвейера выполняется в виде ленты Мёбиуса, что позволяет поверхности изнашиваться вдвое медленнее. Это даёт экономию.

б) Во многих матричных принтерах красящая лента также имеет вид ленты Мёбиуса.

Заметим, что свойство односторонности не исчезает у поверхности, если её гнуть, растягивать, сжимать, но не склеивать и не рвать. Свойства геометрических фигур, которые не меняются при таких преобразованиях, изучает топология. Это название ей дал Иоган Листинг. А начало этой современной науки положили исследования листа Мёбиуса.

Ещё хочу рассказать об одном виде работы – написании рефератов и научно-исследовательских работ. Написание таких работ относится к исследовательской деятельности. Ученики учатся осмысленно читать и анализировать тексты, выделять главную и второстепенную информацию, составлять план текста, точно определять и формулировать цели и задачи реферата. Работа над рефератом, научно-исследовательской работой способствует расширению кругозора, повышению интереса к математике. После написания ученики выступают с защитой своих работ на научно-практических конференциях, которые ежегодно проводятся в нашей гимназии. Победители дальше выступают в городском конкурсе рефератов и научно-практической конференции "Шаг в будущее".

Я помогаю ребятам с выбором тем. Мы стараемся брать такие темы, которые будут интересны всем ("Золотое сечение", "Математические софизмы и парадоксы", "Симметрия в архитектуре Твери", "Магические квадраты") и темы, которые связаны с другими предметами ("История систем счисления", "Симметрия в биологии" "Решение математических задач Д. Менделеевым" и т.д.).

Написание исследовательских работ можно больше отнести к работе с одарёнными детьми. Одарённых "детей-звёздочек" – мало. Но они есть, и с ними нужно работать! В Докладе Правительства Российской Федерации в 2010 г. сказано: "Необходимо развивать творческую среду для выявления особо одарённых ребят в каждой общеобразовательной школе. Требуется развивать систему олимпиад и конкурсов школьников…". Поэтому, выявление одарённых детей, их поддержка, развитие и социализация становятся одной из приоритетных задач современного образования.

Наиболее эффективным средством развития, выявления способностей и интересов учащихся являются конкурсы и олимпиады разных уровней. Как показывает практика, если не начать работать с детьми в 5-7 классах, то потом вызвать интерес и побудить ребёнка серьёзно работать над задачами очень сложно. Учитывая всё сказанное выше, можно констатировать, что на сегодняшний день проблема подготовки учащихся к математическим олимпиадам является достаточно актуальной, хотя и далеко не новой.

Что у нас есть для подготовки ребят к конкурсам, олимпиадам? У нас есть самые разнообразные сборники задач, для любого возраста, любой сложности. Я часто использую в своей работе сборники задач Е.В. Смыкаловой [2, 3]. В этих сборниках, которые выпущены для всех классов, содержатся специально подобранные задачи для развития математического мышления. Все задачи - нестандартные, но их решение не требует дополнительных теоретических сведений по математике. Еще хочу посоветовать книгу А.В. Спивака "Математический кружок" [4]. В книге более 500 задач для 6-7 классов на разные темы: перекладывание спичек, задачи на логику, проценты, переливание, чётность-нечётность и т.д.

Сейчас много сайтов предлагают свои олимпиады по разным предметам, в том числе и по математике. Большинство таких олимпиад –

платные. Но есть и бесплатные олимпиады, где ребят ждут интересные задачи, анализ работы и разбор задач после окончания олимпиады. Одна из таких олимпиад – олимпиада "Фоксфорд", в которой можно бесплатно принять участие ученику 3-11 класса. Для участия в олимпиаде необходимо зарегистрироваться на сайте olymp.foxford.ru. 40 дней можно решать задания, менять решения, ответы. После подведения итогов каждый учащийся получает диплом или сертификат. Еще одна интересная олимпиада – олимпиада "Плюс". Задания олимпиады отличаются от типовых задач общеобразовательной программы по математике. Они даны в понятной детям игровой форме и нацелены на развитие нестандартного мышления. Задачи тренируют внимание, логику и пространственное воображение, учат мыслить шире привычных рамок, но при этом не требуют углублённого знания школьной программы. Многие из ребят участвовали в математической игре "Кенгуру". Среди задач этой игры много интересных, найти их можно на сайте http://russian-kenguru.ru.

Я предлагаю подборку задач для подготовки к олимпиадам, некоторые из которых можно предлагать учащимся, начиная с 5-6 классов.

1) Несколько учеников стоят в очереди в школьный буфет. Перед каким-то учеником стоят четверо, а после какого-то другого стоят пятеро. Один стоит посредине. Какое наименьшее число учеников стоит в очереди?

2) Волшебник оставил крокодилу Гене 500 порций эскимо. Гена за минуту съедает 25 порций, а Чебурашка – 4. Гена решил, что съест в четыре раза больше мороженого, чем Чебурашка. Через сколько минут после Гены закончит есть свое мороженое Чебурашка?

3) В классе 21 ученик. У никаких двух мальчиков количество друзей среди девочек-одноклассниц не совпадает. Какое наибольшее количество мальчиков может быть в классе?

4) В мешочке лежит 12 красно-синих, 15 сине-белых и 9 красно-белых шаров. Какое наименьшее количество шаров нужно вынуть, чтобы среди них гарантированно было хотя бы 7 шаров, имеющих одинаковый цвет половинки?

5) Из-за пробок в дороге семья приехала на дачу в 16 часов, хотя планировала – в 14.30. Сколько они ехали, если запланированная средняя скорость была на 25% больше реальной?

6) Есть десятизначное число 2946835107. Из этого числа вычеркнуть 5 цифр, чтобы получилось максимальное число?

7) На некотором острове очень интересный климат. Круглый год по вторникам и четвергам – ливни, по воскресеньям – туман, зато в остальные дни – солнечно. Утром какого дня нужно начать свой отдых туристу, если он хочет провести на острове 44 дня и захватить при этом как можно больше солнечных дней?

8) Олимпиада состоит из 5 задач и все оцениваются разным количеством баллов. Дима решил все. За две самые легкие задачи он получил 10 баллов, а за две самые сложные - 18. Какое максимальное количество баллов можно получить за все задачи?

Завершить хотелось бы словами великого русского педагога, писателя, основоположника научной педагогики в России К.Д. Ушинского: "Учение, лишенное всякого интереса и взятое только силой принуждения, убивает в ученике охоту к овладению знаниями. Приохотить ребенка к учению гораздо более достойная задача, чем приневолить".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарыгин И. Ф. Наглядная геометрия : учебное пособие для учащихся 5–6 классов / И. Ф. Шарыгин, Л. Н. Ерганжиева. – Дрофа, 2015. – 192 с.

2. Смыкалова Е. В. Сборник задач по математике для учащихся 5 класса / Е. В. Смыкалова. – Санкт-Петербург: СМИО Пресс, 2007. – 73 с.

3. Смыкалова Е. В. Сборник задач по математике для учащихся 6 класса / Е. В. Смыкалова.– Санкт-Петербург: СМИО Пресс, 2007. – 109 с.

4. Спивак А. В. Математический кружок 6-7 классы / А. В. Спивак. – "Посев", 2003. – 127 с.

5. Олимпиада "Фоксфорд" [Электронный ресурс]. – URL: http://foxford.ru.

6. Олимпиада "Плюс" [Электронный ресурс]. – URL: https://plus.olimpiada.ru.

7. Задачи "Кенгуру" [Электронный ресурс]. – URL: http://russian-kenguru.ru/konkursy/kenguru/zadach.

УДК 530.12 : 531.51

КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ В СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЯХ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

И.М. Поташов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Potashov.IM@tversu.ru

За свою вековую историю в теория гравитации появились множество моделей компактных гравитирующих объектов. Простейшая и наиболее известная модель – модель вакуумной чёрной дыры, полученная Шварцшильдом в 1916 году [1, 2]. Помимо данной модели, также широко известны модели Рейснера–Нордстрема, Керра, и Керра–Ньюмена [1]. Данные модели до сих пор являются показательными примерами в обучении студентов теории гравитации, а также являются основой для современных моделей в данной научной дисциплине.

Однако, вышеупомянутые модели не отвечают современным представлениям о гравитирующих объектах. Успехи современной астрофизики, космологии и смежных областей, открытие сверхмассивных чёрных дыр и тёмной материи, привели к тому, что существующие классические модели были пересмотрены и скорректированы. В частности, в последние два десятилетия широкое распространение получили модели конфигураций со скалярным полем. Это связано с тем, что скалярные поля хорошо подходят для моделирования тёмной материи, невидимой субстанции, взаимодействующей с барионным веществом только посредством гравитационного взаимодействия [3-5]. Также стоит отметить, что фантомные скалярные поля могут порождать гравитирующие конфигурации с нетривиальной топологией, такие как кротовые норы [6], топологические геоны [7-9], регулярные чёрные дыры [10].

Наиболее полную информацию о гравитирующей конфигурации можно получить из наблюдений за регулярными и периодическими движениями звёзд и планет, вращающихся вблизи её центра. Поэтому одной из наиболее важных в теории гравитации является задача об исследовании круговых орбит пробных частиц в окрестности гравитирующих конфигураций. В частности, для исследователей важны параметры последней устойчивой орбиты (Innermost Stable Circular Orbit – ISCO), которая ассоциируется с внутренним краем аккреционного диска соответствующей конфигурации. Ценными сведениями являются факт наличия или отсутствия последней устойчивой орбиты конфигурации, а также её радиус и угловая скорость обращения пробных частиц.

Круговые орбиты в окрестности вакуумных чёрных дыр и голых сингулярностей изучены достаточно подробно [1, 11], однако для конфигураций со скалярным полем данная проблема пока ещё слабо изучена. Это связано с тем, что форма нелинейного потенциала самодействия изначально не известна и должна быть определена по определённым наблюдательным данным в рамках конкретной модели.

Для моделирования конфигураций со скалярным полем хорошо подходит метод обратной задачи [8, 12 – 15]. При помощи данного метода были получены конфигурации с классическим [16], а также фантомным скалярным полем [17]. В последней работе для описания пространства-времени была использована метрика, записанная в квазиглобальных координатах:

$$A^2dt^2-\frac{dr^2}{A^2}-C^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\varphi^2\right), \qquad (1)$$

где метрические функции A и C зависят только от r. Для работы с данной метрикой хорошо подходят ортонормированные базисы векторных полей и 1-форм

$$\mathrm{e}_0=\frac{\partial_t}{A},\qquad \mathrm{e}_1=A\partial_r,\qquad \mathrm{e}_2=\frac{\partial_\theta}{C},\qquad \mathrm{e}_3=\frac{\partial_\varphi}{C};$$

$$\mathrm{e}^0=A\,dt,\qquad \mathrm{e}^1=\frac{dr}{A}\qquad \mathrm{e}^2=C\,d\theta,\qquad \mathrm{e}_3=C\sin\theta,$$

а также базис 2-форм

$\alpha^1=\mathrm{e}^0\wedge\mathrm{e}^1,\ \alpha^2=\mathrm{e}^0\wedge\mathrm{e}^2,\ \alpha^3=\mathrm{e}^0\wedge\mathrm{e}^3,\ *\alpha^1=\mathrm{e}^3\wedge\mathrm{e}^2,\ *\alpha^2=\mathrm{e}^1\wedge\mathrm{e}^3,\ *\alpha^3=\mathrm{e}^2\wedge\mathrm{e}^1,$

где $*$ обозначает оператор Ходжа. Использование данных базисов приводит метрику к виду $g=\mathrm{diag}\{1,-1,-1,-1\}$, а также позволяет применить метод Картана для вывода уравнений Эйнштейна и уравнений геодезических.

Уравнение геодезических $\nabla_U U=0$ в ортонормированном базисе равносильно системе из четырёх уравнений

$$\frac{dU^i}{ds}+\omega^i_j\left(U\right)U^j=0, \quad (2)$$

где U^i - компоненты 4-скорости $U=U^0\,\mathrm{e}_0+U^1\,\mathrm{e}_1+U^2\,\mathrm{e}_2+U^3\,\mathrm{e}_3$,

$$U^0=A\frac{dt}{ds},\qquad U^1=\frac{1}{A}\frac{dr}{ds}\qquad U^2=C\frac{d\theta}{ds},\qquad U^3=C\sin\theta\frac{d\varphi}{ds},$$

ω^i_j - компоненты связности, а индексы i и j пробегают значения от 0 до 3. Без потери общности, мы можем выбрать в качестве начальных условий $U^2=0, \theta=\pi/2$. Эти условия будут сохраняться при движении пробной частицы, то есть траектория её движения будет лежать в экваториальной плоскости.

Уравнения (2) в случае статической метрики (1) дают три интеграла движения:

$$\left(U^0\right)^2-\left(U^1\right)^2-\left(U^3\right)^2=k,\quad k=-1,0,1, \quad (3)$$

где $k=-1$, $k=0$ и $k=1$ соответствуют пространственноподобным, изотропным и времениподобным геодезическим;

$$C^2 \frac{d\varphi}{ds} = U^3 C = J, \quad (4)$$

где константа J - удельный момент импульса пробной частицы;

$$A^2 \frac{dt}{ds} = U^0 A = E, \quad (5)$$

где константа E - удельная энергия пробной частицы. Используя сохраняющиеся величины, мы можем переписать интеграл (5) в виде

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 = E^2 - V_{eff}, \quad V_{eff} = A^2\left(k + \frac{J^2}{C^2}\right). \qquad (6)$$

Форма эффективного потенциала V_{eff} полностью определяет характер движения пробной частицы, как и в случае механики Ньютона.

Мы ограничимся рассмотрением времениподобных и изотропных геодезических с $k = 0, 1$. Поскольку для круговых орбит выполняется условие $U^1 = 0$, то из интегралов движения (3) – (6) мы можем получить параметры орбит массивных частиц:

$$E^2 = \frac{A^3 C'}{AC' - AC'}, \quad J^2 = \frac{C^3 A'}{AC' - AC'}, \quad U^0 = \frac{E}{A}, \quad U^3 = \frac{J}{C}. \qquad (7)$$

Стоит отметить, что круговые орбиты могут существовать лишь в области значений радиальной координаты, для которой выполняется условие

$$AC' - AC' \geq 0, \qquad (8)$$

и при $C' > 0$ данное равенство будет определять фотонную орбиту, по которой могут двигаться лишь безмассовые частицы $(k = 0)$. Используя формулы (7) и условие (8) мы можем получить значение угловой скорости пробной частицы, измеряемой по часам удалённого наблюдателя:

$$\omega = \left(U^3 / C\right) / \left(U^0 / A\right) = \frac{J}{E}\frac{A^2}{C^2} = \sqrt{\left(A^2\right)' / \left(C^2\right)'}.$$

Эффективный потенциал (6) даёт достаточное условие существования круговой орбиты: при фиксированном значении удельного момента J минимум и максимум функции $V_{eff}(r, J)$ определяют, соответственно, радиальные координаты устойчивой и неустойчивой круговой орбиты. В работах [16, 17] определены два типа последних круговых орбит: если при уменьшении значения J точки экстремума функции $V_{eff}(r, J)$ сближаются, сливаясь в точку перегиба при некотором $J > 0$, то эта точка перегиба $r_{ISCO} > 0$ определяет последнюю устойчивую круговую орбиту первого типа; если функция $A^2 = V_{eff}(r, 0)$ имеет минимум в некоторой точке $r_{ISCO} > 0$, то такую орбиту относят к последним устойчивым орбитам второго типа – вырожденную круговую орбиту, на которой скорость вращения пробной частицы становится равной нулю. Данные конфигурации при $r < r_{ISCO}$ не имеют устойчивых круговых орбит.

Для описания гравитирующих конфигураций незаряженного скалярного поля используется действие

$$\Sigma = \frac{1}{8\pi}\int\left(-\frac{1}{2}S + \varepsilon\langle d\phi, d\phi\rangle - 2V(\phi)\right)\sqrt{|g|}\,dx^4,$$

где S - скалярная кривизна, $\varepsilon = \pm 1$ – знак кинетического члена, $V(\phi)$ – потенциал самодействия, а угловые скобки обозначают скалярное произведение относительно метрики.

Использование метода обратной задачи позволило установить, что для описания конфигураций с классическим скалярным полем ($\varepsilon = 1$) достаточно двух параметров [16]. Однако конфигурации с фантомным скалярным полем представляют собой более сложные объекты и не могут быть описаны при помощи конечного числа параметров [17].

Если функция неотрицательная функция $C(r)$ имеет второй порядок гладкости и удовлетворяет условиям

$$C'' \ge 0, \quad C = r + o(1), \quad r \to \infty, \qquad (9)$$

то метрическая функция A^2, скалярное поле и потенциал самодействия могут выражены формулами

$$A^2 = 2C^2\int\frac{r-3m}{C^4}dr, \quad \phi' = \sqrt{C''/C},$$

$$\tilde{V}(r) = V(\phi(r)) = \frac{1}{2C^2}\left(1 - 3C'^2A^2 - CC''A^2 + 2C'\frac{r-3m}{C}\right).$$

Тип конфигурации с фантомным скалярным полем определяется не только её массой m, но и асимптотикой функции $C(r)$. В частности, в работе [17] показано, что если $C \sim -ar, a > 0, r \to -\infty,$ то такие конфигурации в зависимости от массы, могут принадлежать к любому из основных типов, причём кротовая нора возможна только при определённой массе m_0; при $0 \le m < m_0$ конфигурация является голой сингулярностью; при $m > m_0$ конфигурация становится чёрной дырой.

Из условия (8) следует, что для конфигураций с фантомным скалярным полем существование круговых орбит возможно лишь в области $r \ge 3m$. Однако, свойства круговых орбит определяются не только массой конфигурации, но и функцией $C(r)$. В частности, разрешив уравнение $V'_{eff} = 0$ относительно J^2, можно установить, что круговые орбиты у таких конфигураций могут существовать только в области, где r_0 – точка минимума функции C. Это означает, что для конфигураций с массой $3m < r_0$ последние устойчивые орбиты будут относиться ко второму типу. Также можно утверждать, что для широкого класса функций, удовлетворяющих условиям (9), существует критическая масса $m_c > r_0/3$, такая что, для всех $0 \le m \le m_c$, метрическая функция A^2 имеет минимум на интервале $\left[3m,+\infty\right)$. Это будет означать, что все конфигурации с данными массами будут иметь ISCO второго типа, а при $m > m_c$ конфигурации будут иметь ISCO первого типа [17].

Таким образом, ряд конфигураций, определяемых функцией $C(r)$ с линейной асимптотикой при $r \to -\infty$, характеризуются двумя массами: m_0 – массой, разделяющей голые сингулярности и чёрные дыры, и m_c - массой, разделяющей конфигурации с орбитами разных типов. Например, для конфигураций с функцией

$$C(r) = \begin{cases} \left(81r^4 + 2r^2 - 4r + 8\right)^{1/4}, & r < 0; \\ \left(r^4 + 2r^2 - 4r + 8\right)^{1/4}, & r \geq 0 \end{cases}$$

мы находим, что $m_0 = 0.2721$, $m_c = 0.2400$. Характеристики конфигураций с данной функцией $C(r)$ в зависимости от массы можно записать в виде таблицы

Масса	Тип конфигурации	Тип ISCO
$0 \leq m \leq m_c$	Голые сингулярности	II
$m_c < m < m_0$	Голые сингулярности	I
$m = m_0$	Проходимая кротовая нора	I
$m > m_0$	Чёрные дыры	I

Для функции

$$C(r) = \left(r^4 + 2r^2 - 4r + 8\right)^{1/4}$$

мы получаем, что $m_0 = 0.0893$, $m_c = 0.2400$, и таблица с характеристиками конфигураций будет иметь вид

Масса	Тип конфигурации	Тип ISCO
$0 \leq m < m_0$	Голые сингулярности	II
$m = m_0$	Проходимая кротовая нора	II
$m_0 < m \leq m_c$	Чёрные дыры	II
$m > m_c$	Чёрные дыры	I

Результаты, полученные в рамках исследований конфигураций со скалярным полем, могут быть в дальнейшем использованы как в научных исследованиях при моделировании астрофизических объектов, так и в преподавании и изучении соответствующих дисциплин. Но для успешного применения метода обратной задачи и других приёмов, используемых при изучении современных моделей теории гравитации, исследователь должен иметь высокий уровень математической культуры, знать базовые математические дисциплины, а также овладеть рядом специальных методов, широко используемых в данной научной области: освоить вычисления в ортонормированном базисе, научиться грамотно использовать метод Картана и некоторые другие приёмы и методы. Без успешного освоения данных приёмов невозможно успешное освоение соответствующих дисциплин, глубокое понимание и дальнейшие исследования в данной научной области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чандрасекар С. Математическая теория черных дыр / С. Чандраскар. – М.: Наука, 1989.

2. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М . : Наука, 1988.

3. Schunck F.E. A matter model for dark halos of galaxies and quasars. Fermilab preprint, FINAL FPRINT-95-10, 1994.

4. Mielke E.W., Fuchs B., Schunck F.E. Dark matter halos as Bose-Einstein condensates // Proceedings of the 10th Marcel Grossmann Meeting. 2006. Pp. 39–58. doi:10.1142/9789812704030_0005.

5. Matos T., Guzmán F.S. On the space time of a galaxy // Classical and Quantum Gravity. 2001. Vol. 18. Pp. 5055–5064. doi:10.1088/0264-9381/18/23/303.

6. Visser M. Lorentzian wormholes: from Einstein to Hawking. – New York: AIP Press, 1995.

7. Sorkin R.D. Introduction to topological geons // Proceedings of the Topological Properties and Global Structure of Space-Time / Ed. by P.G. Bergmann and V. de Sabbata. Erice, Italy, May 12-22, 1985. Pp. 249–270.

8. Цирулев А.Н. Сферически-симметричные топологические геоны / А. Н. Цирулев, Ю. В. Чемарина // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. – 2007. – № 6. – С. 61–70.

9. Sakellariadou M. Production of Topological Defects at the End of Inflation // Lecture Notes in Physics. 2008. Vol. 738. Pp. 359–392. Available at: arXiv:hep-th/0702003.

10. Bronnikov K.A., Fabris J.C. Regular phantom black holes // Physical Review Letters. 2006. Vol. 96. Pp. 251101. Available at: arXiv:gr-qc/0511109.

11. Vieira R.S.S., Schee J., Kluźniak W., Stuchlík Z., Abramowicz M. Circular geodesics of naked singularities in the Kehagias-Sfetsos metric of Hořava’s gravity// Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology. 2014. Vol. 90.Pp. 024035. Available at: arXiv:gr-qc/1311.5820.

12. Nikonov V.V., Tchemarina Ju.V., Tsirulev A.N. A two-parameter family of exact asymptotically flat solutions to the Einstein-scalar field equations // Classical and Quantum Gravity. 2008. Vol. 25. Pp. 138001.

УДК 378.026.9

ОБРАЗОВАНИЕ И ТВОРЧЕСТВО

М.Н. Рыбаков
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: *m_rybakov@mail.ru*

Получая высшее математическое образование, человек не столько овладевает знаниями особенностей тех или иных математических теорий, сколько формирует у себя определённый тип мышления, способность решать тот или иной круг задач. При этом предполагаю, что мы довольно слабо представляем себе, каким будет наше будущее через пять, десять и более лет, какие конкретные задачи оно поставит перед теперешними студентами. Тем не менее, от них потребуется суметь понять и решить возникающие задачи, а в ряде случаев самим определить и сформулировать их. И здесь, помимо образования, потребуются творческие способности.

Я хочу затронуть вопрос творчества, то, как влияет процесс получения высшего образования на творческие способности личности студента.

Казалось бы, получение образования (в частности, математического) способствует развитию творческих способностей. Но, как мне видится, это далеко не так. Да, математик – это творец. Но многие ли выпускники математического факультета действительно становятся математиками?

Как мыслит математик? Ответы математиков на этот вопрос, которые мне довелось услышать, состоят в том, что математик мыслит *образами*. Не формулами, не математическими знаками или выражениями, не алгоритмами, не правилами, не формальными выводами, а именно образами. И процесс творчества математика связан с тем, как он работает с этими образами, какие взаимосвязи он видит и открывает. При этом то, что возникает потом в математических текстах (определения понятий, доказательства теорем и т.д.) может очень сильно отличаться от тех внутренних образов, с которыми математик работал, чтобы совершить своё открытие, получить новое математическое знание.

Как воспринимает математику студент? Если судить по диалогам на занятиях и экзаменах, то часто складывается впечатление, что математика воспринимается студентами (математического факультета!) как некая совокупность текстов (формальных или нет), которые почему-то надо уметь воспроизводить (в случае доказательств теорем) или создавать (в случае решения задач). Видение математики в форме достаточно богатых внутренних образов встречается реже (но встречается!), а жаль: ведь слово «образ» даже содержится в слове «образование».

Почему же при получении математического образования во многих случаях математика оказывается воспринимаемой как набор «внешних» текстов, а не «внутренних» образов? И почему я говорю об образах, хотя тему обозначил словом «творчество»?

Сначала отвечу на второй вопрос. Слова «образ» и «творчество» очень близки по смыслу. Сопоставьте:

образ – образовать – создать – сотворить –творчество.

Когда человек создаёт, творит, он, видимо, прежде всего создаёт (или открывает) именно образ. И уже этот образ воплощается в том, что мы потом называем творением. Многие математические понятия, теоремы и теории – это творения, а их создание и восприятие математиком – образное.

Как возникает образ? Мы узнаём нечто, некое понятие, открывая его новые стороны, грани, свойства и т.п., и эти разные стороны соединяются, дополняя друг друга и взаимодействуя друг с другом. Образ становится всё полнее. Мы не можем напрямую передать его, но можем с помощью тех или иных средств дать описание тех или иных его свойств.

Пример. Что мы имеем в виду, когда говорим «два»? Сначала это звук. «Два», «два». Мы слышим «два» в исполнении разных голосов. Потом это два яблока, два карандаша, два хлопка в ладоши… Постепенно нам открывается два как количественная мера. Потом мы знакомимся с записями «2», «II», «два». Ещё это часть ряда «раз, два, три, четыре…», это часть ритма «ать-два», это сумма 1+1, это чётное число, это простое число, это основание двоичной системы счисления, это коэффициент увеличения частоты звука при переходе на октаву выше… Мы так и не познаем до конца, что такое два, но процесс получения образования позволяет нам наполнять образ слова «два» всё больше.

Для математика за многими понятиями и теориями стоят богатые образы. Намного более богатые, чем в приведённом выше примере. Но их ли мы передаём студентам?

Студент может услышать на экзамене вопрос типа «что такое π?». И в этом случае весьма вероятно, что ответ типа «это отношение длины окружности к её диаметру» удовлетворит спрашивающего. При этом вопрос «что такое 2?», скорее всего, вызовет недоумение, и студент не сможет на него ответить более-менее удовлетворительно. Тем не менее, можно предположить, что образ числа 2 для него всё же намного богаче, чем образ числа π.

Образ возникает тогда, когда соединяются несколько видов или способов восприятия, когда мы «сталкиваем» этот образ с другими образами, заставляем его проявлять себя, смотрим, что при этом получается. И делаем открытия!

И вот теперь вопрос. Действительно ли система получения высшего (математического) образования способствует образованию таких образов, развитию творческого мышления?

Я хочу обратить внимание на некоторые возможности (и, увы, необходимости), имеющиеся в процессе получения высшего образования, неосторожное использование которых, как мне кажется, не только не идёт на благо творчеству, но и вредит ему.

Запрет на ошибки. Когда мы чему-то учимся, мы неизбежно совершаем ошибки, а в творческом процессе ошибки, как мне кажется, вообще просто неизбежны и, видимо, необходимы. Совершённые ошибки оказываются основой для того, чтобы лучше развить нужное умение, они выявляют наше незнание, недопонимание, дают возможность осознать и изменить это. Но если на совершение ошибки накладывается запрет (скажем, преподаватель может не давать студенту совершать ошибку, тут же останавливая его, или же наказывать за ошибку оценкой, неприятным комментарием, и т.д.), то студент стремится избежать ситуаций, в которых он может ошибиться, оказаться психологически уязвимым. Мы можем наблюдать это, когда студенты боятся задать «глупый» вопрос на лекции или выйти к доске, чтобы решить незнакомую задачу. Результатом становится страх, бездействие, отказ от творчества, и, как следствие, «внешние» математические тексты не приводят к формированию у студента соответствующих «внутренних» образов.

Рейтинговая система. Эта система устанавливает границы, достижение которых необходимо и/или достаточно для получения студентом той или иной оценки. В результате возникают условия, при которых внимание студентов можешь смещаться с сути предмета на оценку. И я не раз наблюдал ситуацию, когда достаточно низкие баллы по одной из изучаемых дисциплин служили основанием для того, чтобы забросить изучение остальных. Аргумент в этом случае примерно таков: всё равно уже будет тройка в сессии, зачем стараться? Аналогично, достаточно высокие баллы приводили к тому, что студенты получали «автоматом» хорошую оценку и не приходили на экзамен, чтобы получить «отлично»; это, в частности, означало, что для них пропадала необходимость готовиться к экзамену, повышать уровень своей компетентности в вопросах, связанных с изучаемой дисциплиной.

Слайды и презентации. Они могут быть красивыми, эффектными, в них проще проконтролировать правильность излагаемых положений. Но человек учится творить, наблюдая за тем, как это делает другой. И если лектор не творит математику *непосредственно на лекции*, то не создаётся важной основы для того, чтобы студенты могли увидеть это и повторить. Проведу аналогию: представьте, что обучение изготовлению глиняного кувшина на гончарном круге происходит путём демонстрации красочных рисунков этапов соответствующего процесса и даже демонстрируются гончарный круг, глина и кувшин, но сам процесс при этом остаётся «за кадром».

Тестирование. Оно заменяет общение «студент–преподаватель» на общение «студент–тест» и «преподаватель–тест». И здесь есть место ситуации, когда творчески мыслящий студент напишет тестовые задания плохо, но не из-за непонимания сути предмета, а по каким-то иным причинам. В контрольной работе или в беседе преподаватель мог бы увидеть причины ошибок, а в случае теста неверный ответ не даёт о них знать.

«Готовенькое» и «недоступное». Студентам нравится, когда материал излагается ясно, когда они могут относительно легко решать задачи. Ситуация, когда задачи оказываются относительно сложными и требуют много сил и времени для их решения, менее комфортна и часто нравится студентам меньше. Но именно во второй ситуации студенты вынуждены больше работать сами, а это создаёт условия, когда приходится пробовать, действовать, творить. Я не призываю к другой крайности – неясному изложению материала, но хочу обратить внимание на то, что когда студенту всё кажется слишком простым и ясным, он может не приложить необходимых усилий для того, чтобы в должной мере овладеть знаниями по дисциплине. А, не прикладывая усилий, он не творит. Для творчества нужны трудности, причём преодолимые.

Отсутствие практики, сопряжения с деятельностью. Под практикой я понимаю не столько практические занятия, сколько саму возможность практиковать применение знаний. Практика требует действий, а действие, как мне видится, является необходимым условием для творчества. На мой взгляд, было бы далеко не лишним создавать возможность активного вовлечения студентов в ситуации, когда они могут применять знания, получаемые на занятиях, практикуя их в рамках некоей деятельности. Думаю, здесь будет уместна аналогия с химическим или физическим опытом.

Конечно же, в каждом из указанных случаев стоит сделать оговорку: я вовсе не имею в виду, что каждый раз непременно чинится препятствие творчеству. Так, даже если ошибки не запрещены, для овладения знанием, умением или навыком всё же стремятся к безошибочности; рейтинговая система в некоторых случаях может оказаться стимулом к изучению материала по дисциплине; использование слайдов на занятии может быть очень даже уместным (например, слайды могут содержать наглядные иллюстрации чего-либо), а создание слайдов студентами вообще может быть частью творческой работы; аналогичные аргументы можно привести и в пользу тестирования, и в пользу очень ясного или очень сложного изложения материала, и даже в пользу отсутствия практики. Тем не менее, *системность* использования перечисленных возможностей, как мне видится, играет для творчества если не губительную, то угнетающую роль.

На мой взгляд, творчество является важной составляющей высшего (в частности, математического) образования, и было бы здорово, если бы в рамках образовательной системы оно мыслилось в качестве одной из значимых перспектив. При этом поддержка и развитие творчества на занятиях – навряд ли простая задача: она требует от преподавателя самому быть творческой личностью, постоянно развиваться и поддерживать это стремление у студентов.

УДК 004.9

ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНТЕРАКТИВНЫЕ ОБУЧАЮЩИЕ ТРЕНАЖЕРЫ В ПРЕПОДАВАНИИ ИНФОРМАТИКИ

А.А. Серов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Serov.AA@tversu.ru

Работа посвящена некоторым вопросам применения электронных интерактивных обучающих тренажеров в преподавании информатики. Представлена примерная методика создания таких тренажеров в курсах информатики с применением программ MS PowerPoint и SMART Notebook. Разработаны некоторые рекомендации по структуре создаваемых тренажеров.

Ключевые слова*: интерактивный обучающий тренажер, граф тренажера, презентация, слайды, гиперссылки, программы MS PowerPoint и SMART Notebook.*

В настоящее время в обучении школьников и студентов существенно возрастает роль электронных интерактивных обучающих тренажеров (ЭИОТ), в том числе и в процессе преподавания информатики. Тренажер в широком смысле - это технический комплекс, система моделирования и симуляции, компьютерные модели, специальные методики, создаваемые для того, чтобы подготовить личность к принятию качественных и быстрых решений [1]. В последнее время наибольшее распространение получили электронные ИОТ, основанные на применении компьютерного оборудования: компьютеров, проекторов, экранов, интерактивных досок.

Опыт применения ЭИОТ в учебном процессе позволяет выделить следующие положительные моменты: учитывается индивидуальный темп работы учащегося; сокращается время выработки необходимых умений и навыков; увеличивается количество тренировочных заданий; легко достигается уровневая дифференциация; повышается мотивация учебной деятельности [1]. Все задания в интерактивном тренажере должны предполагать наличие обратной связи, могут иметь возможность коррекции. К интерактивным заданиям в тренажере можно отнести последовательности вопросов или заданий. Интерактивность тренажера заключается в активном участии обучающегося в учебном процессе. Интерактивные тренажеры используются на различных этапах урока: закрепление нового материала, самостоятельная работа, проверка знаний. Важная роль отводится ЭИОТ в дистанционном обучении. Широко применяются в учебном процессе интерактивные интернет-тренажеры. Большое количество тренажеров по различным предметам для средней школы представлено на сайте [2].

Создание ЭИОТ по информатике вызывает особые сложности из-за специфики предмета: необходимо сканировать изображение (или его фрагмент) на экране компьютера с учетом различных режимов работы с данной программой, что не всегда возможно.

Для создания ЭИОТ можно использовать различное программное обеспечение. Наиболее доступны программы для создания презентаций MS PowerPoint и SMART Notebook. С технической точки зрения ЭИОТ в простейшем случае основан на использовании гиперссылок на другие слайды в этой же презентации. В программе SMART Notebook имеются и специальные интерактивные средства, которые можно отнести к ЭИОТ: тестирующие таблицы, средства, созданные с помощью инструмента «Конструктор занятия», тестирующее интерактивное средство «Активные точки» и др.

Структура тренажера условно может быть представлена в виде специальной блок-схемы или специального графа: блоки (вершины) соответствуют слайдам (с единственным заданием), а связи (ребра) соответствуют переходам к другим (или возврата к тому же самому) слайдам после ответа обучающегося, т.е. щелчка мышью на одном из вариантов ответа или на соответствующей области изображения. В простейшем случае граф тренажера может быть представлен в виде дерева без ветвлений. Часто этот граф имеет петли (кроме последней – итоговой вершины). Эти петли соответствуют возврату к слайду после неверного ответа. Данные тренажеры целесообразны для младших школьников или с преобладающей обучающей функцией. Тренажер с преобладающей тестирующей функцией не должен содержать петель, а должен представлять из себя дерево с ветвлениями, соответствующими всем ответам ученика: верным и неверным. Возможен возврат к неверно выполненному заданию, но не тому же самому, а аналогичному. При создании такого ЭИОТ целесообразно составить блок-схему (граф) тренажера для того, чтобы после ответов на все задания можно было бы сообщить учащемуся (функция ЭИОТ) не только количество правильно выполненных заданий, но и какие задания он выполнил неверно. С этой целью на этапе создания ЭИОТ на каждом слайде (в том числе и на одинаковых) удобно указывать его (двузначный) номер, затем данные номера удаляются. В таком случае «последних» слайдов будет достаточно много (2 в степени n, где n – число заданий).

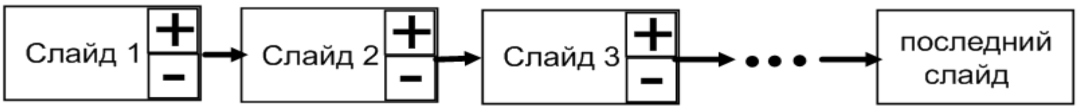


Рис 1. Граф простого ЭИОТ без петель

Рис 2. Граф ЭИОТ с преобладающей обучающей функцией (с петлями)

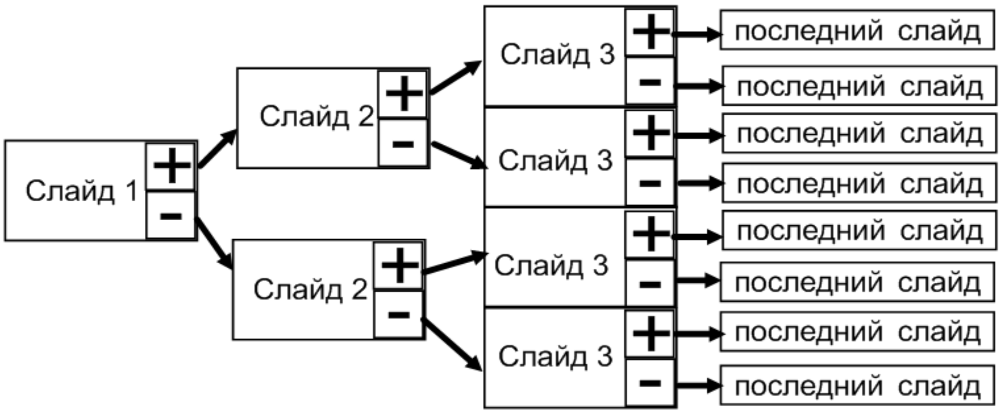


Рис 3. Граф ЭИОТ (с тремя заданиями) с преобладающей тестирующей функцией. Все слайды с одинаковыми номерами «различны» - содержат информацию о пути попадания на этот слайд.

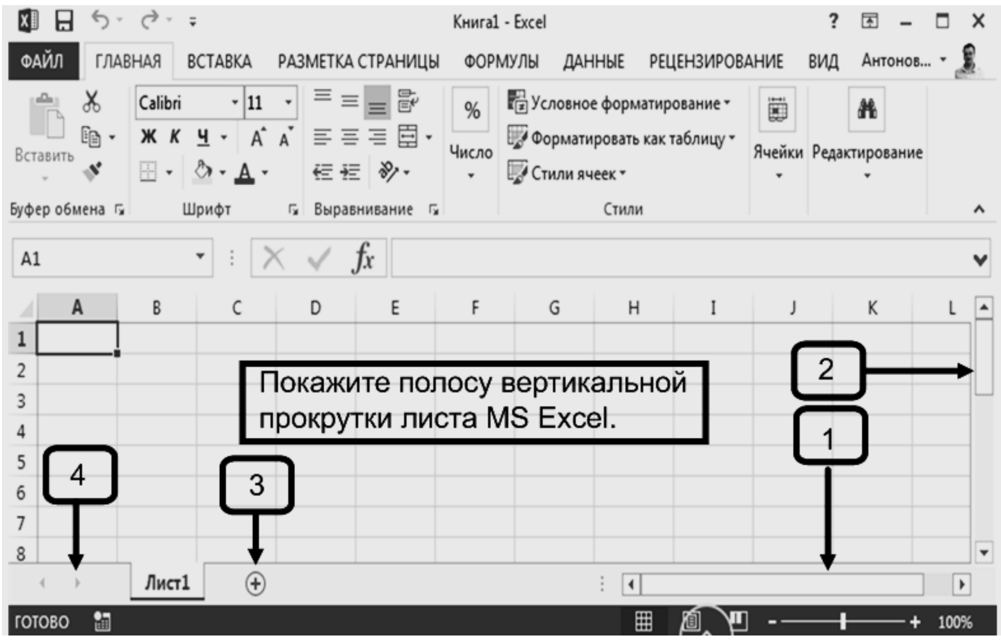


Рис 4. Пример одного из слайдов ЭИОТ по теме «Структура интерфейса табличного процессора MS Excel 2013», созданного в среде SMART Notebook.

Широкие возможности для создания различных ЭИОТ представлены в программе SMART Notebook: специальные тестирующие таблицы (классификация), инструментальное средство «Конструктор занятий» (классификация), инструментальное средство «Активные точки» (определение нужной области на изображении).

Создание ЭИОТ с применением интерактивного средства SMART «Активные точки» включает в себя следующие операции:

1. Данное средство загружается из Галереи/ LAT 2.0 -RU/ на слайд;
2. Переходим в режим редактирования;
3. Стандартное изображение заменяется собственным;
4. Определяем «активные точки» – точки на изображении, соответствующие ответам на задания теста; заданий может быть много.
5. Задаем параметры использования средства: оценка за расстояние, учет времени выполнения ответа. Выход из режима редактирования.

В режиме тестирования при ответе на задание обучающийся должен указать на изображении нужный объект. При этом оценивается близость ответа к нужной области на изображении, т.е. к «активной точке». Может оцениваться и скорость выполнения всех заданий. Так как число точек на изображении (потенциальных «ответов») практически бесконечно, то можно считать, что ЭИОТ, созданные на основе интерактивного средства SMART «Активные точки» выполняет функции открытого теста. В этом его ценность и отличие от стандартных ЭИОТ.

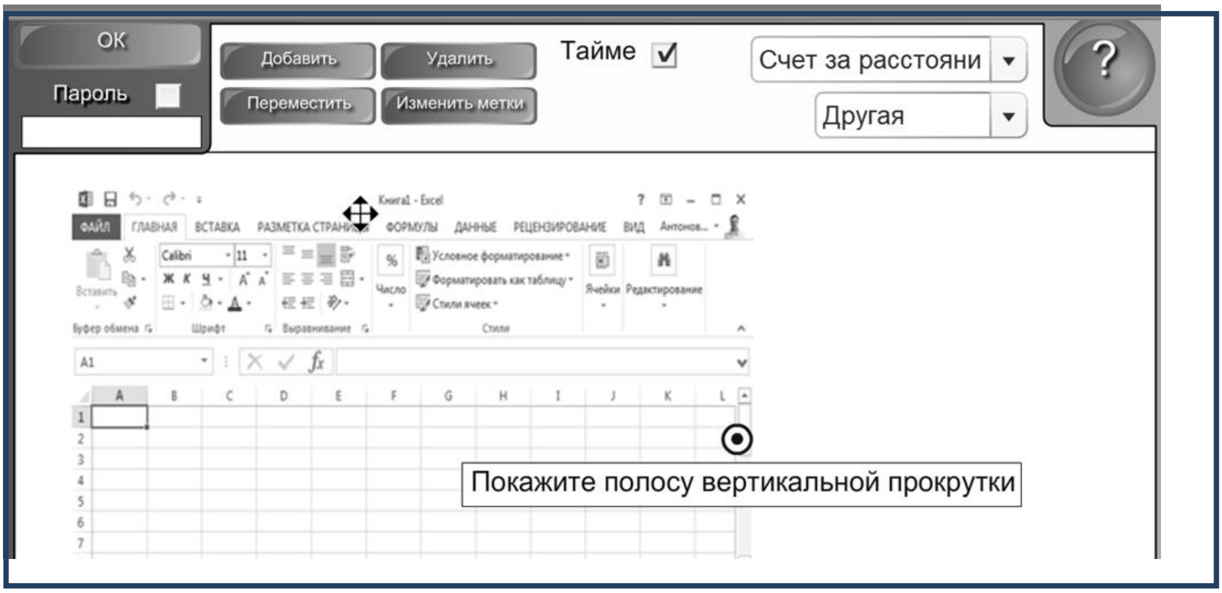


Рис 5. Создание ЭИОТ по теме «Структура интерфейса табличного процессора MS Excel 2013» в среде SMART Notebook на основе инструмента «Активные точки» (режим редактирования).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Векслер В. А. Интерактивные тренажеры и их значение в учебном процессе [Электронный ресурс] / В. А. Векслер, Л. Б. Рейдель // NovaInfo.Ru, 2016. – №41-1. –URL: http://novainfo.ru/article/4403.
2. Pedsovet.su [Электронный ресурс]. http://pedsovet.su/load/720-1-12.

УДК 372.851

РЕШЕНИЕ ПРОДУКТИВНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В РАМКАХ ТРЕБОВАНИЙ ФГОС

С.Н. Сильченкова
Муниципальное общеобразовательное учреждении
Бельская средняя общеобразовательная школа, Белый
E-mail: silchenkv67@mail.ru

По результатам международных исследований PISA и TIMSS российские школьники уступают своим сверстникам из других стран: в умении работать с информацией; в умении решать практические, социально- и личностно-значимые проблемы: проводить наблюдения, строить на их основе гипотезы, делать выводы и заключения, проверять предположения; в умении связывать с приобретаемой в школе системой знаний свой жизненный опыт.

Долгое время в обучении основной деятельностью школьников была репродуктивная. **Репродуктивная деятельность** – это деятельность, при которой ученик, получая готовую информацию, воспринимает ее, понимает, запоминает, затем воспроизводит. Основная цель такой деятельности: формирование знаний, умений и навыков, развитие внимания и памяти.

ФГОС второго поколения нацеливает на смену образовательной парадигмы: вместо передачи суммы знаний – развитие личности учащегося на основе освоения способов деятельности. Теперь в качестве главных результатов обучения выступают не предметные, а метапредметные универсальные учебные действия. В связи с этим, на первый план выходит продуктивная деятельность.

Продуктивная деятельность – деятельность, связанная с активной работой мышления, она выражается в таких мыслительных операциях как синтез и анализ, сравнение, классификация, аналогия, обобщение. Мыслительные операции – это логические приемы мышления или приемы умственных действий.

Обучение математике строится на решении различных заданий. Очевидно, что теперь эти задания должны быть продуктивными. А какие же задания можно отнести к продуктивным? Чтобы разобраться в этом, проведём сравнительный анализ.

Репродуктивные задания – это задания в которых конкретно поставлен вопрос, дана вся необходимая информация, очевиден ход решения. Они помогают получить предметные знания и умения.

№1. Известны массы четырёх предметов: 80 кг, 100 кг, 65 кг, 40 кг. Найдите их общую массу.

№2. Найдите площадь прямоугольника со сторонами 12 м и 10 м.

Продуктивные задания учат самостоятельно добывать и преобразовывать информацию, связывать реальную жизненную ситуацию с изученными правилами и закономерностями. Они нацелены на метапредметные результаты.

№1. Представь, что ты попал в такую ситуацию: твоя семья приглашена в гости на 10-й этаж. Сможете ли вы все вместе подняться на лифте, грузоподъёмность которого 400 кг?

№2. Дан план комнаты и размеры ковров. Определите, какой из предложенных ковров полностью закроет пол.

Порядок выполнения продуктивного задания

- Осмыслить задание (что надо сделать?)
- Найти нужную информацию (текст, рисунок)
- Преобразовать информацию в соответствии с заданием (найти причину, выделить главное, дать оценку)
- Сформулировать мысленно ответ, используя слова: «я считаю что, потому что, во-первых, во-вторых и т.д.».
- Дать полный ответ, не рассчитывая на наводящие вопросы учителя.

Как традиционные задания сделать продуктивными?

- Вместо оценки авторской предложить ученику оценить ситуацию самому.
- Отрабатывать учебные алгоритмы на материале жизненных ситуаций.
- Перенести акцент с воспроизведения на анализ информации.
- Дать задание паре или группе, распределив роли участников.

Конечно, с введением ФГОС в основную школу заметно изменилось содержание учебников, теперь в них огромная роль отводится продуктивным задачам. Но это можно сказать только о «Математике 5-6». Обучающиеся 7-11 классов пока не перешли на новые образовательные стандарты и поэтому пользуются старыми учебниками, в которых большинство заданий – это задания репродуктивного (воспроизводящего) характера, т.е. задания типа «назовите…», «решите…», «приведите примеры…», «расскажите правило…» и т.д.

В этих условиях основная нагрузка ложится на плечи учителя. Именно он должен на первое место поставить продуктивную деятельность обучающихся, постараться репродуктивные задания превратить в продуктивные. И если таких заданий нет в школьном учебнике, надо составлять свои.

Приведу примеры продуктивных задач, которые сама составляю и использую на своих уроках математики.

Задача

Домохозяйка любит заниматься консервированием. Однажды прочитала в журнале рецепт, где для маринада огурцов необходимо 180 г 9% уксуса, но в магазине был только 6% уксус и 70% эссенция. Подскажите, как ей поступить в этой ситуации.

Николай имеет счет в банке, по которому начисляется 10% годовых. Через сколько лет он сможет купить автомобиль по цене 177 000 рублей, если на счете у него 100 000 рублей?

Как бы ты поступил на месте Николая?

С.Я.Маршак «Сказка про козла»

Эй, не плачьте,
баба с дедом!
Накормлю я вас обедом,
Испеку пирог грибной
В два аршина шириной

Хватит ли бабе с дедом пирога, чтобы пригласить на чай соседей?

Ширина пирога
71 см · 2 = 1 м 42 см

Научить человека действовать в новой, незнакомой для него ситуации можно только одним способом: создавать ему эту новую ситуацию постоянно, день за днём.

Многое зависит от желания и характера педагога. Если учитель открыт для всего нового и не боится перемен, то он, несомненно, будет делать первые уверенные шаги в новых условиях реализации ФГОС, потому что именно учитель, его отношение к учебному процессу, его творчество и профессионализм – главный ресурс, без которого невозможно воплощение новых стандартов школьного образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования // Вестн. Образования.– 2009. – № 1. – С. 7-28.

2. О Федеральном государственном образовательном стандарте общего образования : доклад Российской академии образования / под ред. А. М. Кондакова, А. А. Кузнецова // Педагогика. – 2008. – № 10. – С. 9-28.

3. Щуркова Н. Е. Культура современного урока / Н. Е. Щуркова. – М.: Педагогическое общество России, 2000.

4. Мишакина Т. Л. Формирование универсальных учебных действий / Т. Л. Мишакина, С. А. Гладкова. – М.: Ювента, 2009. – 48 с.

5. Кузнецов А. А. О стандарте второго поколения / А. А. Кузнецов, М. В. Рыжаков // Математика в школе. – 2009. – № 2. – С. 3-7.

6. Вахрушев А. А. Продуктивные задания и их роль в формировании УУД (презентация) [Электронный ресурс] / А. А. Вахрушев. – URL: myshared.ru›slide/79499/.

7. Как реализовать принцип метапредметности в процессе обучения [Электронный ресурс] . – URL: http://lib2.znate.ru/docs/index-319478.html.

УДК 372.851

СЕТЕВЫЕ ПРОЕКТЫ КАК ОДНА ИЗ ФОРМ РАБОТЫ ПО ПРИВИТИЮ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ

М.А. Слизкова
МБОУ Рождественская СОШ, с. Рождество Фировского района
E-mail: ritas69@mail.ru

Е.В. Гаврилова
МБОУ Рождественская СОШ, с. Рождество Фировского района
E-mail: komarova-70@mail.ru

Одной из задач в условиях реализации ФГОС, стоящих перед современной школой, является создание таких условий для развития личности ребенка, которые воспитывают творчески мыслящего, к жизни готового, человека. С введением ФГОСов второго поколения мы получили нормативную базу, помогающую ответить на данный вопрос коллегам, администрации и родителям. В основе Стандарта лежит системно-деятельностный подход … «разнообразие организационных форм и учет индивидуальных особенностей каждого обучающегося (включая одаренных детей и детей с ограниченными возможностями здоровья), обеспечивающих рост творческого потенциала, познавательных мотивов, обогащение форм взаимодействия со сверстниками и взрослыми в познавательной деятельности». Всё это и многое другое можно реализовать в Сети. Образовательный стандарт ориентирует педагогов на привитие интереса к своему предмету путем использования разнообразных творческих видов работы, создавая возможности самим педагогам определиться с формой организации учебной деятельности.

Мы воспитываем необычное поколение, которое родилось, когда существует Интернет. Ученики обладают навыками работы с сетевыми информационными источниками. Мы уверены, правильно организованная совместная работа учащихся в Сети может дать нужный хороший результат привития интереса к предмету.

В связи с этим в нашем докладе будут рассмотрены 2 вопроса:

1. Какой опыт по использованию сетевых проектов уже имеется у учителей общеобразовательных школ и у нас.

2. С чего необходимо начать овладение сетевыми проектами.

Существует проблема утраты познавательного интереса учащихся к учению вообще и на уроках математики в частности, и, как следствие, происходит ухудшение успеваемости.

Как избежать этого? Как сделать учение интересным для учащихся? Как побудить в ученике стремление к творчеству, стремление работать над собой?

Одной из форм работы по привитию интереса является проектный метод (сетевой проект), позволяющий педагогу не только поставить определенную задачу, но и обеспечить ее выполнение, дать возможность работать детям как самостоятельно, так и в группе, максимально используя свои силы и знания. Мы согласны с мнением Е.С. Полат о том, что «Под учебным сетевым проектом мы понимаем совместную учебно-познавательную, исследовательскую, творческую или игровую деятельность учащихся-партнеров, организованную на основе компьютерной телекоммуникации, имеющую общую проблему, цель, согласованные методы, способы деятельности, направленную на достижение совместного результата деятельности».

Такая форма познавательной деятельности, как работа в сетевых проектах, способствует созданию такой обучающей среды, которая побуждает учащихся самостоятельно добывать, обрабатывать полученную информацию. Дети учатся разрабатывать идеи, коллективно находят решения, обязанности распределяют при выполнении общего дела, помогают товарищам, оценивают свою деятельность и деятельность других, выступают перед командой, представляя свою работу, подводят итоги, анализируют результаты («Чему я научился?», «Чему мне необходимо научиться?»). Все перечисленные умения соответствуют метапредметным результатам освоения обучающимися ФГОС. Для педагога создаются условия профессионального роста, нам кажется, что очень часто формат сетевого проекта ставит учителя в роль ученика. «Уча других, мы учимся сами» Сенека. Многому приходится учиться вместе с детьми, взаимообучение, которое происходит в сетевом проекте.

Не секрет для всех, что программа по математике объемная и на уроке нет возможности подробно рассмотреть вопросы по истории развития математики, вопрос о золотом сечении и многие другие вопросы. Мы обратили внимание на учебный сетевой проект (УСП) – это педагогическая лаборатория учителя, инструмент реализации индивидуального подхода к каждому ребёнку. В сети мы можем познакомиться с большим количеством интересных и полезных сетевых проектов, разработанных учителями. Хочется посоветовать педагогам самостоятельно начать дистанционное обучение по международной программе Intel «Обучение для будущего». (https://edugalaxy.intel.ru/index.php?act=elements), курсы проходите дистанционно и получаете сертификат.


Intel Обучение для будущего

Свидетельство

Выдано Слизковой Маргарите Анатольевне в том, что она прошла обучение по программе «Проектная деятельность в информационной образовательной среде 21 века» (72 часа) с 09 февраля по 15 апреля 2015 года и разработала учебный сетевой проект «Прогноз погоды на завтра» (http://goo.gl/x6pA4N)

Шелли Эсик, вице-президент и директор по юридическим и корпоративным вопросам Corporate Affairs Group

22 апреля 2015 года

Дата

«Институт повышения квалификации»

Е.А. Вострикова, канд. пед. наук Эксперт Программы

Мы попытаемся показать свое видение подходов к сетевым проектам на основе личного опыта

Проект «Математика в мире животных» (https://sites.google.com/site/matematikavmirezivotnyh/) проводился в рамках учебной темы "Решение задач" в курсе "Математика" и «Красная книга России» в рамках курса «Окружающий мир». Деятельность в проекте направлена на изучение редких видов животных и составление задач с применением числовых данных, полученных в ходе этой работы. Данные вопросы играют большую роль в обучении детей, так как проблема охраны окружающей среды является актуальной в наше время, а навык решения задач - одним из основных в изучении математики. Проект направлен на создание условий для развития логического мышления и личностных качеств обучающихся начальной школы, самостоятельности в добывании знаний, познавательной активности и инициативности.

В проекте **"Математика" Будем знакомы!"** (https://sites.google.com/site/davydovanatala/home) учащиеся узнали сферы деятельности, где встречается математика, выполняли практические задания. Во время работы над проектом учащиеся и родители познакомились с многогранностью науки математики, узнали историю развития математики, рассмотрели математику в искусстве. А также получили навыки работы с компьютерными программными средами и с сервисами web 2.0. В рефлексии команды в основном отмечают, что этапы понравились, не вызвали затруднений. В ходе работы над проектом командами были созданы индивидуальные и групповые продукты.

На **1 этапе** команды придумывали и создавали друг для друга задания, применяя системы счисления, и выполняли предложенные им.

На **2 этапе** каждая команда создавала свою ленту времени.

На **3 этапе** была создана совместная презентация "Галерея великих открытий".

На **4 этапе** была создана совместная газета.

На **5 этапе** команды выполнили задание от координатора проекта, а затем аналогичные задания придумали друг другу.

На **6 этапе** заполнили совместную таблицу, где поделились впечатлениями о прочитанных произведениях, где встречается математика. Так же создали "Сборник математических произведений". "Клякс@" Это была наша команда

"Мы, работая над проектом, удивились практичности математики, которая есть во всем, что нас окружает: в прогнозе погоды, в системах

безопасности интернета, а также в отношениях между людьми, искусстве или музыке. Узнали важность математики.”

Сетевой проект **"Золотое сечение - божественная мера красоты"** (https://sites.google.com/site/sablonuspplotnikova/home)

Странная, загадочная, необъяснимая вещь: эта божественная пропорция мистическим образом сопутствует всему живому. Неживая природа не знает, что такое «золотое сечение». Но вы непременно увидите эту пропорцию и в изгибах морских раковин, и в форме цветов, и в облике жуков, и в красивом человеческом теле. Все живое и все красивое – все подчиняется божественному закону, имя которому – «золотое сечение».

Итак, что же такое золотое сечение? Если вам стало интересно, то приглашаем поучаствовать в нашем проекте, из которого вы узнаете:

1. Где найти золотую пропорцию?
2. Как найти золотую пропорцию?
3. Как достичь красоты в окружающем мире?

И в конце проекта, пройдя все этапы, вы сможете ответить на вопрос: "Как достичь гармонии?"

Изготовили циркуль Фибоначчи и проверили золотое сечение.

Ссылка на слайд презентации:

https://goo.gl/VwJdi3 – Золотое сечение в искусстве
https://goo.gl/Y0Xck4 – Золотое сечение в архитектуре
https://goo.gl/IGCipm – Золотое сечение в природе
https://goo.gl/oQ03OC – Золотое сечение в окружающем мире


Учебный сетевой проект

СЕРТИФИКАТ

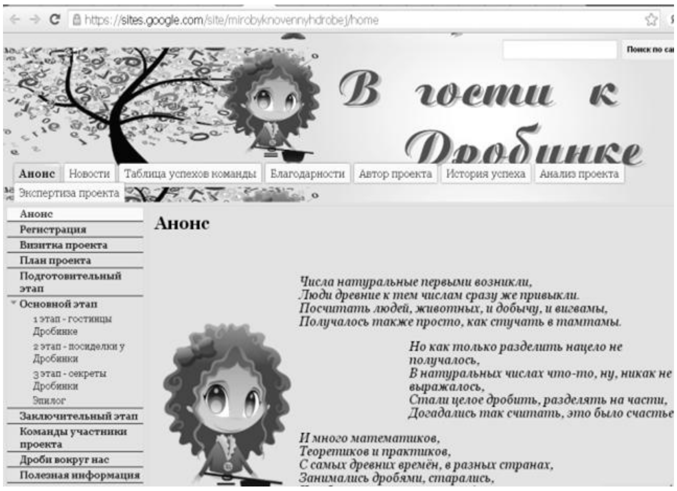
Номер сертификата
УСП2015/0619

Слизкова Маргарита Анатольевна,
МБОУ Рождественская СОШ,
с. Рождество, Тверской области
координатор команды «КЛЯКС@»
Участник международного учебного сетевого проекта
«Золотое сечение – божественная мера красоты»
https://goo.gl/GXWB8s
(Математика, информатика, искусство 6-7 кл.)

Автор проекта: Плотникова Д.Н.
Тьютор проекта: Степанова Н.В.

Отзыв учителя: «*Увидела, как на практических примерах, простых экспериментах можно заинтересовать ребят математикой*» (Горевой Т.А.)

Учебно-сетевой проект **“В гости к Дробинке”** (https://sites.google.com/site/mirobyknovennyhdrobej/home)



Проект направлен на расширение знаний учащихся по теме “Дроби”, на освоение сервисов web 2.0, на развитие коммуникативных, информационных и исследовательских умений. В ходе проекта участники изучили историю развития дробей, создали презентацию о роли дробей в окружающем мире, в метке на карте разместили задачи про дроби с региональным содержанием, составили классификацию областей науки, в которых применяются дроби.

В процессе прохождения этапов проекта участники искали ответы на вопросы:

1. Как технический прогресс способствует истории развития дробей?
2. Можно ли с помощью дробей измерить свою жизнь?
3. Как дроби влияют на развитие науки?
4. Как математика влияет на нашу жизнь?

Презентации о роли дробей в нашей жизни: **“Клякс@”**– https://goo.gl/1oCh60

Итогом работы всех команд стала виртуальная книга “Дроби вокруг нас”.

Проект "**Первые шаги в пространство**" ориентирован на погружение в удивительный мир геометрических фигур в пространстве.

Участвуя в проекте, ребята составят фотоальбом объектов окружающего мира, имеющих форму многогранников и тел вращения, создадут публикацию стихов. Расскажут о месте данных фигур в архитектуре родного города и продуктах деятельности предприятий своего региона. Сделают вывод, как знание и понимание геометрии обогащает жизнь каждого человека и как жизнь человека меняет жизнь родного города.

Практический результат: по итогам работы над отдельными этапами проекта учащиеся создадут публикацию ("Многогранники и тела вращения в объектах окружающего мира»), сборник стихов ("Многогранники и тела вращения"), совместную презентацию ("Многогранники и тела вращения в различных сферах жизнедеятельности человека"), ответят на вопрос – "Какое влияние оказывает геометрия на развитие культуры человека?"

В нашей школе дети участвуют не только в сетевых проектах по математике, но и по информатике, английскому языку и др. Учителя также сами разрабатывают сетевые проекты и конкурсы. Проекты, разработанные М.А. Слизковой и Е.В.Гавриловой **«Тайна координат»** (https://2015taina.blogspot.ru/) ждет апробации. Будут реализованы в этом году «**7Я и Интернет**», **«Мы часть природы», «Прогноз погоды на завтра»**.

Учитель, приглашая учеников в сетевой проект, видит в них людей XXI века. Старается невольно прививать интерес к своему предмету. Давайте поддержим своих учеников, поможем им войти в современный быстро меняющийся мир.

Если вас заинтересовали сетевые проекты, то с ними можно познакомиться на сайте Путеводитель сетевых проектов (https://sites.google.com/site/putevoditelusp/marsruty-2016-17/-kosmos-kak-predcuvstvie-7---9-klass)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полат Е .С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / под ред. Е. С. Полат. – М., 2000. – 53 с.

2. Анонс учебных проектов 2015-16 учебного года [Электронный ресурс]. – URL: http://proektbel.blogspot.ru/2015_12_01_archive.html.

3. Путеводитель сетевых проектов [Электронный ресурс]. – URL: https://sites.google.com/site/putevoditelusp/marsruty-2016-17/-kosmos-kak-predcuvstvie-7-9-klass.

УДК 374 : 371.278 : 51

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СПАРТАКИАДА КАК ФОРМА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Е.В. Соколова
МБОУ СОШ № 1 города Зубцова Тверской области
E-mail: elenasok69@yandex.ru

Е.И. Лашкова
МБОУ СОШ № 1 города Зубцова Тверской области
E-mail: lashcova@yandex.ru

Л.Г. Гусева
МБОУ СОШ № 1 города Зубцова Тверской области
E-mail: liud.guseva2014@yandex.ru

Л.Г. Артюхина
МБОУ СОШ № 1 города Зубцова Тверской области
E-mail: artjukhina.luda@yandex.ru

Т.Ю. Евстигнеева
МБОУ СОШ № 1 города Зубцова Тверской области
E-mail: tana5-5@mail.ru

С.Г. Космачёва
МБОУ СОШ № 1 города Зубцова Тверской области
E-mail: kossweta69@yandex.ru

Перспективы развития математического образования в России описаны в Концепции развития российского математического образования. В ней, в частности, сказано, что приоритетами математического образования является развитие способностей:

- к логическому мышлению, коммуникации и взаимодействию на широком математическом материале;
- к реальной математике: математическому моделированию (построению модели и интерпретации результатов);
- к поиску решений новых задач~~и~~, формированию внутренних представлений и моделей для математических объектов, преодолению интеллектуальных препятствий.

Последние годы, с введением ФГОС, должен осуществляться деятельностный подход к обучению.

Деятельность, как основной элемент математического образования, является базовым принципом Концепции. Деятельность может состоять, в том числе, и в решении задач, доказательстве теорем, приложении математики.

В нашей школе уже в течение нескольких лет особое внимание уделяется именно популяризации математики и физики, развитию интереса к этим наукам.

Как сказано в Концепции, важным элементом, поддерживающим престиж математики и интерес к ней в обществе, являются математические соревнования школьников. Должен быть расширен охват ими, как и играми с математическим и логическим содержанием. При этом должны реализовываться принципы «соревнование не с соперником, а с задачей», «выигрывает каждый».

Мы предлагаем в качестве мероприятия, направленного на реализацию этой цели, традиционную физико-математическую спартакиаду, которая уже восемь лет проходит в нашем районе, на базе МБОУ СОШ № 1 г. Зубцова.

Каким образом можно повысить мотивацию к обучению, развивать познавательные навыки обучающихся, умения самостоятельно конструировать свои знания, ориентироваться в информационном пространстве, развивать критическое и творческое мышление?!

Решению этой проблемы и посвящена наша спартакиада, целью которой является создание условий для применения знаний в нестандартной ситуации и развития личностных, метапредметных и предметных учебных действий обучающихся в рамках ФГОС, способностей к успешной социализации в обществе через внеурочную деятельность.

Задачи перед нами стояли следующие:

- способствовать формированию коммуникабельности, умению работать в команде, создать условия для формирования у учащихся адекватной самооценки;
- создать условия для развития личностных, метапредметных и предметных учебных действий обучающихся.

Спартакиада проходит в несколько этапов:

<u>1. Подготовительный этап включает следующие пункты:</u>

a. Разработка положения о спартакиаде и его рассылка по электронной почте в школы района.
b. Подготовка заданий.
c. Прием заявок на участие.
d. Формирование команд и работа по выбору эмблемы, речевки, девиза.
e. Координация выполнения творческого домашнего задания.

<u>2. Основной этап:</u>

a. Проведение спартакиады.
b. Подведение итогов, награждение победителей.

Проведение:

1. Разминка: не оценивается, но поднимает настроение и тонус!

Примерные упражнения: показать запуск первого ИСЗ, бегущую поперечную и продольную волну, броуновское движение, построиться в виде кристаллической решетки, показать равносторонний треугольник, показать 2 в квадрате и др.

Внимание! Передвижение к каждому этапу осуществляется определенным в путевом листе способом! За подход к этапу ставятся баллы!

Этапы спартакиады

Этап №1 «Представление команд»

Коротко представить команду, название, девиз.

Этап №2 «Мы попали в тир»

Три человека от команды по очереди бросают дротики. В зависимости от цвета получают три карточки с задачами различной сложности: красный 5 баллов, зеленый – 4 и желтый цвет – самый низкий уровень сложности – 3 балла. Вся команда решает в течение 5 минут. Максимальный балл 15.

Примеры заданий:

Карточка красного цвета (5 баллов)

В одном дворе живут четыре друга: Вадим и шофёр старше Сергея, Николай и слесарь занимаются боксом; электрик – младший из друзей. По вечерам Андрей и токарь играют в домино против Сергея и электрика. Определите профессию каждого из друзей.

Карточка зелёного цвета (4 балла)

В бутылке, стакане, кувшине и банке находится молоко, лимонад, вода и квас. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с квасом. Куда налита каждая жидкость?

Карточка жёлтого цвета (3 балла)

Можно ли из проволоки, длина которой 20 см, согнуть такой треугольник, одна сторона которого была бы равна: 1) 8 см; 2)10 см; 3) 12 см?

Этап №3 «Гулливер»

За 10 минут измерить высоту всей команды, выразив её в локтях. Максимальный балл 10.

Этап №4 «Мастерская Лобачевского»

Построить окружность с помощью подручных средств и разделить её на 4 равные части, задействовав всех игроков команды за 10 минут. Максимальный балл 5.

Этап №5 «Кегельбан»

В ряд выстраивают кегли трех цветов: желтые, красные, синие. Теннисным мячом три человека сбивают кегли. В зависимости от цвета получают и задачу с разными баллами: за красную – 1 балл, за желтую – 2 балла, за зеленую – 3 балла. Максимальный балл 15.

Примеры задач:

Красная кегля (1 балл)

Продолжить и отгадать:

Я приношу с собою боль, в лице большое искаженье.

А «ф» на «п» заменишь коль, то превращусь я в знак.

Желтая кегля (2 балла)

На дворе гуляли кролики и куры. Всего 12 голов и 38 ног. Сколько было кроликов и сколько было кур?

Зеленая кегля (3 балла)

Найдите число, 1/2 которого равна 1/3 от числа 15.

Этап №6 «Экспериментариум»

За 10 минут провести физический опыт и дать необходимые пояснения (задания в конвертах, каждая команда выбирает один из них) Максимальный балл 5.

Пример:

Извлечь монетку из тарелки с водой, не замочив рук (оборудование: стакан, спички, бумага).

Этап № 7 «Мир чисел»

За 8 минут прыжками по клеточкам, нарисованным мелом на асфальте, выбирая только те числа, о которых идет речь в задании на признаки делимости и четные – нечетные числа. Максимальный балл 5.

Пример: прыгать только по клеткам с числами кратными 3.

Этап № 8 «Черный ящик» «Угадай-ка»

Разгадать ребус или угадать физический прибор и по описанию назвать ученого (можно использовать подсказки, но количество баллов за правильный ответ снижается).

Пример: «Угадай-ка»

Французский математик, механик, физик, литератор и философ. Классик французской литературы, один из основателей математического анализа, теории вероятностей и проективной геометрии, создатель первых образцов счётной техники, автор основного закона гидростатики. Родился в городе Клермон-Ферран 19 июня 1623 г. в семье высокообразованного юриста, занимавшегося математикой и воспитывавшего своих детей под влиянием педагогических идей М. Монтеня. Получил домашнее образование; рано проявил выдающиеся математические способности, войдя в историю науки как классический пример отроческой гениальности. В конце 1646 года, узнав от знакомого отца о торричеллиевой трубке, он повторил опыт итальянского учёного и подошёл к установлению закона распределения давления в жидкостях.

В честь него названа единица измерения давления.

«Черный ящик». У этого прибора есть шкала, но нет стрелки. В нем мало деталей, он прост по конструкции. Знакомимся с ним в разделе физики «Механика». С помощью этого прибора измеряется физическая величина, названная в честь великого английского физика.

Принцип действия основан на деформации пружины под действием прикрепленного к ней груза, который движется вниз под действием силы тяжести. В момент, когда сила упругости, возникающая в пружине, станет равной силе тяжести, груз останавливается.

По показанию можно определить силу тяжести, упругости и вес тела, которые, если груз покоится, равны.

Этап № 9 «Заморочки из бочки»

Каждая команда получает набор заданий, составленный из приложений №1, №2, №3, №4 и за отведенное время должна назвать ответы, которые обсуждают всей командой.

Задания из приложения 1 оцениваются в 3 балла, из приложения 2 – 2 балла, из приложения 3 – 1 балл, из приложения 4 – 2 балла каждое задание. Максимальное количество баллов составляет 10 баллов.

Пример:

Для разведения картофельного пюре быстрого приготовления «Зеленый великан» требуется 1 л воды. Как, имея два сосуда емкостью 5 и 9 литров, налить 1 литр воды из водопроводного крана?

Заключительный этап

- Анализ, изучение общественного мнения, проведение социологического опроса.
- Публикация в прессе.
- Создание буклета.
- Фотоотчет.

Проект реализован в течение ряда лет и продолжает развиваться. За это время повысился интерес учащихся к точным наукам, число участников спартакиады неуклонно растет (см. диаграмму 1).

Происходит популяризация физики и математики, оздоровление, отработка обучающимися практических навыков и умений, применение знаний в нестандартной ситуации, развитие способностей к успешной социализации в обществе через внеурочную деятельность.

Диаграмма 1

В заключение хотим еще раз привести цитату из Концепции: «Элементы математического просвещения (в том числе – в форме занимательных задач, игр, головоломок, телеконкурсов) должны насыщать среду обитания, интегрироваться в массовую культуру Детские математические соревнования, в том числе – игры с математическим содержанием (к которым относятся шахматы и шашки) как имеющие формальный статус, так и поддержанные профессиональным сообществом, должны стать интересны всем».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция развития российского математического образования. Ключевые идеи. Версия 20 января 2013.

УДК 372.851

ОБУЧЕНИЕ ПРИЁМАМ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ЗНАНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Н.В. Старикова
МОУ Городская средняя общеобразовательная школа г. Калязина Тверской области
E-mail: natali.starikova.80@mail.ru

В.В. Кочкова
МОУ Городская средняя общеобразовательная школа г. Калязина Тверской области
E-mail: v.ko4kova@yandex.ru

"Не в количестве знаний заключается образование,
а в полном понимании и искусном применении
всего того, что знаешь".
А. Дистервег

Каждый из нас хоть раз в жизни задал себе такой вопрос: «Зачем мне нужна математика?». Кто-то задает себе этот вопрос из любопытства, а кто-то, чтобы оправдать нежелание учить математику.

- Математика развивает логику и мышление.
- Тренирует силу воли. Никто не сказал, что выучить математику легко и просто, но упорным трудом можно многого добиться. Математика как никто иной помогает научиться преодолевать трудности.
- Помогает осваивать различные технические профессии.

Мы работаем в классах, где дети часто задают вопросы: «А где в жизни нам это пригодится?» На уровне 5-6 класса легко показать нужность математики, а в старших классах? Возникло желание показать учащимся практическое использование получаемых знаний в жизни: дома, во дворе, на кухне, на даче, в банке, в магазине, на отдыхе. К этому приему обучения мы пришли не только потому, что нужно реализовать ФГОС, но ещё из-за внутренней потребности. Дети в классах имеют разные уровни мотивации к обучению. С высоким уровнем легко осваивают науки. А вот со средним и слабым уровнем дети бегут от знаний, поэтому приходится использовать практические задачи из жизни. Какой длины сделать ручку для тяпки, чтобы было удобно бабушке полоть грядки, как найти точку для гвоздя, чтобы картина висела ровно на стене.

Применяются ли математические расчеты в жизни? Естественно, да, ни для кого не секрет, что математика прикладная наука. И каждый из нас сталкивается с математикой ежедневно в жизненных ситуациях. Мы ходим в магазин за покупками, готовим пищу, ведем экономические расчеты, получаем заработную плату, производим оплату коммунальных услуг, делаем ремонт.

Можно назвать еще много областей, в которых человек использовал бы знания точной науки – математики. Что же такое «задача с практическим содержанием»? Под математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера) мы понимаем задачу, условие которой раскрывает приложения математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с ее использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций. Совместно с учащимися выясняем, что один из жизненных вопросов - ремонт квартиры. Здесь без применения математики обойтись никак нельзя. За ремонт нужно платить деньги. При этом неизбежно возникает вопрос: сколько и за что именно с меня берут деньги? Правильно ли строители посчитали стоимость ремонта? Как посчитать объемы работ при ремонте? Вот здесь, как нельзя, кстати, нам пригодятся знания математики. Итак, если мы делаем ремонт, то нужно, хотя бы приблизительно знать объемы предстоящих работ. Расчет объемов работ - дело довольно нудное, но нужное. Сколько нужно купить краски? Сколько нужно купить линолеума? Эти цифры также берутся из объемов работ. Ремонт нельзя считать законченным, если не повешены карнизы, шторы. Во всем этом, кроме вкуса, на помощь придет геометрия.

Стремительно развивающиеся изменения в обществе и экономике требуют сегодня от человека умения быстро адаптироваться к новым условиям, находить оптимальные решения сложных вопросов, проявляя гибкость и творчество, не теряться в ситуации неопределенности – то есть незнания математики.

Практическое использование знаний математики в жизни - как приём обучения, состоит из двух модулей:

1. Получение фундаментальных математических знаний, следуя программе;
2. Интерактивного ситуационного метода обучения (практического), который состоит из практических занятий.

Цель - закрепление знаний, полученных в первом модуле, приобретение ситуационного опыта. В отличие от этого восприятие через личностный опыт запоминается надолго. (Лабораторные, практические работы, эксперименты).

Переход на ФГОС нового поколения требует пересмотра содержания математического образовании. На первый план выходит не просто передача знаний, умений и навыков, а формирование математической компетентности, которая выражается в способности применять математический аппарат для решения любых практических задач.

Поэтому на уроках мы стараемся решить важнейшую задачу современной системы образования - формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность к саморазвитию и самосовершенствованию. Все это достигается путем сознательного, активного приобретения учащимися социального опыта.

Во время таких практических работ у детей формируются:

- положительное отношение и элементарный интерес к науке математика;
- умение признавать собственные ошибки (личностное развитие);
- умение оценивать трудность предлагаемой в задаче жизненной ситуации (ориентировка в социальных отношениях);
- адекватность самооценки (социализация);

Обучающиеся учатся:

- сотрудничать с товарищами при выполнении заданий в паре: устанавливать очерёдность действий;
- учитывать мнение партнёра, аргументировать ошибки, обосновывать выбор решения (инициативность);
- выполнять свою часть обязанностей в групповой работе (добросовестность);
- учитывать общий план действий и конечную цель (сотрудничество);
- задавать вопросы с целью построения решения задачи (социальная активность, добросовестность).

Трудовой и жизненный опыт школьников помогает усвоению математических знаний, а приобретенные знания находят применение на практике.

В 5-м классе мы предложили ребятам составить задачи к устному счету. А материал к задачам они собирали в школе:

1. В нашей школе учебники выдаются в библиотеке. Срок годности каждой книги 5 лет. Скольким ребятам придется покупать новые учебники, если в каждом классе найдется ученик, который испортит хотя бы один учебник, если в школе 36 классов?
2. В 28 кабинете всего 9 ламп, но они постоянно перегорают из-за несоответствия стандарту патронов для мощных ламп. Что выгоднее – заплатить за ремонт и замену патронов или постоянно менять сгоревшие лампы, если ремонт стоит 1500 руб, а одна лампа 79 руб. (замена происходит 6 раз)

Ценность этой работы и состоит в том, что учащиеся, сами того еще не осознавая, использовали все требования, предъявляемые к прикладным задачам: и познавательную ценность, и доступность материала, и реальность описываемой в задаче ситуации.

В старших классах учащиеся понимают, что огромное количество информации подаётся в процентах, они брали газеты и находили материал для задач:

1. Распродажа.
2. Тарифы.
3. Штрафы.

4. Банковские операции.

5. Голосование.

Основная цель: показать широту применения в жизни такого простого и известного учащимся математического аппарата, как процентные вычисления.

Методические рекомендации: учащиеся должны знать, что сюжеты задач должны быть взяты из реальной жизни – из газет, объявлений, документов т.п.

Домашняя бухгалтерия. Основная цель: учащиеся должны получить представление о расчёте и видах заработной платы, о чтении квитков по зарплате, о ведении домашней бухгалтерии.

Методические рекомендации: учащиеся собирают квитанции по оплате за жильё, за электроэнергию, за газ, за телефон, за детский сад, за учёбу в художественной школе и т.п.

Несмотря на то, что задачи с практическим содержанием не могут составить единой самостоятельной дидактической системы задач, которые необходимы для закрепления всего теоретического материала, применение их на практике дает положительный результат. Многие учащиеся активно участвуют в различных олимпиадах и конкурсах по математике («Инфоурок по математике», «Кенгуру», «Математика – это интересно» в программе «Мириады открытий » и т.д.). Есть победители и призеры.

Данная методика доказывает, что применение ранее приобретенных знаний в новых условиях, решение практических задач на уроках математики способствует качественному изменению знаний и повышает уровень математической культуры учеников, компетентности обучающихся, что является необходимым требованием ФГОС нового поколения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурбаки Н. Очерки по истории математики / Н. Бурбки ; пер. И. Г. Башмаковой ; под ред. К. А. Рыбникова. – М.: КомКнига, 2007.

2. Глейзер Г. И. История математики в школе /Г. И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1964. – 376 с.

3. Сергеев И. Н. Примени математику / И. Н. Сергеев, Н. Олехникс, С. Б. Гашков. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1989. – 240 с.

4. Смирнова И. М. Геометрические задачи с практическим содержанием / И. М. Смирнова, В. А. Смирнова. – М.: МЦНМО, 2010.

5. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики : кн. для учителя / И. М. Шапиро. – М.: Просвещение, 1990.

6. Выговская В. В. Сборник практических задач по математике. 6 класс / В. В. Выговская. – М., 2012.

УДК 372.851

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННАЯ РАБОТА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ – ЗАЛОГ УСПЕХА

О.В. Страхова
МОУ СОШ №15, Тверь
E-mail: olga-strakhova@mail.ru

Главная цель педагогической деятельности – дать возможность каждому ученику получать образование с учётом индивидуальных возможностей.

Принципы не меняются для разных классов, а вот формы обучения меняются. Дифференцированная форма обучения эффективна в классах с углубленным изучением отдельных предметов. Под дифференциацией мы подразумеваем учет индивидуальных особенностей учащихся в той форме, когда учащиеся группируются на основании уровня обучаемости (по способностям).

Признаки дифференцированной работы. Не любое совместное выполнение на уроке задания группой учащихся класса можно назвать дифференцированной формой организации работы. Это происходит, если выполняются следующие условия:

– учащиеся делятся на три группы: первая группа объединяет школьников, имеющих слабый уровень подготовки (тех школьников, которым трудно дается предмет); в третью группу входят ученики с высоким уровнем подготовки, способные, одаренные, интересующиеся предметом; во вторую группу зачисляются все остальные;

– состав группы не может быть неизменным, он должен быть таким, чтобы с максимальной эффективностью для коллектива могли реализоваться учебные возможности каждого члена группы;

– каждая группа получает задание или выбирает его самостоятельно из числа заданий, предложенных учителем;

– учитывается и оценивается вклад в выполнение задания каждого члена группы;

– допускается оказание помощи слабоуспевающим со стороны учащихся третьей группы.

«Плюсы» дифференцированной формы работы. Безусловно, такая форма активизации потенциала класса имеет ряд достоинств. Во-первых, повышается учебная и познавательная мотивация учеников. Во-вторых, уровень эффективности этого обучения зависит от возможностей выявления и учета индивидуальных способностей учащихся. В-третьих, учитывая свои способности, интересы, потребности, ученик получает право и возможность выбирать объем и глубину усвоения учебного материала, и, наконец, не стоит забывать о том, что дифференциация основывается на планировании результатов обучения: явном выделении уровня обязательной подготовки и формировании на этой основе повышенных уровней овладения материалом. В-четвертых, дифференцированная работа способствует улучшению психологического климата в классе, развитию толерантности, умению вести диалог и аргументировать свою точку зрения.

«Минусы» и трудности организации дифференцированной работы на уроке. Учащиеся объединяются в группы по принципу «сильный – слабый». При таком объединении не выигрывает тот, кто попадает в первую группу (слабых). Повышается уровень тревожности, страха оказаться неуспешным, некомпетентным в решении каких-то задач. Нередко более слабый ученик просто не решается высказать свое мнение, полагаясь на то, что более успешный в учебе одноклассник лучше знает, как решить стоящую перед ним задачу. Поэтому целесообразно иногда объединять партнёров с разным интеллектуальным уровнем, что требует определённой организации – надо так организовать совместную деятельность таких партнеров, чтобы она вынуждала работать всех. Например, это произойдёт, если результат оценивается по тому, насколько активны все ученики. Либо задание для группы даётся таким образом, что каждый получает возможность достичь результата при условии, что выполнит *свой фрагмент общего задания*. Ещё один способ максимально активизировать всех учеников в группе – вначале предложить решить задачу самостоятельно, затем обсудить в группе каждое индивидуальное решение (не вынося критических оценок) и в конце выработать одно решение от группы.

Применимость дифференцированной формы работы на уроке. Безусловно, данная форма работы на уроке применима не всегда. Прежде всего, для такой работы необходим определённый уровень интеллектуального развития, от которого зависит не только усвоение заданного содержания, но и рассмотрение его в разных аспектах, что может обеспечить выдвижение гипотез в ходе поиска решения, критичность к ним, развитие и анализ гипотез других участников. Важным также является определённый уровень компетентности в учебном предмете, что позволит ученику справиться с поставленной задачей.

Достижение обязательных результатов обучения становится тем объективным критерием, на основе которого может видоизменяться ближайшая цель в обучении каждого ученика и перестраиваться, в соответствии с этим, содержание его работы: или его усилия направляются на овладение материалом на более высоких уровнях, или продолжается работа по формированию важнейших опорных знаний и умений. Именно такой подход приводит к тому, что дифференцированная работа получает прочный фундамент, приобретает реальный, осязаемый и для учителя, и для ученика смысл. Увеличиваются возможности работы с сильными учениками, так как учитель уже не связан необходимостью спросить все, что он давал на уроке, со всех школьников. Отпадает необходимость постоянно разгружать программы и снижать общий уровень требований, оглядываясь на слабых школьников.

Необходимо учитывать и уровень познавательной активности, то есть любознательность, интерес к окружающему миру, потребность в открытии нового, в интеллектуальном напряжении. И, наконец, немаловажным является социометрический статус ученика (его авторитет среди одноклассников).

Учащиеся старшей школы с большой готовностью работают в группе. В средних классах имеет смысл вводить такую форму работы и формировать навык решения проблемных ситуаций и задач. Тогда в старших классах ребята будут уже подготовлены, и дифференцированная работа не вызовет сопротивления или несерьёзного отношения.

Распределение учащихся по группам. Величина групп может варьироваться в процессе учебной деятельности. Состав группы не должен зависеть от содержания и характера предстоящей работы.

Группы формируются в зависимости от уровня обученности, от способностей учащихся, от внеурочной информированности по данному предмету. Не следует подчеркивать низкий уровень подготовки учащихся. Группы должны организовываться так, чтобы в обучении обеспечивалась последовательность в продвижении ученика по уровням. То есть в ходе обучения не следует предъявлять высоких требований тем учащимся, которые не достигли уровня обязательной подготовки. Трудности в учебной работе должны быть для таких школьников посильными, соответствующими индивидуальному темпу овладения материалом на каждом этапе обучения.

Организация работы групп. Сформировать группы и раздать им задания. Если у учащихся нет опыта дифференцированной работы, учитель должен чётко сформулировать задания для каждой группы, план и этапы работы (со временем они должны научиться делать это самостоятельно). Кроме этого, учитель обговаривает задания для каждого члена группы. Для каждой группы можно отобрать задания разного уровня сложности. Начинать дифференцированную работу лучше с опорой на умения и знания, которые есть у учащихся.

Задания для дифференцированной работы. Это могут быть задачи с недоопределённым условием, не имеющие решения, имеющие несколько ответов, с лишними данными. Дифференцированная форма работы может быть эффективной при проверке домашних заданий, хорошо оправдывают себя проблемные задания. Их ценность в том, что часть заданий предусматривает выполнение интересных, связанных с изучаемым материалом опытов, которые затем учащимся всего класса показывают сами авторы.

Поскольку дифференцированные формы работы способствуют решению не только образовательных задач, но и воспитательных, они должны обязательно применяться хотя бы время от времени, причём независимо от особенностей класса и навыков проведения таких уроков у учителя. Взаимопомощь, сотрудничество, совместное решение проблем способствует сплочению коллектива, укрепляет дружбу между учениками.

Важно обозначить правила работы в группе и определить систему оценок. Будет ли оцениваться вклад каждого участника либо результат группы в целом, по каким показателям будет производиться оценка? Например, учитель (или наблюдатель от класса) могут отслеживать и оценивать то, как участники помогают друг другу, вместе решают возникшую проблему.

Также необходимо оговорить, что процесс выполнения задания в группе должен осуществляться на основе обмена мнениями, оценками. Или другой вариант - каждый ученик получает своё задание, от успешности выполнения которого будет зависеть общий результат и оценка работы группы. И здесь важно, чтобы другие члены группы не брали на себя выполнение тех частных задач, с которыми не справились другие, а оказывали лишь частичную консультативную помощь в выполнении отдельного фрагмента.

Итоги. В конце занятия выработанные каждой группой решения обсуждаются учителем. Обязательно должен быть заключительный этап работы с подведением итогов, когда учитель (или класс, или группа наблюдателей) выносит решение о результатах выполнения заданий в группах. Таким образом, оценивается не только результат решения задачи, но и работа групп. Оценка работы групп не должна приводить к конфликтам и обесцениванию результатов работы отдельных групп или учеников.

Рассмотрим, как может быть реализована дифференцированная работа на уроке математике на примере темы ***«Логарифмическая функция в уравнениях и неравенствах»*** ([1]–[12]).

«Учиться можно только весело.
Чтобы переварить знания, надо
поглощать их с аппетитом»
Анатоль Франц

Цель урока

1. Рассмотреть использование свойств логарифмической функции при решении нестандартных логарифмических уравнений и неравенств.

2. Содействовать развитию математического мышления учащихся.

3. Побуждать учащихся к преодолению трудностей в процессе умственной деятельности.

Оборудование: мультипроектор, набор карточек, индивидуальная доска, таблицы, задания теста.

Ход урока

Вводное слово учителя.

– Несколько уроков были посвящены данной теме. Сегодня нашей задачей является использование логарифмической функции для решения стандартных и нестандартных заданий с выделением специфических особенностей логарифмической функции. Решать задания будем по группам и индивидуально.

Проверка домашнего задания.

Задание для третьей группы (делают самостоятельно – решения записывают на доске).

1. Решить уравнение: $\log_7(\log_5(\sqrt{x+5}+\sqrt{x}))=0$.

2. Решить уравнение: $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1)=\log_{2+\sqrt{3}}(2x-3)$.

3. Решить неравенство: $\dfrac{\sqrt{8x+3}}{\log_{27}(5-2x)-\dfrac{1}{3}}\le 0$.

4. Решить уравнение: $\log_2(4^x+2^x)=x+\log_2(2^{x+1}-3)$.

5. Решить неравенство: $2^{\log_2^2(x-1)}-16(x-1)^{\log_{0.5}(x-1)}\ge 15$.

6. Решить неравенство: $\log_{7-x}\left(3-\dfrac{1}{x}\right)+\log_{7-x}\dfrac{1}{x}\ge 0$.

Решить любые три задания (№3 решать обязательно), остальные – задания на дом.

– ***Вторая и первая группы объединяются***. Мы сейчас с вами продолжим знакомство с логарифмической функцией.

1. Давайте вспомним, что мы уже знаем о логарифмической функции (на слайде: $y=\log_{x-2}\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{2}{2x+3}\right)$)?

2. Найти больший корень уравнения: $\log_{\sqrt{3}}^2 x\cdot\left(\log_{\sqrt{3}}3-\log_x 9\right)=16$.

3. Решить неравенство: $\log_{x+1}(5-x)\le 2$.

4. Решить уравнение: $\sqrt{x^2-9}\left(\log_6(x+3)-2\right)=0$.

5. Решить неравенство: $x^{1+\lg x}<0{,}1^{-2}$.

– Обратите внимание на второе задание. Какие особенности логарифмической функции мы должны знать, чтобы решить данное уравнение?

– Без чего нельзя обойтись в третьем задании?

– Помимо узловых моментов, что важно учитывать при решении четвертого задания?

– Что главное в пятом задании?

– Давайте решим любые три задания. Два ученика из ***второй группы*** вызываются к доске. Другие ученики из второй группы решают по одному примеру по выбору. (Нерешенные задания – на дом).

– ***Первая группа***, вам все понятно? Вашему вниманию предлагается тест (на выполнение отводится 15 минут):

1. Вычислить: $\log_3(\log_5(\log_2 32))$.

1) 5 2) 10 3) 0 4) –3

2. Упростить: $8^{\frac{1}{\log_3 2}} - \log_2(\log_2 36 + \log_{0.5} 9)$.

1) 26 2) – 4 3) 7 4) 10

3. Какому промежутку принадлежит корень уравнения:
$\log_{\sqrt{7}}\left(3^{x+5} - 2\right) = 2$?

1) [– 4; –1,5) 2) [–1,5; – 0,5) 3) [– 0,5; 0)

4) [0; 1] 5) (1;2]

4. Решить неравенство: $\log_{0,5}(0,2x + 6) \geq -3$.

1) [10;+∞) 2) (–30;+∞) 3) (– ∞;10] 4) (–30;10].

5. Какому промежутку принадлежит меньший корень уравнения:

$\log_4^2 x - 3\log_4\left(\frac{4}{x}\right) = 1$?

1) [0; $\frac{1}{16}$] 2) ($\frac{1}{16}$; $\frac{1}{8}$] 3) ($\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$] 4) [$\frac{1}{2}$; 1) 5) [1; 4].

– ***Третья и вторая группа*** – объединяемся. ***Третья группа***, сдайте выполненные задания. Рассмотрим задание № 3. Как его решал Георгий? Валерий? Можно ли решить неравенство по-другому? На доске демонстрируются варианты решения задания.

– Решим неравенство методом обобщенных интервалов:

$$\frac{2-x}{(x+4)\log_{0.3}(2x^2+6x+5)} \leq 0.$$

– ***Первая группа***, сдайте тесты. Внимание на слайд! Валерий Ковалёв демонстрирует решение своего индивидуального домашнего задания на построение графика функции $y = x^3 + \log_{2-x^2}(2-x^2)$.

– А теперь поработаем все вместе. Предлагается вам три задания на построение графиков функции. Выбираете по своему желанию одно из них. Прежде напомните, с чего необходимо начинать выполнение задания? (Область определения функции).

Построить график функции:

1. $y = 2^{\log_2(x+1)} + 3^{\log_3(1-2x)}$; 2. $y = x^2 + \log_x \dfrac{1}{x}$; 3. $y = \sqrt{x} + \log_{9-x}(9-x)$.

Домашнее задание

Решить систему уравнений и найти сумму x_0+y_0:

1. $\begin{cases} \lg x + \lg y = 4, \\ x^{\lg x} = 1000. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} \lg x + \lg y = 4, \\ \lg x \lg y = 3. \end{cases}$ 3. $\begin{cases} \sqrt{x-3} = y, \\ |x-3| - y = 2. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} |x-1| + |y-5| = 1, \\ y = 5 + |x-1|. \end{cases}$

Первая группа делает все четыре задания, а вторая и третья только четвертое.

Подведение итогов урока и выставление оценок

На что нужно обратить внимание на следующем уроке? Что вызвало наибольший интерес? Какие трудности у вас возникли?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Задачи по математике. Алгебра : справочное пособие / В. В. Вавилов, И. И. Мельников, С. И. Олехник, П. И. Пасиченко. – М.: Наука, 1987.

2. Математика : пособие для учащихся факультета довузовской подготовки / В. В. Гарбарук, В. И. Родин, И. М. Соловьёва, М. А. Шварц. – СПб.: Петербургский государственный ун-т путей и сообщения, 2008.

3. Голубев А. А. Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ – 2017: учебное пособие / А. А. Голубев, Т. А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2017. – 124 с.

4. Голубев А. А. Практикум по математике для старшей школы: учебное пособие / А. А. Голубев, Т. А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2013. – 140 с.

5. Голубев А. А. Сборник заданий по математике: учебное пособие / А. А. Голубев, Т. А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2015. – 160 с.

6. Голубев А. А. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики: учебное пособие / А. А. Голубев, Т. А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2013. – 160 с.

7. Голубев А. А. О подготовке школьников к ОГЭ и ЕГЭ: обсуждение и решение задач повышенного уровня сложности / А. А. Голубев, О. Е. Баранова // Преподавание математики в школах Тверского региона : сборник материалов в помощь учителю / Тверской государственный университет, Тверская региональная общественная организация «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области» ; под ред. А. А. Голубева, О. Е. Барановой. – Тверь, 2016.– С. 208-231.

8. Голубев А. А. Роль и развитие метода интервалов в школьном курсе математики / А. А. Голубев, Г. Н. Столярова // Традиции и новации в профессиональной подготовке и деятельности педагога: сборник научных трудов Всероссийской научно-практической конференции. – Тверь, 2015. – С. 283-290.

9. Голубев А. А. Роль внутрипредметных связей при обучении математике в школе на примере метода интервалов // Новая наука: Опыт, традиции, инновации. – 2016. – № 3-2 (71). – С. 52-55.

10. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / под ред. А.И. Прилепко. – М.: Высшая школа, 1982.

11. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / под ред. М. И. Сканави. – М.: Высшая школа, 1988.

12. Ткачук В. В. Математика – абитуриенту / В. В. Ткачук. – М.: МЦНМО, 2008.

УДК 519.711.3 : 004.056

ВАРИАНТ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ОДНОГО ИЗ УТВЕРЖДЕНИЙ ТЕОРИИ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

В.В. Сушкин
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: vsushkin@mail.ru

Одной из дисциплин действующего учебного плана специальности «Компьютерная безопасность» на математическом факультете Тверского государственного университета является курс «Теория псевдослучайных генераторов». В рамках данного курса изучаются свойства различных генераторов псевдослучайных чисел, в том числе свойства, так называемого линейного конгруэнтного генератора. Одно из свойств этого генератора сформулировано ниже в виде утверждения 8. Схема доказательства данного утверждения представлена в [1]. Согласно этой схеме утверждение предлагается доказывать по индукции. Но, оказывается, можно обойтись и без индукции: ниже приводится вариант доказательства, не предполагающий использование индукции. Формулировке и доказательству утверждения 8 предшествует ряд определений и утверждений, непосредственно связанных с данным утверждением (имеется в виду: утверждением 8).

Итак, допустим, m – некоторое натуральное число, M – множество $\{0, 1, \dots, m-1\}$, F – функция с областью определения M и множеством значений в M, x_0 – какой-либо элемент из M, а X – последовательность $\{X_n\}_{n\in\{0,\ 1,\ \dots\ \}}$ значений из M, задаваемая следующим образом

$X_0 = x_0$,

$X_n = F(X_{n-1})$, $n\in\mathbf{N}$.

Утверждение 1.

$\exists\, n\in\mathbf{N},\ X_n\in\{X_0, X_1, \dots, X_{n-1}\}$. □

Справедливость данного утверждения устанавливется при использовании метода доказательства от противного, а также метода доказательства по индукции.

Символом η обозначим

$$\min\{\, n\in\mathbf{N} \mid X_n\in\{X_0, X_1, \dots, X_{n-1}\}\, \}.$$

Очевидно, $\eta \geq 1$.

Утверждение 2.

$\forall i\in\{0, 1, \dots, \eta-1\},\ \forall j\in\{0, 1, \dots, \eta-1\}$,

$(i \neq j) \Rightarrow (X_i \neq X_j)$. □

Данное утверждение доказывается от противного, при этом используется определение величины η.

Утверждение 3.

$\exists!\ k \in \{0, 1, \ldots, \eta-1\}$, $X_k = X_\eta$. □

Данное утверждение доказывается от противного, при этом используется утверждение 2.

Символом μ обозначим такое $k \in \{0, 1, \ldots, \eta-1\}$, для которого

$$X_k = X_\eta.$$

Очевидно, $X_\mu = X_\eta$.

Символом λ обозначим значение $\eta - \mu$. Нетрудно убедиться в том, что $\lambda \in \mathbf{N}$.

Утверждение 4.

$\forall n \in \{\mu, \mu+1, \ldots\}$, $X_n = X_{n+\lambda}$. □

Для доказательства данного утверждения применяется метод доказательства по индукции, при этом используется определение величины λ, равенство $X_\mu = X_\eta$ и определение последовательности X.

Утверждение 5.

$\forall n \in \{\mu, \mu+1, \ldots\}$, $\forall k \in \mathbf{N}$, $X_n = X_{n+k\lambda}$. □

Для доказательства данного утверждения применяется метод доказательства по индукции, при этом используется включение $\lambda \in \mathbf{N}$ и утверждение 4.

Утверждение 6.

Допустим, n' и n'' – целые числа такие, что $\mu \leq n' < n''$.

Тогда справедливо следующее $(X_{n'} = X_{n''}) \Leftrightarrow (\exists\ k \in \mathbf{N},\ n'' - n' = k \cdot \lambda)$. □

При доказательстве данного утверждения используются утверждение 2 и утверждение 5.

Допустим, a и c – некоторые числа из M, а функция F определяется следующим образом $F(z) = (a \cdot z + c) \bmod m$, $z \in M$.

В этом случае последовательность X принято называть линейной конгруэнтной последовательностью, сооветствующей набору (m, a, c, x_0).

Пусть далее последовательность X является линейной конгруэнтной последовательностью, сооветствующей набору (m, a, c, x_0), где a и c – некоторые числа из M.

Утверждение 7.

Допустим, d – натуральный делитель m. Тогда справедливо следующее: последовательность $\{Y_n\}_{n \in \{0,1,\ldots\}}$, определяемая соотношением $Y_n = X_n \bmod d$, $n = 0, 1, \ldots$ является линейной конгруэнтной последовательностью, соответствующей набору $(d, a \bmod d, c \bmod d, x_0 \bmod d)$. □

Доказательство данного утверждения проводится несложно. Идея доказательства приводится в [1].

Пусть далее $m > 1$.

Допустим, произведение $(p_1)^{s(1)} \cdot (p_2)^{s(2)} \cdot \ldots (p_t)^{s(t)}$

(где p_i, $i = 1, 2, \dots, t$ ($t \in \mathbf{N}$), – это отличные друг от друга и от 1 простые числа, а $s(i)$, $i = 1, 2, \dots, t$, – это натуральные числа) является разложением числа m на простые множители.

Символом m_i, $i \in \{1, 2, \dots, t\}$, будем обозначать значение $(p_i)^{s(i)}$. Очевидно, $m_i \in \mathbf{N}$.

Произвольному $i \in \{1, 2, \dots, t\}$ поставим в соответствие последовательность $X^{(i)} = \{X^{(i)}_n\}_{n \in \{0, 1, \dots\}}$, определяемую следующим образом $X^{(i)}_n = X_n \bmod m_i$, $n = 0, 1, \dots$

Согласно утверждению 7 данная последовательность является линейной конгруэнтной последовательностью, соответствующей набору (m_i, a mod m_i, c mod m_i, x_0 mod m_i). Величины η, μ, λ, определяемые для последовательности $X^{(i)}$, будем соответственно обозначать символами η_i, μ_i, λ_i. Символом I обозначим множество $\{1, 2, \dots, t\}$. Для обозначения наименьшего общего кратного натуральных чисел $l_1, l_2, \dots, l_k$ ($k \in \mathbf{N}$) будем использовать запись НОК($l_1, l_2, \dots, l_k$).

Утверждение 8.

$$\lambda = \text{НОК}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t). \ \square$$

Как уже было сказано выше, в [1] данное утверждение предлагается доказывать по индукции. Другой вариант доказательства (не предполагающий использование индукции) приводится ниже. Этот вариант, в частности, основывается на следующих утверждениях (9,10 и 11).

Утверждение 9.

Допустим, $\nu \in \mathbf{N}$, а $z \in \{0, 1, \dots, \nu-1\}$. Тогда $z \bmod \nu = z$. □

Утверждение 10.

Целые числа a_1 и a_2 оказываются взаимно простыми тогда и только тогда, когда у этих чисел нет общих простых множителей, больших 1. □

Утверждение 11.

Допустим, $z_1 \in Z$, $z_2 \in Z$, $\nu_1 \in \mathbf{N}$, $\nu_2 \in \mathbf{N}$, … , $\nu_k \in \mathbf{N}$ ($k \in \{2, 3, \dots\}$), и пусть числа ν_i, $i = 1, 2, \dots, k$, попарно являются взаимно простыми. Тогда условие

$$z1 \equiv z2 \pmod{\nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \dots \cdot \nu_k}$$

выполнено тогда и только тогда, когда выполнено следующее

$$(z1 \equiv z2 \pmod{\nu_1}) \ \& \ (z1 \equiv z2 \pmod{\nu_2}) \ \& \dots \& \ (z1 \equiv z2 \pmod{\nu_k}). \ \square$$

Вариант доказательства утверждения 8, не предполагающий использование индукции.

Допустим, $t = 1$. В этом случае доказательство очевидно.

Рассмотрим теперь случай, когда $t > 1$.

Символом μ^o обозначим $\max\{\mu, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_t\}$. Выберем некоторое $n' \in \mathbf{Z}$ такое, что $\mu^o \le n'$. Нетрудно убедиться в справедливости следующих неравенств

$\mu \le n'$,

$\mu_i \le n'$, $i \in I$.

Покажем, что $\lambda \ge$ НОК$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t)$.

Введём обозначение

$n'' = n' + \lambda$.

Очевидно, $n'' \in \mathbf{Z}$.

Из определения n'' следует, что $n'' - n' = \lambda$. Поскольку $\lambda \in \mathbf{N}$, то $\lambda > 0$. Таким образом, получаем, что $n'' - n' > 0$, а отсюда то, что $n' < n''$. Заметим, что равенство $n'' - n' = \lambda$ можно записать и так $n'' - n' = 1 \cdot \lambda$. Согласно утверждению 6 из условий $n' \in \mathbf{Z}$, $n'' \in \mathbf{Z}$, $\mu \le n' < n''$, $n'' - n' = 1 \cdot \lambda$, $1 \in \mathbf{N}$, очевидно, следует, что $X_{n'} = X_{n''}$.

Выберем произвольным образом $i \in I$. Из равенства $X_{n'} = X_{n''}$ получаем: $X_{n'} \bmod m_i = X_{n''} \bmod m_i$, а отсюда и из определения последовательности $X^{(i)}$ то, что $X^{(i)}_{n'} = X^{(i)}_{n''}$. Согласно утверждению 6 из условий $n' \in \mathbf{Z}$, $n'' \in \mathbf{Z}$,

$\mu_i \le n' < n''$, $X^{(i)}_{n'} = X^{(i)}_{n''}$, а также из того, что последовательность $X^{(i)}$ является линейной конгруэнтной последовательностью, следует, что $n'' - n' = k_i \cdot \lambda_i$, где k_i – некоторое натуральное число. Принимая во внимание то, что $n'' - n' = \lambda$, а также то, что $n'' - n' = k_i \cdot \lambda_i$, получаем, что $\lambda = k_i \cdot \lambda_i$. Если ещё учесть, что все числа λ, k_i·и λ_i натуральные, то в итоге получаем, что число λ оказывается кратным числу λ_i. Поскольку i было выбрано произвольно из множества I, число λ оказывается общим кратным для чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$, и, следовательно, λ будет не меньше наименьшего общего кратного чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$, т.е $\lambda \ge$ НОК$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t)$.

Покажем теперь, что $\lambda \le$ НОК$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t)$.

Введём обозначения $\lambda^o =$ НОК$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t)$, $n'' = n' + \lambda^o$.

Число λ^o как наименьшее общее кратное является числом натуральным. Нетрудно убедиться в том, что n'' также является натуральным, а, значит, и целым.

Из определения n'' следует, что $n'' - n' = \lambda^o$. Поскольку $\lambda^o \in \mathbf{N}$, то $\lambda^o > 0$. Таким образом, получаем, что $n'' - n' > 0$, а отсюда то, что $n' < n''$. λ^o является кратным для любого из чисел λ_i, $i \in I$, следовательно, $\lambda^o = l_i \cdot \lambda_i$, $i \in I$,

где l_i, $i \in I$, – некоторые натуральные числа.

Выберем произвольным образом $i \in I$. Принимая во внимание то, что $n'' - n' = \lambda^o$, а также то, что $\lambda^o = l_i \cdot \lambda_i$, получаем, что $n'' - n' = l_i \cdot \lambda_i$. Согласно утверждению 6 из условий $n' \in \mathbf{Z}$, $n'' \in \mathbf{Z}$, $\mu_i \le n' < n''$, $n'' - n' = l_i \cdot \lambda_i$, $l_i \in \mathbf{N}$, а также из того, что последовательность $X^{(i)}$ является линейной конгруэнтной последовательностью, следует, что $X^{(i)}_{n'} = X^{(i)}_{n''}$. Отсюда и из определения последовательности $X^{(i)}$ получаем: $X_{n'} \bmod m_i = X_{n''} \bmod m_i$. Последнее означает, что $X_{n'} \equiv X_{n''} \pmod{m_i}$. Поскольку i было выбрано произвольно из множества I, справедливым оказывается следующее

$$\forall i \in I,\ X_{n'} \equiv X_{n''} \pmod{m_i}. \qquad (1)$$

В силу определения последовательности X числа $X_{n'}$ и $X_{n''}$

принадлежат множеству $\{0, 1, \dots , m - 1\}$ и, значит, являются целыми. Далее с помощью утверждения 10 нетрудно убедиться в том, что числа m_i, $i = 1, 2, \dots , t$, попарно являются взаимно простыми. Согласно утверждению 11 из условия 1, из того, числа $X_{n'}$ и $X_{n''}$ – целые, а также из того, что числа m_i, $i = 1, 2, \dots , t$, – натуральные и попарно являются взаимно простыми, следует, что $X_{n'} \equiv X_{n''} \pmod{m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_t}$. Отсюда, принимая во внимание то, что $m = m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_t$, получаем: $X_{n'} \equiv X_{n''} \pmod{m}$. Последнее означает, что $X_{n'} \bmod m = X_{n''} \bmod m$, а поскольку $X_{n'}$ и $X_{n''}$ принадлежат множеству $\{0, 1, \dots , m - 1\}$, то в соответствии с утверждением 9 значение $X_{n'}$ оказывается равным $X_{n''}$. Согласно утверждению 6 из условий $n' \in \mathbf{Z}$, $n'' \in \mathbf{Z}$, $\mu_i \le n' < n''$, $X_{n'} = X_{n''}$ следует, что $n'' - n' = k \cdot \lambda$, где k – некоторое натуральное число. Принимая во внимание то, что $n'' - n' = \lambda^o$, а также то, что $n'' - n' = k \cdot \lambda$, получаем, что $\lambda^o = k \cdot \lambda$. Из того, что $k \in \mathbf{N}$, очевидно, следует, что $k \ge 1$, а из того, $\lambda \in \mathbf{N}$ – то, что $\lambda > 0$, а уже из неравенств $k \ge 1$ и $\lambda > 0$ – неравенство $k \cdot \lambda$ □ λ. Поскольку $\lambda^o = k \cdot \lambda$, значение λ^o оказывается не меньше λ, т.е. λ □ НОК($\lambda_1, \lambda_2, \dots , \lambda_t$).

Утверждение 8 доказано.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнут Д. Э. Искусство программирования. Т. 2. Получисленные алгоритмы / Д. Э. Кнут. – 3-е изд. – М.: Вильямс, 2003.

УДК 372.851

ПРОБЛЕМНОЕ ОБУЧЕНИЕ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Е.А. Тесникова
МОУ гимназия №12, Тверь
E-mail: tesnikova.elena@yandex.ru

«Математические сведения могут применяться умело и с пользой только в том случае, если они усвоены творчески, так что учащийся видит сам, как можно было бы прийти к ним самостоятельно»
А.Н.Колмогоров

Актуальность метода проблемного обучения

В настоящее время стране нужны люди, творчески мыслящие, способные принимать нестандартные решения. Анализируя свой опыт работы в школе, я пришла к выводу, что современная школа использует нетворческий подход к усвоению знаний. Однообразное повторение одних и тех же знаний не способствует развитию интереса к учению. Дети, лишённые радости открытия могут потерять способность к творчеству. Таким образом, у школьников в процессе обучения нужно формировать творческое мышление, стимулировать находить различные варианты для решения одной и той же проблемы. Учитель должен развивать мышление учащихся, учить находить творческий подход к решению жизненных и учебных ситуаций. Главная задача учителя сегодня - это содействие творческому восприятию учащимися учебного материала и их желанию самосовершенствоваться. В этом состоит актуальность опыта.

Я познакомилась с различными методами, приёмами, технологиями обучения, которые позволяют сделать урок более интересным для ученика, эффективным для развития творческих способностей и усвоения материала на уроках математики. Изучив различную методическую литературу и рассмотрев множество приёмов обучения, я пришла к выводу, что наиболее эффективным является приём проблемного обучения. В ходе работы пришлось столкнуться с некоторыми трудностями, а именно, дополнительные временные затраты на разработку методического и дидактического обеспечения урока, большие затраты времени для усвоения учебного материала. Суть моего педагогического опыта состоит в развитии творческого потенциала учащихся, организации поисковой деятельности, создании ситуации включения в процесс обучения всех детей [1–3]. В качестве путей реализации мною было выбрано следующие:

– проблемное изложение материала;
– создание проблемных ситуаций;
– эвристический, или побуждающий метод обучения.

Итак, что же такое технология проблемного урока. *Технология* – это совокупность приёмов, применяемых в каком-либо деле. В моём понимании, педагогическая технология это ответ на вопрос «как учить?». В своей работе приведу примеры конкретных педагогических приёмов, методов и заданий [4, 5].

Пример первый. ***Урок геометрии в 7 классе. Тема: «Неравенство треугольника».***

Традиционный урок

Цели: доказательство теоремы о неравенстве треугольника; решение задач с опорой на изученные теоремы и следствия из них.

Формы работы: фронтальная, коллективная.

Первый этап: Актуализация опорных знаний учащихся. Проверка усвоения изученного на предыдущем уроке. Фронтальный опрос.

Второй этап: Изучение нового материала. Доказательство теоремы о неравенстве треугольника проводится учителем. Учащиеся записывают в тетради вывод.

Третий этап: Решение задач у доски.

Четвёртый этап: Рефлексия. Подведение итогов. Фронтальный опрос по пройденному материалу.

Проблемный урок

Цели: создание условий для возникновения проблемной ситуации, выходом из которой будет формулирование теоремы о неравенстве треугольника (определение условия существования треугольника).

Формы работы: индивидуальная, парная.

У учащихся имеются индивидуальные оценочные листы.

Первый этап: Актуализация опорных знаний. Игра «Верю – не верю». Верю «+», не верю «–». Обосновываем свой ответ. Заносим результат в оценочный лист.

1. В треугольнике сумма углов равна 180°.
2. В треугольнике против меньшей стороны лежит больший угол.
3. В треугольнике против меньшего угла лежит меньшая сторона.
4. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.
5. В треугольнике АВС, где углы $A=80^\circ$, $B=30^\circ$, $C=70^\circ$, большая сторона лежит против угла В.
6. В треугольнике АВС, где углы $A=53^\circ$, $B=42^\circ$, $C=85^\circ$, меньшая сторона лежит против угла С.
7. В треугольнике АВС, где углы $A=28^\circ$, $B=113^\circ$, $C=15^\circ$, меньшая сторона лежит против угла В.
8. В треугольнике АВС, где АВ=5 см, ВС=7 см, АС=8 см, больший угол лежит против стороны АС.
9. В треугольнике АВС, где АВ=13 см, ВС=4 см, АС=5 см, меньший угол лежит против стороны ВС.

Второй этап: Изучение нового материала. Работа в парах.

У учащихся на партах лежат несколько полосок разного цвета и разной длины 4 см, 5 см и 13 см. Требуется построить треугольники разного цвета. Проблема в том, что некоторые полоски подобраны «неудачно», и из них треугольник получить нельзя.

В классе возникает *напряжение*: у одних фигура складывается, а у других нет. Значит, на вопрос 9 мы ответили неверно? Учитель просит измерить и занести в таблицу результаты измерений. Учащиеся делают вывод. Таким образом, осуществляется анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия. Дети выражают своё мнение, учитывают мнение одноклассников.

Постановка учебной задачи и построение проекта выхода из затруднения проходят иначе, чем на традиционном уроке.

Задача: с какими сторонами треугольник невозможно построить?

Формулируем гипотезу: треугольник можно построить, если каждая сторона треугольника меньше суммы двух других. Проверяем гипотезу: открываем учебник, читаем теорему.

Как проверить правильность нашей гипотезы? Задания для пар в виде опорного конспекта, необходимо дописать фразы, используя доказательство в учебнике и выполнить необходимые построения. Любая пара, в сопровождении презентации, зачитывает результаты.

***Третий эт*ап**: решение задач самостоятельно, проверка по эталону. Заносят в оценочные листы результаты.

Четвёртый этап: рефлексия. Подсчет баллов, самооценка, домашнее задание разного уровня на выбор учащегося.

Рассмотрим далее элементы так называемого проблемного диалога на уроках. В технологии проблемного диалога выделяют два вида: подводящий и побуждающий.

Побуждающий диалог, это некоторые реплики, побуждающие ученика работать творчески. При постановке проблемы ученики осознают противоречие, заложенное в проблемной ситуации, и формулируют задачу. В процессе поиска решений задача учителя - побуждать детей выдвигать и проверять гипотезы, таким образом, ученики ставят задачу и путём проб и ошибок ищут её решение.

Подводящий диалог, это ряд вопросов и заданий, способствующих активизации и развитию логического мышления. На этом этапе учитель постепенно подводит учеников к формулированию темы, ребята выстраивают логическую цепочку, ведущую к получению нового знания. Задача учителя – помогать ученикам формулировать вопрос или тему урока, таким образом, вырабатывается познавательная мотивация, т.к. нельзя не понимать того, что открыл сам.

Приведу несколько примеров использования проблемного диалога на практике.

Урок математики в 5 классе, по теме «Признаки делимости на 10, 5 и 2»

Для создания проблемной ситуации на доске написаны числа: 201540, 54842, 154220, 215475, 24. Ученикам предлагаю выбрать те из них, которые делятся на 10, 5 и 2, не выполняя деления. Потом предлагаю самостоятельно записать несколько многозначных чисел, которые предположительно делятся на 10, 5 и 2. После этого, учащимся предлагаю попробовать сформулировать признаки делимости. Задаю вопрос: а нужно ли этим заниматься, не проще ли поделить? После детям предлагаю поделить числа. В ходе работы проверяем выдвинутые гипотезы, после чего сверяемся с текстом учебника и формулируем окончательные выводы. В этой ситуации был использован побуждающий диалог, в ходе которого дети выдвигали гипотезы, проверяли их на практике, самостоятельно искали информацию в учебнике.

Урок математики в 5 классе, по теме «Виды треугольников»

На доске изображены различные фигуры. Постановка проблемы: разбить фигуры на группы. Учащиеся определяют треугольники и четырехугольники. Называем фигуры в группе четырехугольников: ромб, квадрат, прямоугольник. Далее учитель просит назвать фигуры в группе треугольников. Возникает затруднение. Дети формулируют проблему, мы не знаем, как назвать эти разные треугольники. Следовательно, тема урока – «Виды треугольников».

Далее следуют вопросы:

– Сколько видов будет? (Три)

– Что между ними общего? (Все треугольники имеют три стороны)

– Чем отличаются? (Наверное, длиной сторон) – это и есть гипотеза, которую предлагаю проверить, работая в группах. Каждая группа измеряет стороны треугольника, затем, рассказывает всё о своём треугольнике.

1 группа

Ученики: «У нашего треугольника все стороны равны».

Учитель: «Как бы вы его назвали?»

Ученики: «Равносторонний».

Учитель: «Сформулируйте определение».

Ученики:«Равносторонним называется треугольник с равными сторонами».

Аналогично работают две другие группы, формулируя определения разностороннего и равнобедренного треугольника.

Это пример подводящего диалога.

Ещё я часто использую и считаю очень эффективным приём так называемого «Яркого пятна».

Урок в 6 классе, по теме «Координатная плоскость»

В начале урока учащимся предлагается рассмотреть несколько предметов: билет в кино, карта сокровищ, глобус, шахматная доска.

Вопрос: что общего у всех этих предметов? Далее приводится пример, где героям пришлось занимать поиском пропавших сокровищ. Выстраивается подводящий диалог.

– Почему герои сразу не поехали на тот остров, где зарыты сокровища? (Не знали точного места)

– На уроках географии как вы узнаёте точное место объекта? (По карте, по географическим координатам)

– Так что же общего у предметов на столе? (Они позволяют определить точное местоположение чего либо)

– Возвращаемся к математике. Как же определить положение точки на плоскости? (Ввести координаты)

– Тема урока: «Координатная плоскость».

– Мы можем только предполагать, но, видимо, похожим образом думал и Рене Декарт, ведь именно он ввёл на плоскости две взаимно перпендикулярные прямые. С тех пор мы пользуемся названной его именем Декартовой прямоугольной системой координат. Далее на уроке рассматриваются типовые задачи, а в качестве домашнего задания предлагается творческая работа – зашифровать свой рисунок.

Итак, для того, чтобы овладеть технологией проблемного урока, прежде всего учителю нужны две вещи: знания и желание их применять. Недалеко то время, когда проблемное обучение станет будничной школьной практикой, даря радость творчества и детям и педагогам. Закончить хочется словами Е.Л. Мельниковой: «Теперь и не представляю, как можно работать иначе. Ведь это так здорово – открывать знания вместе с детьми».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельникова Е. Л. Проблемный урок или как открывать знания с учениками / Е. Л. Мельникова. – М., 2011.
2. Мельникова Е. Л. Проблемно-диалогическое обучение как средство реализации ФГОС : пособие для учителя / Е. Л. Мельникова. – М., 2013.
3. Депман И. Я. За страницами учебника математики : пособие для учащихся 5-6 кл. сред. шк. /И. Я. Депман, Н. Я. Виленкин. – М. : Просвещение, 2013. – 287 с.
4. Математика 6 класс : учебник для общеобразовательных организаций / Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др. – М. : Просвещение, 2013.
5. Математика : учебн. для 5 кл. сред. шк. / Н. Я. Виленкин, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, В. И. Жохов. – Санкт-Петербург : Макет, 2014. – 256 с.

УДК 372.851 + 908

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРАЕВЕДЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Н.В. Тютикова
Муниципальное образовательное учреждение Лесная СОШ , с. Лесное, Тверская обл.
E-mail: miss.tyutikova-67@mail.ru

Село Лесное – райский уголок,
Подобных мало кто видал,
Сам Всевышний семь денечков
В нем природу создавал.
Наши речки полноводны,
Они прозрачны, глубоки,
Все они притоки Волги-
Русской матушки - реки.
А.И.Колесов

Успех – главное условие развития детей в обучении. Научить детей любить свой родной край-святая обязанность учителя! Элементы краеведения положительно влияют на развитие детей как личности, носят воспитательный характер. Решение краеведческих задач способствует расширению кругозора, связывает математику с окружающей действительностью.

Наш район, с таким простым и всем понятным названием – Лесной, легко отыскать на карте Верхневолжья: от Твери строго на север – до границы с Новгородской областью. Он находится на древней Восточно-Европейской равнине, у северо-восточных отрогов Валдайской возвышенности, называемых Удомельско-Лесной грядой. Плавные перепады высот – характерная черта рельефа всего района. Чтобы узнать лучше свой родной район, заинтересовать детей, на уроках я включаю задания с использованием краеведческого материала. Трудность задач определяется не столько математическим содержанием, сколько новизной и необычностью.

Мною собран большой краеведческий материал по нашему самому малочисленному, но самому прекрасному району области, который я использую на уроках.

В 5-ом классе при решении задач на все действия с десятичными дробями составляю задачи: 1) Площадь России равна 17 млн.кв.км, площадь самой большой среди центральных областей России – Тверской области 84,1 тыс.кв.км, площадь Лесного района – 1 633 кв.км. Во сколько раз площадь России больше площади нашей области? Во сколько раз площадь нашего района меньше площади России? 2) В июне 2016 года село Лесное отмечало 620-летие. В каком году впервые в летописи упоминалось наше село?

В 9-ом классе эти же данные использую при подготовке к экзаменам:

Записать данные числа в стандартном виде в кв.км (14 задание).

В 11 классе при прохождении темы: «Площадь криволинейной трапеции», используя карту Лесного района, находим площадь нашего района, как площадь криволинейной трапеции.

В 6 классе при решении задач на нахождение дроби от числа и числа по его дроби, использую следующие задания: 1) Площадь Лесного р-на - 163299 га, 2/3 территории занимает лес (что соответствует его названию), леса государственного фонда составляют 86%. 35000 га леса сельхоз. формирований. Какую площадь занимают леса гос. фонда? Какая часть занята лесами сельхоз. формирований?

Лесной район – один из немногих в области, который не связан железной дорогой с другими регионами. Все грузы в район и вся продукция из него доставляется автомобильным транспортом.

В 5 классе при разборе задач на v, t, s решаем следующие задачи: Школьный автобус проезжает до поселка Максатиха 87 км за 2 часа, до поселка Рамешки 58 км за 1ч 15 мин, от п.Рамешки до г. Тверь 56 км за 1 час. Найти среднюю скорость движения автобуса.

В 9 классе при решении задач из реальной математики рассчитываем, сколько денег нужно для поездки на экскурсии по городам и районам Тверской области и России.

Наши дети уже побывали в Твери, Кимрах, Вышнем Волочке, Торжке, Бежецке, Удомле, Кесовой горе, Москве. Работая летом начальником детского школьного лагеря, два раза в неделю вывожу детей на экскурсии по родному району. Перед каждой поездкой решаем задачи:

Сколько потребуется денег на бензин, если расстояние до деревни Пороги 33 км, школьный автобус ПАЗ расходует на 100 км 32,9 л, цена 1 л бензина 34 р 80 к.

Экскурсовод проводит с детьми экскурсии, а я тут же придумываю простенькие задачки, тем самым дети и на каникулах повторяют математику.

2013 год был объявлен годом охраны окружающей среды, 2017 год – год экологии, поэтому у меня составлено много задач на темы экологии. Самыми чистыми экологическими зонами считаются болота. Их в нашем маленьком районе 28 (!). И, конечно же, в 8 классе при решении задач из реальной математики придумываю задания:

Площадь болот 19948 га, площадь района 163299 га. Во сколько раз площадь болот меньше площади района?

Ответы: 1) 122; 2) 12,2; 3) 1,22; 4) 10.

На экскурсиях с детьми много фотографируем, а на уроках используем фотографии и решаем задачи:

Самое большое по площади болото – Федяйковско-Железниковское, и оно в 13,8 раза больше Прудовского болота, в котором растет самая крупная болотная ягода - клюква. Площадь Прудовского 0,48 тыс. га. Найти площадь Федяйковско-Железниковского болота. Ответ записать в стандартном виде в кв.км.

Учащиеся делают к урокам небольшие презентации по болотам и кратко рассказывают об их необычайных свойствах. На уроках часто работаем с картой нашего района, поэтому к концу 5 класса дети ее хорошо знают.

При подготовке к экзаменам почти на каждом уроке считаем устно. И, конечно же, простенькие краеведческие задачки:

1) В районе 28 болот, рек в 2,8 раза меньше. Сколько рек протекает по территории нашего края?

2) Длина самой известной реки в Лесном районе (в которой купаются все мальчишки и девчонки) Сарагожа 53 км, длина реки Железенка составляет 50% длины Сарагожи. Какова длина Железенки?

Конечно же, самая рыбная река, где идет нерест лососевых и хариусовых рыб (!), наша знаменитая Молога.

1) На устном счете решаем примеры: 6х30:4-15=30 притоков;

2) Протяженность всех рек в границах района вы узнаете, решив уравнение: х+128=483;

3) Протяженность реки Молога можно узнать, решив уравнение: 2у+12=924;

4) По территории района: 3х=222, х=74 км.

Государственные памятники природы:

1) Сосняк можжевельниковый площадью 3 га, в среднем 225 экземпляров. Около 20% плодоносят, около 15% имеют высоту более 2,5 м. Сколько кустов плодоносят? Сколько кустов высоких?

2) Валун «Большой камень» (памятник ледникового периода), имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, имеет размеры 4,2х2,3х2,4 м. Найти объем камня.

3) В русле реки Молога дубрава из 10 дубов, диаметр которых 90 см. Найти обхват дуба.

На уроках геометрии также использую краеведческий материал при решении задач на нахождение ширины рек, углов и т.д. При закреплении теоремы Пифагора использую такие задачки:

1) Недалеко от села Лесное в селе Алексейкове находился красивейший барский дом, в котором была большая дубовая лестница, ширина ступеньки которой 80 см, длина – 60 см. Найти длину лестницы. Среди множества имен на мраморных досках в Георгиевском зале Московского Кремля – имя нашего земляка лейтенанта Д.С. Ильина. В Чесменской бухте во время войны с Турцией в июне 1770 года (сколько лет тому назад?).

Д.С. Ильин вместе со своей командой на брандере взорвали и сожгли: (4,8x2+0,4)x2,1–6=15 линейных кораблей, (7–3,2):1,9+1,6:0,4=6 фрегатов, очень много мелких судов, уничтожили: x+2x=33000, x=11000 турок.

Конечно же, на уроках математики мы не забываем наш самый главный праздник – День Победы. Перед праздником на устном счете вспоминаем подвиг наших героев-земляков:

1) (1,4+0,6)x1000=2000 земляков погибли или пропали без вести в годы войны.

2) 7 октября 1942 года труженики тыла отправили на фронт: 10x20+39=239 кг шерсти; 2,5x40+4=104 м холста; 43x3=129 овчин; 400x8–2000=1200 валенок.

После войны на восстановление городов и сёл, наши земляки отправили в Ржевский район области: 1.5x200+2000x0,2=700 тысяч м^3 леса. Замоложье – небольшая часть Верхневолжья, но у него большая история, богатые традиции, которые лесновчане бережно передают из поколения в поколение.

Уроки с использованием краеведческого материала повышают интерес к математике как к предмету, помогают обеспечивать успешное овладение математикой, развивают личность школьника, его ценностные ориентации: любовь к родине, родному краю, уважение к его истории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смирнов Н. П. Лесное – родина моя / Н. П. Смирнов, В. И. Веселов. – Москва, 2002.

2. Гевелинг А. Дорога (сборник стихов) / А. Гевелинг. – Москва, 1997.

3. «Лесной вестник» общественно-политическая газета, № 9280.

4. Колесов А. И. Родина (сборник стихов) / А. И. Колесов. – Москва, 1999.

УДК 372.851.7 : 004

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВИЗУАЛИЗАЦИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ»

И.А. Ушакова
Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан
E-mail: irinadv.ru@mail.ru

Н.В. Эйрих
Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан
E-mail: nadya_eyrikh@mail.ru

Основы математического анализа включаются как необходимый элемент даже самых скромных представлений о высшей математике. Именно математический анализ, отмечает Зорич В.А., «образовал ту корневую систему, на которой держится разветвленное дерево современной математики и через которую происходит его контакт с внематематической сферой» [2].

В основе современного математического анализа лежит теория пределов. С помощью предела определяются такие его основные понятия как непрерывная функция, производная и интеграл. Поэтому для успешного освоения и дальнейшего применения в своей профессиональной сфере математических методов от студентов требуется глубокое осмысление понятия предельного перехода.

Однако, ввиду большой абстрактности, о понятии предела у большей части студентов остаются лишь поверхностные воспоминания. Анкетирование показало, что лишь 16% студентов смогли ответить на вопрос «Что задает положительное число «эпсилон» в определении предела?» А воспроизвели полностью без ошибок определение предела последовательности только 2% опрошенных.

На наш взгляд, помочь избежать подобного формализма знаний может активное использование в процессе обучения систем компьютерной математики. А компьютерная визуализация абстрактных понятий, представляющая их в виде, удобном для восприятия, позволяет преподавателю объяснить, а студентам усвоить довольно тонкие и сложные вопросы.

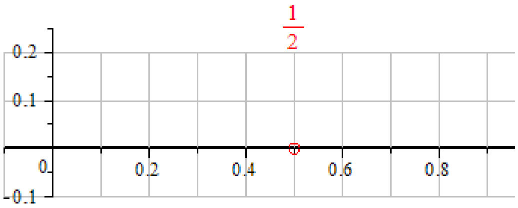
Нами с использованием компьютерной визуализации были проведены ряд занятий по теме «Предел последовательности» для студентов 1-го курса технических направлений подготовки. Введению строгого понятия предела последовательности предшествовала работа в группах (по 3-4 человека). Каждой из групп было дано следующее задание:

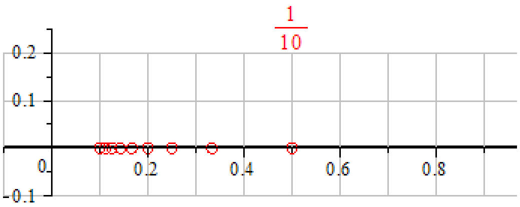
– вычислить первые десять элементов выбранной последовательности и изобразить их точками на числовой прямой;

– вычислить элементы последовательности с номерами 50, 100 и 1000 и изобразить их точками на числовой прямой;

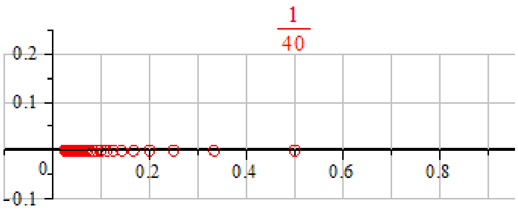
– ответить на вопрос «Где будут располагаться точки, изображающие элементы последовательности с номерами 10 000 и 1 000 000?».

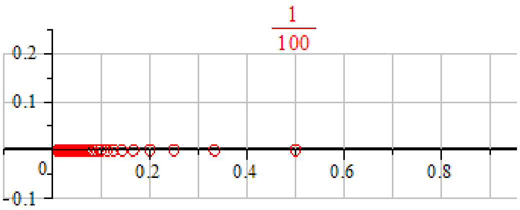
Далее демонстрировались анимационные ролики, на которых студенты могли наблюдать последовательное приближение точек $\{x_n\}$ к своему пределу (рис.1).





a) $n=2$ b) $n=10$

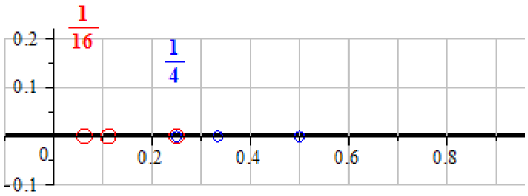


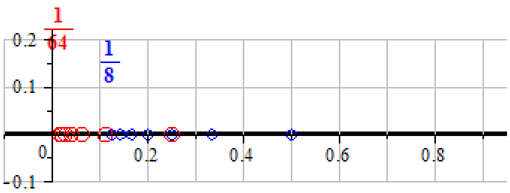


c) $n=40$ d) $n=100$

Рисунок 1 – Кадры анимационного ролика, демонстрирующего стремление к нулю элементов последовательности $\{1/n\}$

После просмотра анимационных роликов, демонстрирующих стремление к нулю последовательностей $\left\{\frac{1}{n}\right\}$, $\left\{-\frac{1}{n}\right\}$, $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$, появляется возможность введения понятия разносторонних пределов. А подобная анимация для последовательностей $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ и $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ визуализирует различную скорость сходимости (рис.2).





a) $n=4$ b) $n=8$

Рисунок 2 – Кадры анимационного ролика, демонстрирующего скорость стремления к нулю последовательностей $\{1/n\}$ и $\{1/n^2\}$

Введенное строгое определение предела последовательности также отрабатывалось с использованием компьютерной визуализации. На слайдах демонстрировалось:

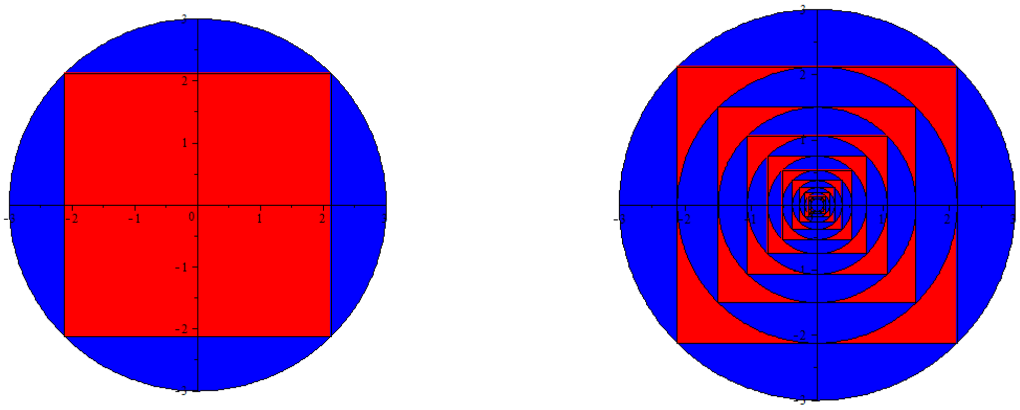
– изменение ε-окрестности точки a с изменением числа ε,

– изменение номера n_0, т.е. изменение количества элементов последовательности, не попадающих в заданную ε-окрестность точки a.

Через анимационные ролики были введены и отработаны понятия ограниченных и неограниченных, монотонных и немонотонных последовательностей, а также основная теорема – теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности.

В качестве домашнего проекта студентам предлагалось решить следующие геометрические задачи.

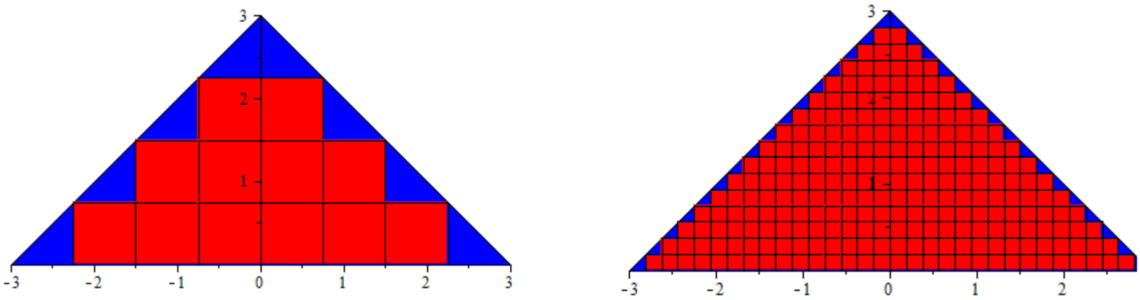
Задача 1. В круг радиуса R вписан квадрат, в квадрат вписан круг, в этот круг опять вписан квадрат и так n раз (рис.3). Найти предел суммы площадей всех кругов и предел суммы площадей всех квадратов при $n \to \infty$ [1].



a) $n=1$ b) $n=8$

Рисунок 3 – Последовательность вписанных друг в друга квадратов и кругов

Задача 2. В равнобедренный прямоугольный треугольник, основание которого разбито на $2n$ равных частей, вписана ступенчатая фигура (рис.4). Доказать, что при $n \to \infty$ разность между площадью треугольника и площадью ступенчатой фигуры бесконечно мала [1].



a) $n = 4$ b) $n = 16$

Рисунок 4 – Вписанная в треугольник ступенчатая фигура

Проведенные нами с применением современных информационных технологий аудиторные занятия оказались более эффективными и динамичными. Об этом свидетельствует и проведенное анкетирование студентов. Преобразованная, с применением информационных технологий обучения, деятельность преподавателя и студента повышает эффективность познавательной деятельности, развивает мышление и способствует улучшению результативности учебного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – СПб.: Профессия, 2001. – 432 с.

2. Зорич В. А. Математический анализ. Часть I. / В. А. Зорич. – М.: ФАЗИС, 1997. – 554 с.

УДК 378.015 : 004

МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ АСПИРАНТОВ (АДЪЮНКТОВ) В ЭЛЕКТРОННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

А.М.Флотков
Военная академия воздушно-космической обороны, Тверь
E-mail: alexflotkov@yandex.ru

Быстрые и глубокие изменения, происходящие в современном мире, которые часто описываются как становление глобального информационного общества, основанного на знаниях, стали важнейшими факторами, повлиявшими на развитие высшей школы в конце XX – начале XXI века. В условиях глобализации и ускорения интеграционных процессов в высшем образовании одним из ключевых элементов инновационной инфраструктуры современного ВУЗа является ступень профессиональной подготовки кадров высшей квалификации. Ключевые тенденции современного высшего образования меняют структуру и методические подходы к организации подготовки аспирантов (адъюнктов). Согласно концепции модернизации российского образования на период до 2020 года, основная цель высшего профессионального образования заключается в подготовке квалифицированного специалиста соответствующего уровня и профиля, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных с ней областях, способного к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности [1].

Современные тенденции высшего образования и научно-исследовательской деятельности выпускников аспирантуры (адъюнктуры) вузов, как будущих научно-педагогических работников, требуют более тщательного и детального подхода к оценке уровня сформированности их профессиональных характеристик, под которыми на сегодняшний день подразумеваются компетенции [2]. Существующие на сегодняшний день методы контроля позволяют вузу оценивать дисциплинарные знания, умения и навыки по различным видам учебной деятельности, но с их помощью невозможно создать компетентностный (профессиональный) портрет выпускника аспирантуры (адъюнктуры). На данный момент отсутствуют и единые подходы к управлению процессом формирования компенетенций аспирантов (адъюнктов) на протяжении всего обучения. В этой связи задачей руководства вуза является внедрение современных методов управления процессами достижения планируемых результатов с учетом особенностей образовательного процесса и направленности программы подготовки обучающихся. Тем не менее, анализ вузовской практики свидетельствует об эпизодичности применения электронного обучения и отсутствия целостной электронной информационно-образовательной среды вуза. Основной причиной такого положения в вузе является недостаточная концептуальная разработанность теоретических основ формирования компетенций средствами электронного обучения, которая все чаще приходит в противоречие с объективными потребностями практики в научно-обоснованных моделях, методах, технологиях формирования компетенций средствами электронного обучения в образовательном процессе [3]. Возрастающие возможности современных информационно-коммуникационных технологий и электронного обучения позволяют предположить, что в настоящее время – это важный фактор повышения качества подготовки обучающихся за счет эффективного решения задач управления процессом формирования компенетенций, о чем свидетельствует положительный опыт применения электронной информационно-образовательной среды (ЭИОС) в нашем вузе (Военной академии воздушно-космической обороны имени Г.К. Жукова). Это стало возможным за счет реализации метода управления по результатам процессов формирования дисциплинарных способностей и компетенций. Модель компетентностно-ориентированной электронной информационно-образовательной среды представлена на рис. 1. Педагогический процесс рассматривается как способ адаптивного управления обучающимся, в котором он является активным объектом управления, имеющим собственные цели и мотивы их достижения. В модели учитываются все категории факторов, влияющих на характеристики обучающегося.

$R_д$ – результат сформированности дисциплинарных способностей;

$D_д$ – достоверность результата сформированности дисциплинарных способностей аспирантов (адъюнктов);

$R_к$ – результат сформированности компетенций аспирантов (адъюнктов);

$D_к$ – достоверность результата сформированности компетенций аспирантов (адъюнктов).

В «Блоке компетенций» осуществляется оценивание уровня сформированности компетенций аспирантов (адъюнктов) по большому количеству критериев в соответствии с установленными правилами расчета показателей оценки сформированности компетенций.

«Блок дисциплинарных способностей» позволяет на основе правил и критериев осуществлять расчет показателей уровня сформированности каждой дисциплинарной способности.

«Экспертная система» на основе известных непараметрических методов статистической обработки данных определяет Δ - рассогласование между планируемыми результатами обучения по каждой дисциплинарной способности и сформированности компетенции и текущим уровнем подготовленности обучающегося.

В «Блоке формирования управляющих воздействий» формируются рекомендации должностным лицам по воздействию на объект управления.

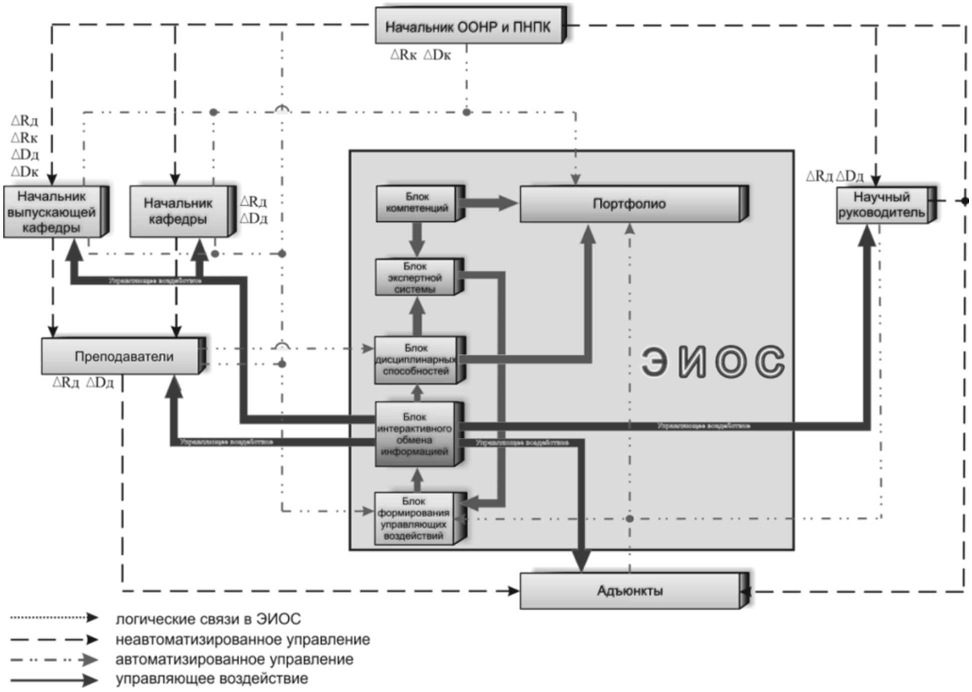


Рис.1. Модель управления формированием компетенций в ЭИОС

«Портфолио» предназначено для фиксирования, накопления и оценки индивидуальных достижений аспиранта (адъюнкта) – планируемых результатов освоения основной образовательной программы за определенный период времени.

Вывод: Применение в образовательном процессе компетентностно-ориентированной среды с возможностью управления процессом формирования компетенций обучающихся позволяет достигать требуемого результата подготовки – сформированности компетенций аспирантов (адъюнктов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зимняя И. А. Ключевые компетентности – новая парадигма результата образования /И. А. Зимняя // Высшее образование сегодня. – 2003. – № 5. – С. 34–42.

2. Грибанькова А. А. Современные тенденции в подготовке специалистов-исследователей за рубежом (в контексте исследования проблем модернизации образования) : автореф. дис… доктора пед. наук / А. А. Грибанькова. – Калининград. – 2011.

3. Буденкова Е. А. К вопросу о формировании общекультурных компетенций студентов-бакалавров средствами электронного обучения в вузе: теоретические и практические аспекты / Е. А. Буденкова // Мир Науки. – 2016. – Т. 4, № 3. – С. 1–10.

УДК 371.315

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ОБУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ СХЕМНЫХ И ЗНАКОВЫХ МОДЕЛЕЙ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА НА УРОКАХ

О.Б. Форсова
Муниципальное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 37, Тверь
E-mail: forsolga@mail.ru

На протяжении всей истории развития педагогической мысли прослеживаются два подхода к обучению и воспитанию подрастающего поколения, которые условно можно назвать ***авторитарным*** и ***гуманистическим***. Авторитарному направлению в педагогике соответствуют ***объяснительно-иллюстративные технологии***. Психологическим содержанием объяснительно-иллюстративных технологий является просвещение учащихся с последующим принуждением их к воспроизводству информации в репродуктивном режиме. Технологии объяснительно-иллюстративного обучения основаны на информировании, просвещении учащихся, организации их репродуктивных действий с целью приобретения знаний, умений и навыков и формирования заданных личностных качеств. Педагог, работающий в данной технологии, считает своей целью – изложение нового содержания. В этом случае обучающийся оказывается объектом воздействия, его работа организуется путем внешнего принуждения со стороны преподавателя. Постоянный контроль уровня освоения учащимся нового содержания, высокая частота внешнего стимулирования баллами являются одними из основных процедур при этом способе обучения [1 – 4].

В целом педагог в этом режиме обучения реализует три основные функции:

1. **Информирующую** – изложение готовой информации с привлечением иллюстрированного материала.
2. **Контролирующую** – непрерывное наблюдение за выучиванием преподносимой информации.
3. **Оценивающую** – фиксация в баллах процесса освоения полученной информации.

Эти функции взаимообусловленные: при исключении или ослаблении одной из них процесс обучения в обозначенной выше технологии прерывается. Характерной чертой ролевых отношений в объяснительно-иллюстративных технологиях обучения является прямолинейный, однонаправленный вектор воспитательного процесса – воздействие. Взаимодействие со школьником рассматривается как второстепенный, дополнительный процесс. Такое воздействие на обучающихся не может не вызвать их ответную негативную реакцию, выражающуюся в недоброжелательном отношении школьников к учителю, учению, школе, которое накапливается, а затем проявляется в агрессивных действиях по отношению к окружающим.

Выстраивание учебного процесса на основе информирования предполагает в качестве основного механизма – «продавливание» учителем готового содержания для репродуктивного воспроизведения по образцу его рассказа или текста учебника на основе развития механической памяти обучающихся. Очень мало учебного времени отводится на познавательную деятельность учащихся. Особо следует отметить, что и этот незначительный объём времени осуществляется на основе внешней мотивации труда учащихся. При использовании технологий данного типа обучения доминирующими являются внешние стимулы, особое внимание акцентируется на субъективном школьном балле, провоцируя безразличное отношение к процессу постижения знаний, что и определяется как подмена мотива учения.

Важным негативным фактором данных технологий является отсутствие навыков самостоятельной организации деятельности у учащихся, кроме того, большой объем учебного труда отодвигает на второй план потребности, интересы, жизненные устремления, эмоциональную жизнь школьника.

Основной недостаток традиционной системы обучения связан с тем, что объяснительно-иллюстративные технологии не интенсифицируют процесс развития личности. Успешная реализация процедур развития личности возможна только при деятельностном способе обучения, выстроенном на принципиально новых научно-методических основах.

Таким образом, объяснительно-иллюстративный режим обучения, основным психологическим содержанием которого является информирование обучающихся, их просвещение, подкрепляемое наглядностью, а основным способом взаимодействия – субъект-объектные отношения, не может функционировать без унижающего достоинство принуждения, что отрицательно сказывается на физическом и духовно-нравственном здоровье человека. Возникает необходимость замены обучающих технологий прогрессивными образовательными, позволяющими эффективно обеспечить процессы обучения и учения, воспитания и самовоспитания, развития и саморазвития школьников, за счет создания таких психологических условий, когда большинство школьников учится на уровне усиливающихся познавательных интересов.

Сущность и дидактические основы технологий развивающего обучения

В начале 30-х годов XX века Л.С. Выгодский выдвинул идею обучения, идущего впереди развития и ориентированного на развитие ребенка, как основную цель. Согласно его гипотезе, знания являются не конечной целью обучения, а всего лишь средством развития учащихся. В результате пересмотра традиционных представлений о развитии и его соотношении с обучением на первый план было выдвинуто становление ребенка как субъекта разнообразных видов и форм человеческой деятельности.

Под развивающим обучением понимается новый, активно-деятельностный способ обучения, идущий на смену объяснительно-иллюстративному способу.

При деятельностно-практическом способе работы меняются позиции обучающегося и обучающего, они становятся взаимодействующими субъектами. В связи с этим существенно меняются функции педагога:

1. Создание условий для включения обучающихся в самостоятельную познавательную деятельность.
2. Создание общего позитивного эмоционального фона.
3. Совместная оценка результатов труда.

Известно, что любая технология представляет собой цепочку последовательно совершаемых педагогами, учащимися действий для достижения конкретного педагогического результата. Психологическое содержание этого результата определяется, во-первых, используемыми психологическими средствами, влияющими на тип формируемой личности, во-вторых, дидактическими методами и приемами обучения. И, в-третьих, организационными условиями, определяющими успешность реализации предписанных психологических и дидактических средств.

Основные психологические механизмы технологии развивающего обучения

Результатом целенаправленной работы по организации учебной деятельности учащихся должна стать последовательно приобретаемая школьниками способность самостоятельно и осознанно организовывать свою деятельность. Учащиеся должны самостоятельно ставить перед собой очередную учебную задачу и находить адекватные средства ее решения. Ученик должен уметь совершать следующие действия:

1. Ставить цель на очередной этап.
2. Осмыслить мотивы деятельности.
3. Выбрать адекватные цели средства ее осуществления.
4. Самостоятельно совершать действия.
5. Достигать цели.
6. Производить самооценку.

Главной особенностью учебной деятельности школьников в технологиях развивающего обучения является её выстраивание на основе теоретических обобщений.

Учебная деятельность школьников предполагает деловое общение и критику результатов со стороны участников процесса. Дети должны быть готовы задать вопрос по ходу рассуждения. Технологии развивающего обучения предусматривают различные формы организации совместной деятельности:

- «ученик – ученик», групповые работы;
- «ученик – учитель», межгрупповые;
- взаимодействие с родными.

Таким образом, особенностями обучения в технологиях развивающего обучения являются дискуссия, диалог, активное деловое взаимодействие, коллективная мыслительная деятельность.

Организационные преобразования в учебном процессе

Успешно реализовать процессуальные изменения в обучении школьников становится возможным только при соответствующих организационных изменениях в учебном процессе. Контрольно-тематические ограничения в технологиях развивающего обучения задаются учебным циклом, который включает в себя учебную тему или несколько мелких тем. Для реализации технологии предлагается определить понятие «учебный модуль» как систему учебных занятий. Временные ограничения на каждый цикл определяются программой. Внутри учебного цикла обучающий и учащийся получают определенную свободу, позволяющую учитывать индивидуальные особенности школьников.

Переход на прогрессивные технологии обучения повлечет за собой отказ от четырехэлементной схемы урока. Главным отличием учебного занятия от такого урока является то, что в его основе – совместная деятельность педагогов и школьников. Работа на уроке идет «от ученика». Организация занятия нового типа связана с проектированием учебной ситуации, а не с написанием планов уроков.

Из учебного процесса ***должны быть исключены***:

1) процедура принуждения в базовых процессах;
2) репродуктивные действия в процессе обучения;
3) монолог учителя;
4) субъект-объектные отношения.

Дидактические преобразования учебного процесса

Основным дидактическим содержанием технологий развивающего обучения является усвоение способов воспроизводства теоретических знаний, таких как концентрация внимания и глубокое усвоение основных научных идей курса. Таким образом, главной особенностью учебной деятельности школьников является её выстраивание на системе последовательно усложняющихся теоретических обобщений.

Для обеспечения субъектной позиции учащихся в условиях классно-урочного обучения предусматривается вывод или введение теоретического понятия в совместной с учителем деятельности. Далее учащиеся подводятся к самостоятельному устному формулированию, затем к оформлению в удобных для запоминания схематизмах: графиках, таблицах, рисунках, формулах, в результате чего обеспечивается их сознательное применение.

Применение схемных и знаковых моделей на уроке позволит обеспечить качество образования в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов, а интеграция с ИКТ обеспечит социально-значимую активность учащихся в современном высокотехнологичном обществе.

Продуктивность опыта заключается в том, что такая система работы позволяет создавать между учителем и учащимися атмосферу сотрудничества и взаимодействия, учит взаимоконтролю и самоконтролю, умению добывать знания, обобщать и делать выводы, воздействовать на эмоциональную сферу личности:

а) блочное планирование деятельности учащихся;

б) использование структурно-логических схем и опорных конспектов по всем типам урока;

в) внедрение алгоритмов решения стандартных задач по математике для старшей ступени обучения.

Педагогами нашей школы неоднократно поднимался вопрос о низком качестве обученности учащихся по геометрии. На методических объединениях мы неоднократно говорили о том, что уровень речевой активности учащихся на уроках геометрии не соответствует желаемому. Дети с трудом могут выделять главное в изучаемом материале.

Анализируя результаты контрольных работ, показатели качества обученности учащихся по геометрии, я пришла к выводу, что причиной низкой успеваемости учащихся является низкий уровень развития познавательных процессов учащихся. Каждый школьник обладает только ему присущими особенностями познавательной деятельности, эмоциональной жизни, воли, характера, каждый требует индивидуального подхода, который учитель может осуществить, зная эти особенности. Для осуществления индивидуального подхода в процессе обучения учитель может использовать знания об особенностях развития познавательных процессов; какой вид памяти преобладает у ученика - зрительная или слуховая, смысловая или механическая; какова скорость протекания мыслительного процесса; какой стиль мышления преобладает – конкретно-ситуационный или абстрактно-логический; какой тип мышления у ученика преобладает: логический или образный. Зная эти особенности, учитель может планировать промежутки времени, отводимые на выполнение различных заданий, отводить дополнительное время для учащихся с более низкой скоростью протекания мыслительного процесса. С учетом уровня работоспособности и утомляемости учащихся составляется план урока и объем повторяемого и нового материала. Если у учащегося смысловая память преобладает над механической памятью, чтобы запомнить новый материал ему необходимо уловить смысл, понять его. Те, у кого хорошо развита механическая память, способны выучить, не вдаваясь в смысл материала.

Учитывая вышеизложенное, совместно с психологом школы я провела необходимую диагностику, на основании которой были получены следующие результаты:

1. Тип мышления у 80% учащихся – образный.
2. Правильно выделять существенные признаки могут лишь 27% учащихся.
3. Уровень развития слуховой памяти на числа – средний и ниже среднего.
4. Уровень развития слуховой памяти на слова – средний.

По моему мнению, перечисленные проблемы могут привести к дальнейшему понижению качества обученности учащихся по геометрии.

КЛЮЧЕВАЯ ПРОБЛЕМА: понижение качества обученности учащихся по геометрии как следствие низкого уровня развития познавательных процессов, низкого уровня речевой активности на уроках, неумения выделять ключевые моменты в изучаемом материале.

Анализируя полученные результаты, мы пришли к выводу, что для данной категории детей, в целях улучшения качества обучения, развития познавательных процессов учащихся, на уроках геометрии целесообразно применять опорные конспекты, схемы, используя при этом интерактивную доску, как инструмент развития учащихся.

Изучив особенности технологии интенсификации обучения на основе схемных и знаковых моделей учебного материала, я адаптировала данную технологию для решения вышеуказанных проблем. Я предположила, что последовательная работа с использованием опорных конспектов, разработанных именно в представленном мною виде, позволит мне добиться улучшения речевой активности учащихся, повысить интерес к предмету, вырастить уровень развития познавательных процессов и, как следствие, повысить качество обученности учащихся. С появлением интерактивной доски появилась возможность более наглядно и доступно излагать материал.

Дидактическое обеспечение технологии развивающего обучения на уроках геометрии 7-8 класс (из опыта работы)

Из опыта своей работы я хочу представить следующее дидактическое обеспечение технологий развивающего обучения:

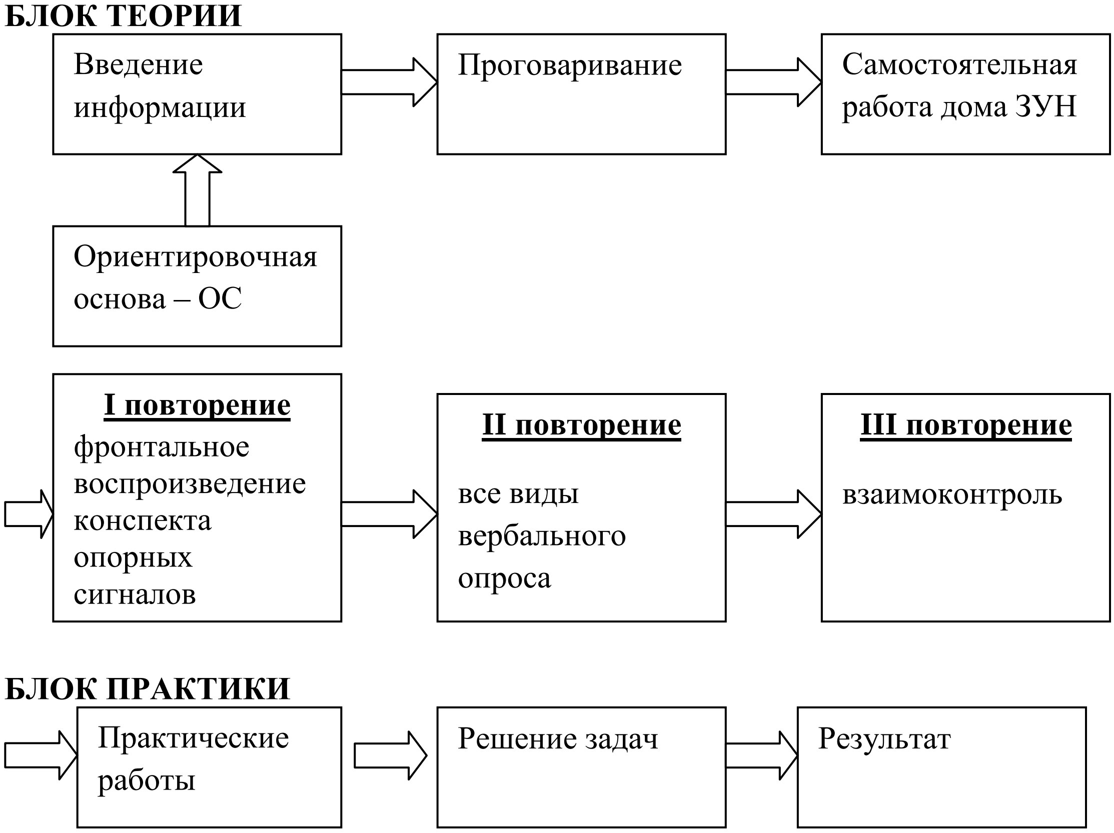
1. Опорный конспект (ОК) по геометрии 5-7-8 класс.
2. Методика работы с картой самоконтроля.
3. Методика поэтапного доказательства теорем 7-8 класс.
4. Математический «тренажер» по геометрии для учащихся 7-8 класса.

Опорный конспект представляет собой наглядную схему, в которой отражены подлежащие усвоению единицы информации, представлены различные связи между ними, а также введены знаки, напоминающие о примерах, опытах, привлекаемых для конкретизации абстрактного материала. Кроме того, в них дана классификация целей по уровню значимости. Для этого используются такие приемы как цвет, шрифт, и т.п.

При составлении ОК используют следующие ***средства выражения***: рисунки, буквы, схемы, цифры, графики, шифры, чертежи, слова, цвет, условные знаки, форма, размер.

Одновременно к выполнению ОК ***предъявляются*** следующие ***требования***: простота, лаконичность, доступность понимания, оригинальность, доступность воспроизведения, многообразие форм, поблочная компоновка, эмоциональность.

Технологическая схема учебного процесса



Работа с ОК имеет четкие этапы и сопровождается ещё целым рядом приёмов и принципиальных методических решений.

1. Изучение теории в классе: обычное объяснение у доски (с мелом, наглядностью, ТСО); повторное объяснение по красочному плакату – ОК с использованием интерактивной доски; краткое обозрение по ОК; индивидуальная работа учащихся над своими ОК; фронтальное закрепление по блокам ОК. С появлением интерактивной доски появилась возможность формировать (составлять) ОК прямо на уроке вместе обучающимися, добавляя или убирая какие-либо блоки теории в зависимости от уровня подготовки класса. Что позволяет учитывать уровень готовности обучающихся к усвоению материала. Увеличивается активность, формируются речевые навыки.

2. Самостоятельная работа дома: ОК + учебник + помощь родителей.

***Памятка учащимся*:** вспомни объяснение учителя, используя ОК; прочти заданный материал по книге; сопоставь прочитанное с ОК; расскажи материал учебника с помощью ОК (кодирование-декодирование); запомни наизусть ОК как опору рассказа; воспроизведи письменно ОК и сравни с образцом.

3. Первое повторение – фронтальный контроль усвоения конспекта: все учащиеся воспроизводят конспект по памяти; учитель проверяет работы по мере поступления; одновременно идёт «тихий» и методический опрос; после письменной работы – громкий опрос, во время которого, отвечающий ученик имеет возможность на доске по ходу ответа корректировать ОК. Это дает возможность учителю быстро определить, скорректировать план урока если появилась необходимость в дополнительной отработке какого-либо блока ОК.

4. Устное проговаривание ОК – необходимый этап внешнеречевой деятельности. Усвоение происходит во время различных видов опроса.

5. Второе повторение – обобщение и систематизация; уроки взаимоконтроля; публикация списков зачетных вопросов заранее; подготовка; использование всех видов контроля (у доски, тихого, письменного и др.); взаимоопрос и взаимопомощь; элементные игры.

Урок представляет собой этап усвоения одного учебного материала и базу для изучения другого. Тем самым он всегда является частью системы уроков сначала по теме, затем в разделе и курсе. Поэтому и важно при планировании изучения темы и раздела определить их сквозные идеи и место каждого урока в раскрытии этих идей. Вокруг них и строится весь учебный материал. Важно, чтобы ни одна существенная часть учебного материала одного урока не прекращала играть роль в последующих темах, разделах. Этого можно добиться, применяя на уроках ОК в системе с картами самоконтроля.

Таким образом, использование структурно-логических схем при изучении геометрии дает возможность повысить качество усвоения излагаемого материала посредством сужения объема информации до главного и записей в виде символов; включает учащихся в продуктивную деятельность; экономит достаточное количество времени на разных типах урока.

Методика работы с картой самоконтроля

Карта самоконтроля позволяет ребёнку видеть весь материал по теме в системе. Дает возможность ребёнку ставить цели, соответствующие его зоне «ближайшего развития», планировать свою деятельность. Наличие карт самоконтроля создает условие для определения самим учащимся уровня освоения материала, выработки у него инструментария самоконтроля. Создаются условия, в которых индивидуальный результат учебной деятельности каждый ученик видит сам и сам его оценивает «с самим собой вчерашним», что дает возможность обеспечить эмоциональный комфорт в учебном процессе.

Карта самоконтроля является тематической картой. Выдается детям на первом уроке по изучению новой темы. В первой части помещаются микроцели по изучаемой теме. При изучении новой темы, деятельность ученика начинается с цели, с микроцели. Цель – это предполагаемый результат. Учитель не является организатором и руководителем ***деятельности*** ученика на уроке. Поэтому с первых минут урока ребёнок сам должен четко понимать какими знаниями, умениями, навыками он должен овладеть. В графе «целеполагание» теоретический материал переводится на язык целеполагания: «Знать ...», «Уметь ...», «Понимать ...». Формулировка микроцелей должна быть диагностируемой. Учителю должен быть понятен механизм диагностики. Все цели должны быть достижимыми и конкретными.

Вторая графа представляет собой список столбиков, количество которых соответствует числу уроков по изучаемой теме. В каждой строке в начале каждого урока ребенок оценивает свои знания «+» или «-», или «±». При подготовке домашнего задания ученик, обратившись к карте самоконтроля, может быстро и достаточно точно сориентироваться в изучаемом материале и устранить пробелы в знаниях.

Третья графа предупреждает ученика о формах и сроках проведения проверочных работ: СР – самостоятельная работа, ПР – практическая работа, КР – контрольная работа.

Четвертая графа содержит достаточный и необходимый набор заданий для усвоения базового уровня знаний по изучаемой теме. Рекомендуется просматривать решения данных заданий перед контрольными и проверочными работами.

Достоинствами применения карт самоконтроля являются следующие аспекты: обеспечивается возможность реализоваться детям с разным уровнем подготовки, разным темпом работы, пропустившим урок по некоторым причинам; четкость, структурность, обоснованная норма. У учащегося формируется метод видения учебного процесса.

Таким образом, карта самоконтроля представляет собой набор основных требований, которые предъявляются к учащимся после изучения данной темы. Требования относятся как к знанию теоретического материала, так и к умению решать задачи и соответствуют принятым стандартам образования.

Использование карт самоконтроля при работе с ОК

Все основные определения, понятия, формулировки теорем содержатся в графе «целепологание» в карте самоконтроля и отражены в ОК в виде схем или знаков. На первом этапе урока-целепологания, определяется с каким блоком ОК будет проходить работа на данном уроке. Соответственно, ребёнок точно знает, что он должен знать, уметь, понимать при работе с определенной частью конспекта.

Главные достоинства карты самоконтроля

Ребенок знает, какие формы контроля и на каком уроке будут проводиться, тем самым уменьшается стрессовая, эмоциональная напряженность.

Учащиеся учатся ставить цель и находить методы её достижения.

Ученик, пропустивший урок по какой-либо причине, имеет возможность изучить материал дома по заданным целям. Карта поможет ребенку быстро сориентироваться в материале и выделить главное.

Большое значение при работе с ОК имеет «ТРЕНАЖЁР». «Тренажёр» – тестовая форма работы на заполнение пропусков в истинном утверждении. Применение тренажёра обеспечивает высокий уровень усвоения теоретического материала. Задания, содержащиеся в «тренажёре», содержат формулировки определений, свойств и теорем, а также основные формулы курса. Объём «тренажёра» увеличивается с каждым уроком. Определения, входящие в него, обеспечивают достаточно быстрое усвоение ОК.

В начале урока один ученик получает «тренажер» и заполняет его, потом идёт фронтальная проверка его работы с использованием сигнальных знаков. К последнему уроку «тренажёр» включает в себя все определения из ОК, факты, теоремы из раздела «целепологание» в карте самоконтроля. Динамическая работа с этой формой работы позволяет добиться хороших результатов в изучении теоретического материала. Любой ученик имеет возможность самостоятельно проверить уровень своих знаний на любом этапе изучения материала.

Методика поэтапного доказательства теорем

Данная методика заключается в следующем:

1. Доказательство теоремы разбивается на мелкие шаги.

2. Каждый шаг изображается на отдельном слайде с использованием схем, знаков и опор.

3. Используя данные слайды, ребенок должен:

a. Расположить их в правильной последовательности;

b. Научиться объяснять значение каждого этапа доказательства теоремы;

c. Научиться проводить логические связи, переходы от одного этапа к другому;

d. Проводить доказательство теоремы с использованием слайдов;

e. Воспроизвести все «этапы» и провести самостоятельное доказательство теоремы.

Методика рассчитана на детей с разным уровнем подготовки. Помогает учащимся 7 класса адаптироваться к новому виду работы. Ребенок учится выделять главные моменты в доказательстве теорем, что вызывает трудность у большинства.

В отличие от традиционной системы преподавания ученик не обязан полностью воспроизводить весь ход рассуждений учителя, требуется уловить общую суть рассматриваемого вопроса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ксензова Г. Ю. Внедрение технологий развивающего обучения – путь снижения агрессивности в деятельности учебных заведений / Г. Ю. Ксензова. – Тверь, 2004.

2. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии : учебное пособие / Г. К. Селевко. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.

3. Шаталов В. Ф. Куда и как исчезли тройки / В. Ф. Шаталов. – М.: Педагогика, 1979. – 95 с.

4. Гин А. А. Приёмы педагогической техники / А. А. Гин. – М.: «ВИТА-ПРЕСС», 2009. – 112 с.

УДК 372.862

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТРКМЧП НА УРОКАХ НФОРМАТИКИ

М.В. Храмова
Саратовский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского, Саратов,
E-mail: mhramova@gmail.com
М.А. Чабан
Саратовский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского, Саратов,
E-mail: 29aleksandrovna07@gmail.com

Информатизация образования, насыщенность информацией, технологичность учебного процесса привели к тому, что технологии в учебном процессе уже не воспринимаются как нечто чужеродное, незнакомое. Современная педагогика уже немыслима без применения технологий на разных уровнях.

На сегодняшний день неотъемлемая часть процесса обучения это – информационные технологии. Без использования современных средств информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) уже невозможно представить образовательный процесс, отвечающий требованиям современного информационного общества. Роль ИКТ в обеспечении современного качества образования рассматривается как ключевой элемент развития современной школы.

ИКТ – важнейшая составляющая всех направлений деятельности современного учителя, способствующая оптимизации и интеграции учебной и внеучебной деятельности. Информационно-методические условия реализации основной образовательной программы общего образования должны обеспечиваться современной информационно–образовательной средой (ИОС). ИОС образовательного учреждения включает: комплекс информационных образовательных ресурсов, в том числе цифровые образовательные ресурсы, совокупность технологических средств информационных и коммуникационных технологий (ИКТ): ИКТ-оборудование, компьютеры, систему современных педагогических технологий (ПТ), обеспечивающих обучение в современной ИОС.

В связи с этим, в новых условиях на учителя информатики возлагаются дополнительные задачи, поскольку использование ИКТ подразумевается на всех остальных предметах [1, 2].

Внедрение новых средств ИКТ – это переход к современному уроку. Они позволяют исключить однообразие процесса обучения, создают условия для смены видов деятельности учащихся [3].

Педагогическая технология предполагает реализацию идеи полной управляемости учебным процессом. Важнейшим ее признаком служит также *воспроизводимость*, подразумевающая возможность применения в других дисциплинах, образовательных учреждениях и с другими субъектами образовательного процесса.

Педагоги готовы использовать технологии, но когда речь заходит о практическом применении в процессе обучения, всплывают различные вопросы: как применять, соответствуют ли тому или иному возрасту, насколько эффективны касаемо конкретного предмета.

Информатика, являясь современной школьной дисциплиной, использует образовательные технологии на основе ИКТ, а также в процессе её преподавания реализуются межпредметные связи в ходе проектной деятельности.

Однако, говоря о формировании метапредметных результатов обучения, большинство педагогов особенно акцентируют внимание на умении работать с информацией.

Таким образом, мы предположили, что в ходе преподавания информатики, возможно, стоит более активно использовать технологии работы с информацией. В качестве таковой была выбрана технология, не характерная для уроков информатики – **теория развития критического мышления через чтение и письмо (ТРКМЧП)**.

ТРКМЧП получила свое развитие в системе российского образования с 1997 года. Ее авторы – американские ученые Ч. Темпл, К. Мередит, Д. Стилл. Структура технологии РКМ посредством чтения и письма стройна и логична, так как ее этапы соответствуют закономерным этапам когнитивной деятельности личности.

Критическое мышление понимается в этом случае как естественный способ взаимодействия с идеями и информацией. Вырабатывается необходимое умение не только овладеть информацией, но и критически ее оценить, осмыслить, применить.

Цель данной технологии – развитие интеллектуальных умений учащихся, необходимых не только в учебе, но и в обычной жизни. Иными словами, главная цель технологии РКМЧП – развитие интеллектуальных способностей ученика, позволяющих учиться ***самостоятельно*** [3].

Основу данной технологии составляет базовая модель трех стадий «вызов – реализация смысла – рефлексия», которая помогает учащимся работать с информацией и размышлять о том, что они узнали.

ТРКМ позволяет сделать работу на уроке интереснее и полезнее. Учащимся даются не готовые выводы, а прививается умение творчески работать с источниками информации для самостоятельного получения знаний.

Одним из приемов ТРКМЧП является – «Fishbone». **«Fishbone»** направлен на развитие ***критического мышления*** учащихся в наглядно-содержательной форме [4].

В основе Fishbone лежит схематическая диаграмма в форме рыбьего скелета. Схема представляет собой графическое изображение, позволяющее наглядно продемонстрировать определенные в процессе анализа причины конкретных событий, явлений, проблем и соответствующие выводы или результаты обсуждения.

Метод Fishbone может быть использован в качестве отдельно применяемого методического приема для анализа какой-либо ситуации, либо выступать стратегией целого урока. Дополнительно метод позволяет развивать навыки работы с информацией и умение ставить и решать проблемы.

Как известно, любая проблема начинается с «головы». Помещаем нашу проблему в «голову». На верхних «косточках» записываются формулировки причин, на нижних – факты, подтверждающие, что данные причины существуют. Хвост рыбы – вывод.

При решении проблемы необходимо найти или выделить причинно-следственные связи.

Технология представляет собой систему стратегий, объединяющих приемы учебной работы по видам учебной деятельности независимо от конкретного предметного содержания. Базовая модель задает не только определенную логику построения урока/занятия, но также последовательность и способы сочетания конкретных технологических приемов. Это позволяет говорить об универсальном, метапредметном характере предлагаемой технологии.

В век динамических изменений главным становится умение учиться самостоятельно. Таким образом, и новые стандарты, и технология РКМЧП акцентируют внимание на личносто-ориентированном подходе в обучении. Отличной чертой этой технологии является более высокий уровень восприятия знаний, их структуризация, рождение новых идей, поиск альтернативных решений проблем.

ТРКМЧП позволяет овладеть законами использования знаний, открывает возможности для индивидуализации обучения, способствует активному приобретению знаний, развитию последовательного интереса учащихся, несет элементы творческого подхода, открывает путь для самообразования, способствует формированию самостоятельной и творческой активности.

На многих уроках нам приходится работать с текстами, порой не всегда интересными. В связи с этим, ТРКМЧП становится весьма актуальной технологией не только на занятиях по «Информатике», но и во всем образовательном процессе. Некоторые приёмы позволяют сделать урок более продуктивным, помогают учащимся сформировать собственную позицию, освоить навыки работы с источниками, справочниками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Храмова М. В. Образовательные технологии при обучении информатике в условиях ФГОС ООО / М. В. Храмова, М. А. Чабан// Научная дискуссия: вопросы педагогики и психологии. – 2015.– № 12-2. – С. 53-57.

2. Чванова М. С. Организация проектной деятельности в системе открытого образования / М. С. Чванова, М. В. Храмова // Педагогическая информатика. – 2012.– № 4.– С. 47-57.

3. Современные педагогические технологии основной школы в условиях ФГОС / О. Б. Даутова, Е. В. Иваньшина, О. А. Ивашедкина, Т. Б. Казачкова, О. Н. Крылова, И. В. Муштавинская. – СПб. : КАРО, 2014. – 176 с.

4. Метод "Фишбоун" (Рыбий скелет): что это такое, формы работы на уроке и примеры [Электронный ресурс] .– URL: http://pedsovet.su/metodika/priemy/5714 (Дата обращения 02.03.2016).

5. Чабан М. А. Современные образовательные технологии на уроках информатики / М. А. Чабан // Современные тенденции и проекты развития информационных систем и технологий : материалы Всероссийской научно-исследовательской конференции студентов и школьников. – Хабаровск : Хабаровский государственный университет экономики и права, 2016. – С. 87-91.

6. Храмова М.В., Чабан М.А. Актуальные образовательные технологии в рамках реализации ФГОС ООО. // Информационные технологии в 56 образовании: Материалы VII Всерос. научно-практ. конф. Саратов: ООО «Издательский центр «Наука», 2015. 128-133 с.

7. Храмова М. В. Образовательные технологии на уроках информатики как средство повышения качества обучения / М. В. Храмова М. В. Чабан // Актуальные вопросы регионального образования. – Саратов : ГАУ ДПО «СОИРО». – №20. – С. 58-62.

УДК 371 : 519.7

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ОБУЧЕНИЕМ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ УЧАЩЕГОСЯ

Е.Г. Царькова
Федеральное казённое учреждение “Научно-исследовательский институт информационных технологий ФСИН России”, Тверь
E-mail: university69@mail.ru

О.Е. Петрова
Федеральное казённое учреждение “Научно-исследовательский институт информационных технологий ФСИН России”, Тверь
E-mail: olga-pmk@yandex.ru

Е.Н. Бодров
Тверской колледж имени А.Н. Коняева, Тверь
E-mail: BodrovEvgenij@yandex.ru

В настоящее время важным направлением исследований становится математическое моделирование самых разнообразных психологических, педагогических, социальных процессов [3], [5 – 7]. В ряде работ современных исследователей процессы преподавания в ученическом коллективе сформулированы в виде задач оптимального управления и нелинейного программирования [8 – 10], для решения которых разработан широкий спектр аналитических и численных методов ([1], [2], [4]).

Рассмотрим задачу освоения математических дисциплин в ученическом коллективе. Пусть α – коэффициент научения учащегося, r, γ – коэффициенты работоспособности и забываемости, соответственно, зависящие от усталости учащегося, $F(t)$ – уровень приложенных им усилий в момент времени t. Тогда для роста его уровня знаний $Z(t)$ имеем соотношение:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = r\alpha F(t) Z^b(t) - \gamma Z(t). \qquad 1)$$

Уровень работоспособности $r\,(t)$ изменяется в процессе совершения работы учащимся. В начальный момент времени $r = r_0 (0 < r_0 \le 1)$. Далее r изменяется до 0 по правилу:

$$r(t) = \frac{r_0}{1 + e^{k_1 (P - P_0)}}, \qquad 2)$$

где P_0 – работа, которую совершает учащийся на занятии (например, выполнение заданий) и при этом его работоспособность падает от $r = 1$ до $r = 0{,}5$.

В процессе обучения преподаватель предъявляет требования, уровень которых выше способности учащегося в заданный момент времени, то есть $U(t) > Z(t)$. При этом учебная работа учащегося (например, количество успешно выполненных заданий) пропорциональна приложенным усилиям (уровню интенсивности мыслительной деятельности), а также длительности обучения.

Для уровня усилий учащегося справедливо равенство:

$$F(t) = U(t) - Z(t). \qquad 3)$$

Разобьем урок на N элементарных промежутков времени. Тогда

$$\Delta P(t) = k_2 F(t) \Delta t = k_2 (U(t) - Z(t)) \Delta t,$$

$$P(t) = k_2 \sum_{i=1}^{N} F_i(t) \Delta t. \qquad 4)$$

В случае малого уровня предъявляемых преподавателем требований $(U - Z)$, то есть в ситуации, когда учащийся занят на уроке решением простых для него задач, затрачиваемые им усилия пропорциональны времени: $P = kt$. Данный факт позволяет учитывать появление у учащегося усталости даже в том случае, когда он выполняет несложные задания, но длительное время.

В перерывах между занятиями у учащихся появляется возможность отдыха и в этом случае работоспособность восстанавливается согласно соотношениям:

$$\frac{dr(t)}{dt} = k_3 \left(r_{\max}(t) - r(t) \right), \qquad 5)$$

$$r(t) = r_{\max}(t) - (r_{\max}(t) - r_0) e^{-k_3 (t - t_0)},$$

где $r_0 = r(t_0)$ – уровень работоспособности в начальный момент периода отдыха t_0, $r_{\max}(t)$ – максимально возможный уровень работоспособности учащегося в данный момент t рабочего дня.

Максимальная работоспособность снижается в течение дня по закону:

$$r_{\max}(t) = e^{-k_4 t}. \qquad 6)$$

Заметим, что скорость увеличения знаний пропорциональна трудности понимания (субъективной сложности $S \in [0,1]$) учебного материала. Данный факт выражается соотношением:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = r(t)(1 - S) \alpha F(t) Z^b(t). \qquad 7)$$

Таким образом, получаем модель обучения следующего вида:

$\dfrac{dZ(t)}{dt} = \dfrac{(1 - S) \alpha F(t) Z^b(t)}{1 + e^{k(P - P_0)}} - \gamma Z(t)$ – при $U(t) > Z(t)$ (т.е. во время 8)

обучения),
$\frac{dZ(t)}{dt} = -\gamma Z(t)$ – при $U = 0$ (т.е. во время перерыва).

Целью рассматриваемой задачи становится максимизация знаний учащегося, полученных за общее время обучения *T*:

$$J = \int_0^T Z(t)dt \to \max . \qquad 9)$$

Роль управляющего воздействия в этом случае выполняет уровень требований преподавателя *U*(*t*).

Пусть преподаватель в течение дня организует процесс обучения в условиях максимально напряженной работы учащегося: *F=const*. При этом в течение рассматриваемого промежутка времени прирост знаний значительно меньше общего количества знаний учащегося, поэтому можно положить $b = 0$. Полагаем *N*=5, то есть проводится 5 уроков с одинаковой длительностью $T_y = t_1 = t_2 - t_1' = \ldots = t_5 - t_4'$. Данные уроки разделены перерывами протяжённостью $T_n = t_1' - t_1 = t_2' - t_2 = \ldots = t_4' - t_4$.

Построим графики зависимости *Z*(*t*), *P*(*t*), *r*(*t*) от времени (см. рис.1).

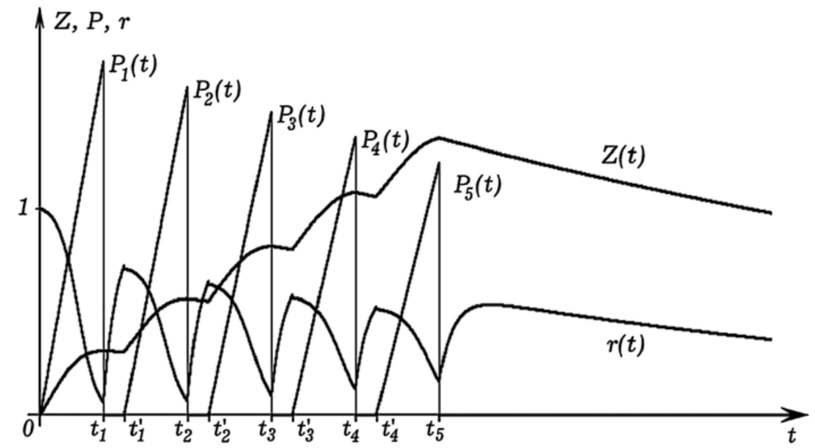


Рис.1 – Графики зависимости $Z(t)$,$P(t)$,$r(t)$ от времени обучения и отдыха

На графике видим, что коэффициент работоспособности *r(t)* совершает колебания в окрестности некоторой плавно уменьшающейся величины. В случае уменьшения периодов отдыха результаты обучения снижаются. Данная модель позволяет сделать выводы о целесообразности и длительности периодов отдыха в ситуации реального учебного процесса. Таким образом, математическое моделирование становится важным инструментом качественной оценки эффективности выбора структуры учебного процесса, как в школьном коллективе, так и в студенческой группе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреева Е. А. Методы оптимизации : учебное пособие / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. – Тверь : ТвГУ, 1995. – 157 с.
2. Андреева Е. А. Численные методы решения экстремальных задач / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. – Тверь : ТвГУ, 2002. – 364 с.
3. Воротникова Т. Ю. Оптимальная структура проектной команды как способ повышения надежности функционирования информационных систем / Т. Ю. Воротникова // Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации : сб. ст. II Международной научно-практической конференции / под общей редакцией Г. Ю. Гуляева. – Пенза : МЦНС «Наука и Просвещение», 2017. – С. 19-23.
4. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации / Ю. Г. Евтушенко. – М. : Наука, 1982. – 432 с.
5. Майер Р. В. Имитационная модель процесса обучения / Р. В.Майер // Домашняя лаборатория : интернет-журнал. – 2012. – №3. – С. 358-366.
6. Майер Р. В. Обобщенная имитационная модель обучения и ее исследование на ПЭВМ [Электронный ресурс] / Р. В. Майер // Психология, социология и педагогика. – 2013. – URL: http://psychology.snauka.ru/2013/04/2054 (Дата обращения: 22.01.2017).
7. Неуймин Я. Г. Модели в науке и технике. История, теория, практика / Я. Г. Неуймин. – Л.: Наука, 1984. – 190 с.
8. Орлов А. И. Менеджмент : учебник / А. И. Орлов. – М.: Изумруд, 2003. – 298 с.
9. Царькова Е. Г. Математическое моделирование в психолого-педагогических процессах / Е. Г. Царькова, Е. Н. Бодров // Современные научные исследования: актуальные вопросы, достижения, инновации : сб. ст. II Международной научно-практической конференции / под общ. ред. Г. Ю. Гуляева. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2016. – С. 11-14.
10. Царькова Е. Г. Математическая модель задачи управления процессом обучения слушателей учебного центра и её решение численными методами / Е. Г. Царькова, А. Ю. Бырков, О. Е. Петров // Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации : сб. ст. победителей Международной научно-практической конференции. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2016. – С. 25-28.

УДК 372.851

МОНИТОРИНГ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

С.В. Цыпкина
МБОУ Сандовская СОШ, п.Сандово Тверская обл.
E-mail: csv20@ya.ru

Требования Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) нового поколения направлены на формирование личности обучающихся, овладение ими универсальными учебными действиями.

Уровень начального общего образования является фундаментом для дальнейшего успешного освоения образовательных программ на всех этапах обучения.

Оценка результатов обучения занимает ведущее место в реализации новых образовательных стандартов. Именно она позволит судить об эффективности деятельности образовательных систем по реализации ФГОС.

В 2011 году под руководством Российской академии образования г. Москва стартовал проект по формированию набора контрольно-оценочных средств по основным предметам начальной школы: литературное чтение, русский язык, математика, окружающий мир. Задача созданной в 2015 году по результатам выполнения указанного проекта системы оценивания образовательных достижений обучающихся состоит в практической реализации теоретически построенных и предложенных для введения новых моделей образовательной системы на ступени начального общего образования.

Измерительным инструментом более точного отслеживания и оценки процесса развития универсальных учебных действий обучающихся является мониторинг. Сущность общего понятия «мониторинг» состоит в следующем. Мониторинг - это организованное системное наблюдение за каким-либо процессом, отслеживание его хода по определенным показателям.

В образовательной сфере мониторинг – это достаточно сложное явление. В педагогике под мониторингом понимается поэлементный анализ знаний обучающихся по предмету, наблюдение, оценка и прогноз состояния учебно-воспитательного процесса [1].

Областью практического применения мониторинга является управление образовательной деятельностью на уроке, в классе и в целом по школе.

Мониторинг – это инструмент, помогающий педагогу построить образовательную деятельность, основываясь на индивидуальных возможностях каждого обучающегося, создавая оптимальные условия для достижения качественного учебного результата.

В настоящее время можно выделить 4 уровня образовательного мониторинга.

I уровень – Федеральный заключается в проведении Всероссийской проверочной работы (4 класс), Основного государственного экзамена (9 класс) и Единого государственного экзамена (11 класс).

II уровень – Региональный фиксирует представление о деятельности региональной системы образования в целом и ее элементах в сравнении друг с другом, а также с учетом специфических функций разного типа школ региона. Вырабатывает прогноз и развитие системы образования в регионе.

III уровень – Муниципальный подводит итоги деятельности образовательной организации, педагогов и обучающихся в районе за определенный период.

IV уровень – Внутришкольный охватывает деятельность обучающихся, педагогов в своей образовательной организации [2].

Цель педагогического мониторинга состоит в отслеживании процесса развития и формирования метапредметных универсальных учебных действий обучающихся для проектирования и своевременной корректировки учебного процесса.

Выделяют следующие четыре основных функции педагогического мониторинга.

– Диагностическая – сканирование состояния системы образования и происходящих в ней изменений, что позволяет дать оценку данным явлениям.

– Экспертная – в рамках мониторинга возможно осуществление экспертизы состояния, концепции, форм и методов развития системы образования, ее компонентов и подсистем.

– Информационная – мониторинг является способом регулярного получения сопоставимой информации о состоянии и развитии системы, необходимой для анализа и прогноза состояния и развития системы;

– Интегративная – мониторинг является одним из системообразующих факторов, обеспечивающих комплексную характеристику процессов.

В 2016 г. состоялся первый выпуск четвероклассников, которые обучались в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования. Тогда же впервые была проведена независимая оценка уровня подготовки обучающихся 4-го класса по результатам выполнения ими Всероссийской проверочной работы.

Проведение Всероссийской проверочной работы регламентируется следующими нормативными документами.

– Правила осуществления мониторинга системы образования, (утв. Постановлением Правительства РФ от 05.08.2013 № 662) утверждают перечень обязательной информации о системе образования, которая подлежит мониторингу, например, содержание образовательной деятельности и организация образовательного процесса по основной образовательной программе начального общего образования.

– Приказ Минобрнауки России от 26.11.2015 №1381 «О проведении мониторинга качества образования» определяет, что Рособрнадзор в срок до 31 декабря 2016 г. должен представить доклад о результатах мониторинга качества подготовки обучающихся.

– График проведения мероприятий, направленных на исследование качества образования на 2016–2017 гг. (утв. распоряжением Рособрнадзора от 30.08.2016 № 2322–05), регламентирует график проведения мониторинговых исследований, в том числе Всероссийских проверочных работ на 2017 г.

Диагностика проводится по русскому языку, математике и окружающему миру.

Математика является одним из фундаментальных предметов, который служит базой для дальнейшего изучения предметов математического и естественнонаучного циклов, а также основой для практического применения полученных знаний в жизненных ситуациях.

Поэтому необходимо, начиная с 1 класса, выстроить систему организации, сбора, хранения, обработки, анализа образовательных достижений обучающихся, обеспечивающую непрерывное слежение за состоянием систем управления образованием и прогнозирование их развития.

В период с 2011 по 2015 год Отделом оценки качества Российской академии образования были разработаны диагностические методики для измерения показателей оценки объекта мониторинга. Проведены необходимые диагностические процедуры с периодичностью 2 раза в год. Обработаны и проанализированы полученные результаты для принятия соответствующих управленческих решений.

Информация, полученная в результате мониторинга, позволила увидеть реальные проблемы, сущность которых сводится к следующему. Во-первых, многообразие реализуемых в настоящее время в начальной школе образовательных программ по математике с разным количеством часов, отводимых на изучение той или иной темы. Во-вторых, разная наполняемость соответствующих учебников заданиями и упражнениями. В-третьих, различные подходы к организации внеурочной деятельности по предмету. В-четвертых, конечно же, индивидуальные особенности обучающихся. Все эти факторы приводят к неоднозначному усвоению школьниками учебного материала по математике.

Сравнительный анализ школьных программ начального курса математики показывает, что наиболее полное внимание развитию геометрического мышления обучающихся уделяется в программе «Школа России». Ниже в таблице представлено наличие основных разделов геометрического содержания в разных образовательных программах (Таблица 1).

Таблица 1

Сравнительный анализ
изучения геометрических понятий в школьных программах

Геометрическое понятие	Школа России	Гармония	Программа Школа 2100
Точка	+	+	+
Прямая и кривая линии. Отрезок. Ломаная	+	+/-	+
Угол	+	+	+
Прямая	+	+	+
Треугольник	+	+	+
Прямоугольник	+	+	+
Объемные фигуры	+	+	-
Поверхности	+	-	-
Многогранники	+	+	+
Куб, параллелепипед	+	+	+

Как следует из Таблицы 1, в программе «Гармония» недостаточно внимания отведено одной из основных тем начальной геометрии «Прямая и кривая линии. Отрезок. Ломаная», а также теме «Поверхности». В программе «Школа 2100» темы «Объемные тела» и «Поверхности» изучаются только на внеурочных занятиях.

Таким образом, следует констатировать, что успешному усвоению изучаемого материала способствуют комплексное изучение геометрических понятий в урочной и внеурочной деятельности, мониторинг образовательных достижений, а также своевременная коррекция знаний обучающихся.

Результаты мониторингов образовательных достижений обучающихся по математике, итоги выполнения Всероссийских проверочных работ показывают в последние годы устойчивый ряд проблем, касающихся как освоения предметного содержания по начальному курсу математики, так и уровня сформированности мыслительных процессов выпускников начальной школы. Для наглядности эту информацию можно представить таблицей (Таблица 2) [3].

Таблица 2

Примерное содержание по математике,
которое обучающиеся освоили на недостаточном уровне

Учебный предмет	Содержание
Математика	Использовать начальные математические знания, чтобы описать и объяснить окружающие предметы, процессы, явления, оценить количественные и пространственные отношения предметов, процессов, явлений. Решать арифметическим способом (в 1- 2 действия) учебные задачи и задачи, которые связаны с повседневной жизнью
	Изображать геометрические фигуры. Строить геометрические фигуры с заданными измерениями (отрезок, квадрат, прямоугольник) с помощью линейки, угольника
	Выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями. Выполнять письменно действия с многозначными числами (сложение и вычитание, умножение и деление на однозначное, двузначное числа в пределах 10000) и использовать таблицы сложения и умножения чисел, алгоритмов письменных арифметических действий (в т.ч. деление с остатком)
	Решать текстовые задачи. Читать, записывать и сравнивать величины (массу, время, длину, площадь, скорость) и использовать основные единицы измерения величин и соотношения между ними (килограмм – грамм; час – минута; минута – секунда; километр – метр; метр – дециметр; дециметр – сантиметр; метр – сантиметр; сантиметр – миллиметр)
	Решать задачи в 3-4 действия

Таким образом, говоря о роли и месте мониторинга образовательных достижений обучающихся по математике, можно утверждать, что мониторинг позволяет систематически оценивать состояние подготовки обучающихся по предмету, выявлять отклонения от заданных норм и эталонов, устанавливать причины отклонений, которые в свою очередь позволяют совершенствовать учебную деятельность для повышения качества учебных достижений младших школьников и дальнейшего успешного обучения детей в средней школе.

На основании осуществленного анализа результатов выполнения проверочных работ, учитывая многолетний опыт собственной педагогической деятельности были сформулированы рекомендации образовательным организациям по решению проблем, возникающих при недостаточном освоении учебного материала обучающимися начальной школы:

– организация и проведение независимого мониторинга образовательных достижений обучающихся;

– при организации учебной деятельности учитывать индивидуальные возможности каждого обучающегося, создавая оптимальные условия для достижения качественного учебного результата;

– информационно-коммуникационные технологии для обработки результатов мониторинга, с целью облегчения труда учителя;

– разработать систему коррекционной работы со слабоуспевающими и одаренными обучающимися;

– организовать внеурочную деятельность по предмету или интегрированные курсы;

– привлекать учителей старшего звена в проведении предметных недель, открытых уроков, внеурочной деятельности для раннего знакомства с будущими обучающимися.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисова Л. В. Система мониторинга метапредметных учебных достижений учащихся начальной школы [Электронный ресурс] / Л. В. Борисова. – URL: https://infourok.ru/sistema-monitoringa-metapredmetnih-uchebnih-dostizheniy-uchaschihsya-nachalnoy-shkoli-973765.html. – Дата обращения : 02.02.2017. – Загл. с экрана.

2. Мониторинг, статистика, социология в деятельности образовательного учреждения : учебное пособие. – 2005.

3. Прохорова С. Эффективные способы улучшить качество образования по результатам Всероссийских проверочных работ [Электронный ресурс] / С. Прохорова, О. Еремеева. – URL : http://e.nshkoli.ru/article.aspx?aid=510189. – Дата обращения : 02.02. 2017. – Загл. с экрана.

УДК 372.851 + 378.4(470.331)

О РЕАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПЦИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ НА МАТЕМАТИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ю.В. Чемарина
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: *Chemarina.YV@tversu.ru*

А.А. Голубев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: *Golubev.AA@tversu.ru*

П.В. Кратович
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: *Kratovich.PV@tversu.ru*

И.А. Шаповалова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: *Shapovalova.IA@tversu.ru*

Математический факультет является одним из старейших факультетов Тверского государственного университета. Подготовка математиков ведётся на нём с момента образования в 1917 году Тверского учительского института, а в ноябре 2017 года факультет отметит своё 100-летие [1].

Математический факультет сегодня – это 50 преподавателей и сотрудников; 4 кафедры, реализующие программы подготовки бакалавриата, специалитета и магистратуры. Факультет готовит бакалавров по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки», «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»; магистров по направлению «Математика и компьютерные науки» с программами подготовки «Математический анализ», «Математическое и компьютерное моделирование», «Преподавание математики и информатики»; специалистов по приоритетному направлению подготовки «Компьютерная безопасность».

Математический факультет ТвГУ – единственное место в Тверском регионе, где в настоящее время можно получить фундаментальное математическое образование. На факультете сильны педагогические традиции. Научные школы, сложившиеся на кафедрах факультета, уделяют большое внимание проблемам методики преподавания математических дисциплин в ВУЗе и школе, а также популяризации математики. Преподаватели факультета имеют опыт сотрудничества с общеобразовательными организациями, являются экспертами ЕГЭ и членами жюри различных математических олимпиад, участвуют в работе Тверской региональной общественной организации «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области».

Согласно Концепции развития математического образования в Российской Федерации, утверждённой распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 года № 2506-р, одной из основных проблем математического образования является нехватка учителей и преподавателей образовательных организаций высшего образования, которые могут качественно преподавать математику, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп обучающихся [2]. При этом в Тверском регионе особенно остро кадровый голод ощущается в образовательных организациях среднего образования. Зачастую школьные курсы «Математика» и «Информатика и ИКТ» преподают люди, не имеющие профильного образования, что в свою очередь ведёт к снижению качества подготовки, низкой учебной мотивации школьников и студентов, несоответствию качества подготовки обучающихся уровню заданий государственной итоговой аттестации.

Сегодня математический факультет ТвГУ активно работает над реализацией Концепции развития математического образования в Российской Федерации в области подготовки профессиональных педагогических и научных кадров, повышения качества математического образования в Тверском регионе и популяризации математики.

При этом деятельность факультета базируется на следующих основных положениях:

1) Математическое образование в современном мире признано одним из главных факторов развития интеллектуальных ресурсов и инновационного процесса. Математический факультет ТвГУ должен быть центром и основным звеном математического образования в Тверской области.

2) Базовым звеном математического образования является общеобразовательная школа. Взаимодействие со школами, лицеями, гимназиями, колледжами и обеспечение качественного набора – одно из основных условий развития факультета.

3) Структура математического факультета должна отвечать современным требованиям. Вклад факультета в интеллектуальный потенциал области – при относительно малых материальных затратах – значителен и весом.

4) Кадровый потенциал в математике легко разрушается, а его создание требует значительных усилий, материальных затрат и длительного времени.

С целью увеличения контингента студентов по математическим направлениям подготовки и популяризации математического образования планируется создание на базе математического факультета ТвГУ центра математического образования Тверской области. В рамках подготовки этого проекта факультет проводит следующие мероприятия:

1) Развитие новых направлений на математическом факультете: 01.03.01 Математика с профилем «Преподавание математики и

информатики» (бакалавриат) и 02.04.01 Математика и компьютерные науки с программой подготовки «Преподавание математики и информатики» (магистратура). Участие преподавателей математического факультета, учителей и администрации школ в популяризации профессии учителя среди обучающихся.

2) Проведение на математическом факультете ТвГУ с участием Тверской региональной общественной организации «Ассоциация учителей и преподавателей математики Твери и Тверской области» научно-практической педагогической конференции «Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области». Одна из задач мероприятия – создание устойчивых связей между преподавателями математического факультета и учителями средних общеобразовательных школ.

3) Проведение в рамках Инновационного форума «Университет – Региону» круглого стола «Тверской государственный университет – кузница педагогических кадров региона» с участием Министерства образования Тверской области, Тверского областного института усовершенствования учителей, педагогического института и математического факультета ТвГУ, Ассоциации учителей и преподавателей математики Тверской области. Основной целью мероприятия является выработка общих подходов к реализации планов по подготовке и повышению квалификации педагогических кадров (учителей математики и информатики).

4) Налаживание сотрудничества между Тверским областным институтом усовершенствования учителей и Ассоциацией учителей и преподавателей математики Тверской области – источником специалистов высокой квалификации и педагогического опыта.

Также стоит отметить, что математический факультет реализует ряд бесплатных образовательных программ для обучающихся 10-11 классов: еженедельные курсы по подготовке к ЕГЭ «Готовимся к ЕГЭ. Математика» и «Готовимся к ЕГЭ. Информатика»; пробные ЕГЭ по математике, информатике и ИКТ; заочная школа по подготовке к ЕГЭ по информатике и ИКТ; воскресные лектории; математическая олимпиада для школьников «МАТ-ОЛИМП».

Ещё одно направление деятельности математического факультета – повышение качества подготовки ИТ-специалистов. Математический факультет ТвГУ на протяжении долгого времени единственный в регионе готовит выпускников по специальности «Компьютерная безопасность», которая входит в перечень направлений подготовки (специальностей), соответствующих приоритетным направлениям модернизации и технологического развития российской экономики [3]. Преподавателями факультета накоплен большой опыт чтения соответствующих дисциплин, установлены тесные связи с коллегами из других регионов и работодателями. Востребованность специалистов по информационной безопасности постоянно возрастает в связи с развитием цифровых и телекоммуникационных технологий. Без сотрудников по информационной безопасности сегодня не могут обойтись ни коммерческие структуры, ни ведомственные организации.

Математический факультет готовит специалистов в области ИТ безопасности для самых разных отраслей экономики и управления. Профиль подготовки предусматривает экспертный аудит информационной безопасности, анализ на соответствие стандартам безопасности, выявление и анализ информационных рисков. Выпускники обладают знаниями в организационно-правовой и экономической сферах защиты информации.

Приведём стратегические векторы развития факультета в области информационных технологий:

1) Разработка и открытие магистратуры по направлению «Информационная безопасность».

2) Создание и развитие на базе математического факультета «Регионального центра развития ИТ-компетенций».

3) Создание на базе математического факультета регионального центра сертификации ИТ-специалистов как по международным системам сертификации, так и на соответствие отечественным профессиональным стандартам.

4) Внедрение в учебный процесс современных интерактивных методов обучения и информационных технологий, соответствующих международным стандартам.

Реализация этих проектов будет способствовать снижению оттока выпускников ИТ-специальностей из региона, позволит осуществлять независимую оценку и сертификацию ИТ-специалистов региона, будет способствовать повышению инновационного потенциала региональной экономики.

Отметим в заключение, что всё множество проектов, планируемых и реализуемых в рамках Концепции развития математического образования на математическом факультете ТвГУ, направлено на создание общественной атмосферы позитивного отношения к достижениям математической науки и понимания важности математического образования для будущего страны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. История ТвГУ в документах / под ред. С. Н. Смирнова, О. К. Ермишкиной. – Тверь : Лилия Принт, 2006. – 264 с.: ил.

2. Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации : Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. N 2506-р

3. Об утверждении перечня специальностей и направлений подготовки высшего образования, соответствующих приоритетным направлениям модернизации и технологического развития российской экономики : Распоряжение Правительства РФ от 6 января 2015 г. N 2506-р.

УДК 372.851

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ СВОЙСТВ МОНОТОННОСТИ

Т.Н. Чуркина
МОУ «Средняя общеобразовательное школа №20» , Тверь
E-mail: tatcomarova@yandex.ru

При исследовании различных процессов природы, решении технических задач, изучении математики сплошь и рядом встречаются примеры изменения одной величины в зависимости от изменения другой, так называемой функциональной зависимости.

Понятие функциональной зависимости – одно из важных понятий современной математики. Эта тема важна, прежде всего, по той причине, что именно здесь закладываются основы аналитического мышления, формируется соответствующая интуиция, развивается логика и культура использования функциональных обозначений и методов.

В современном обществе задача сообщения человеку на уровне среднего и даже высшего образования объёма информации, достаточного для его будущей деятельности, оказывается нереальной. На первый план выходит задача интеллектуального развития. А построение графиков заставляет учащихся активно мыслить, анализировать, сравнивать, делать соответствующие выводы.

Умение строить графики и читать их – это важный элемент математической культуры. Эти умения необходимы инженеру и врачу, технику и экономисту. Часто график является лишь вспомогательным элементом решения. Следовательно, необходимо знакомить учащихся с различными способами построения графиков. В школьном курсе известно построение графиков функций с помощью параллельных переносов и симметрий, с помощью сжатий и растяжений вдоль осей, с помощью производных.

В своей статье я хотела бы подробней остановиться на построении графиков на основе свойств монотонности. Предлагаемый способ может быть использован на факультативах и на отдельных этапах урока.

Построение графика сложной функции $y=f(v(x))$ в некоторых случаях можно осуществить по следующему плану:

1. Построить графики внутренней $v=v(x)$ и внешней $y=f(v(x))$ функций, и систему координат XOY.
2. Определить промежутки монотонности внутренней функции $v=v(x)$ и отметить их на оси OX плоскости XOY.
3. На каждом промежутке определить границы изменения $v=v(x)$ и выбрать те значения $v(x)$, которые попадают в область определения функции $y=f(v)$.
4. По графику внешней функции $y=f(v)$ найдите характер изменения функции y.
5. В системе координат XOY начертить график $y=y(x)$.

Работая по этой схеме, учащиеся постоянно обращаются к графикам основных элементарных функций, учатся по графику следить за изменением функции при изменении аргумента и, наоборот, по заданному изменению функции строить её график. При этом график воспринимается не как статистический образ, а как отображение движения. Это движение следует постоянно подчеркивать, показывая ученикам именно возрастание и убывание переменной величины.

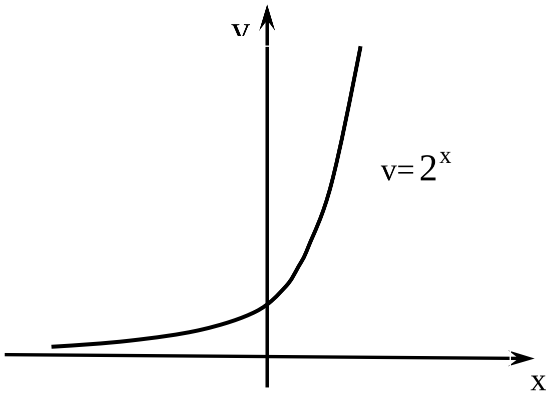
Используя схему построения графика функции y=y(x), учащиеся овладевают также умением представлять сложную функцию в виде композиции двух функций – внутренней и внешней, навыком «видеть» эти две функции, без чего нельзя обойтись при изучении дифференцирования сложных функций. Рассмотрим несколько примеров на построение графиков функций на основе свойств монотонности.

Пример 1. Требуется построить график функции $y=\operatorname{arctg} 2^x$, $x\in R$.

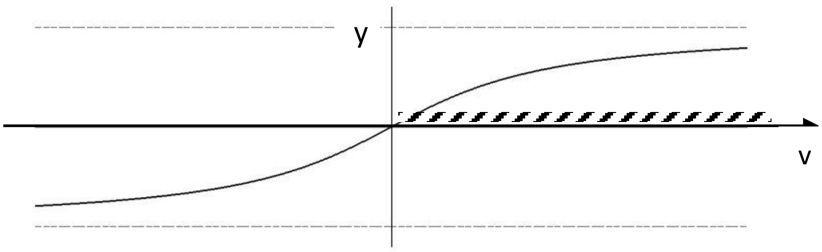
Данная функция является композицией двух функций: $v=2^x$, $y(v)= \operatorname{arctg} v$.

Построим графики этих функций.

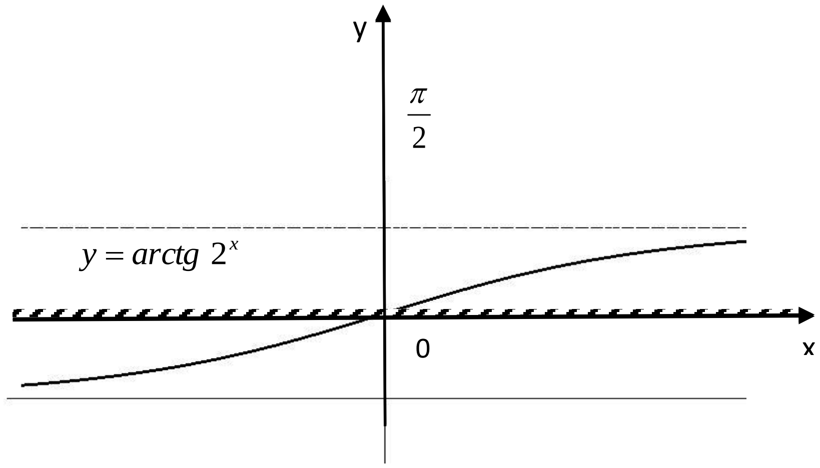
$v=2^x$: при $x\in(-\infty;+\infty)$ функция возрастает и $v\in(0;+\infty)$.



$y(v)= \operatorname{arctg} v$: при $v\in(0;+\infty)$ функция возрастает и $y\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

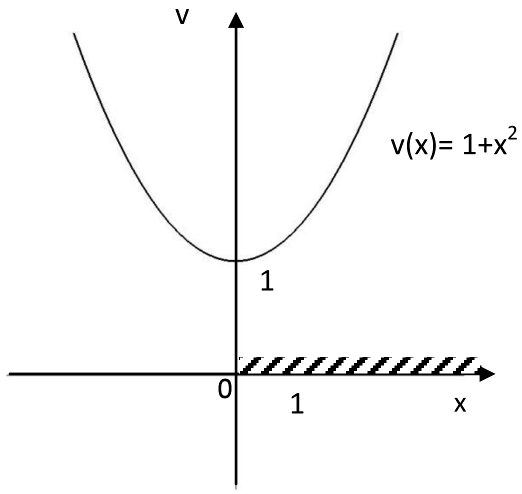


Строим график монотонной функции $y=\operatorname{arctg} 2^x$, $x\in R$. Контрольная точка: $y(0)= \operatorname{arctg} 2^0 = \frac{\pi}{4}$.

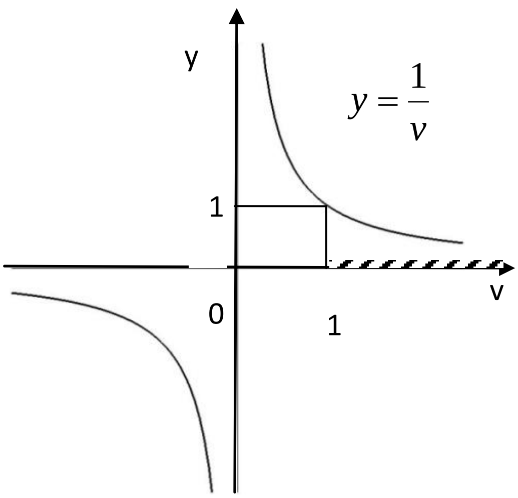


Пример 2. Построим график функции $y = \dfrac{1}{1+x^2}$, $\quad x \in \mathbf{R}$.

Данная функция является композицией двух функций: v(x)=1+x^2, y(v)=$\dfrac{1}{v}$. Построим графики этих функций.

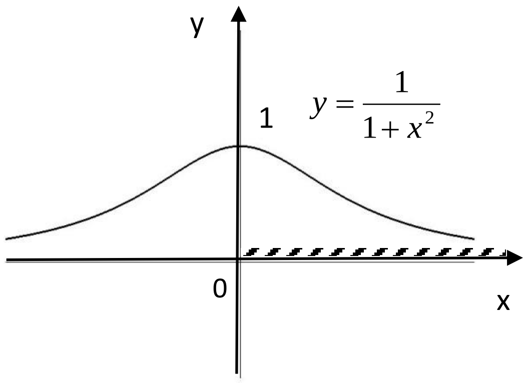


При $x \in [0;+\infty)$ внутренняя функция возрастает и v$\in[1;+\infty)$.



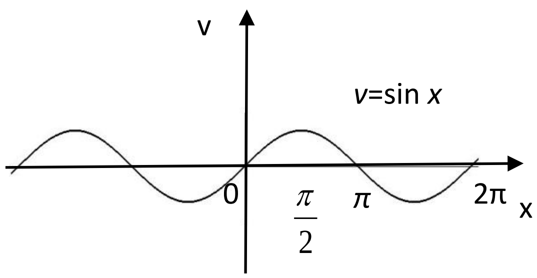
При v$\in$[1;+∞) внешняя функция возрастает и y $\in$[1;0).

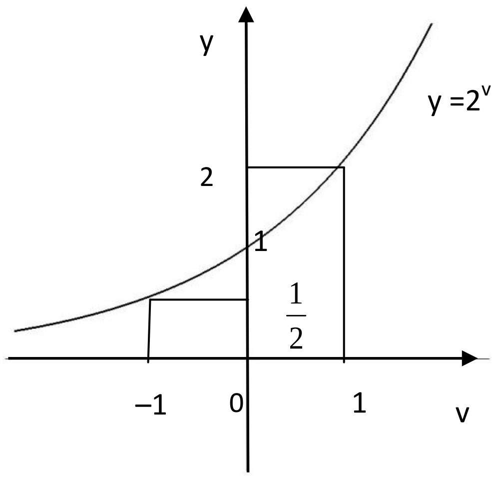
Сначала изображаем график функции y=y(x) при x≥0, а затем используем четность данной функции. Контрольная точка y(0)=1.



Пример 3. Построим график функции y=$2^{\sin x}$, x$\in\mathbf{R}$.

В случае периодической функции вначале достаточно построить график на отрезке, длина которого равна периоду функции. Данная функция является композицией двух функций: v(x)=sin x, y(v)=2^v.



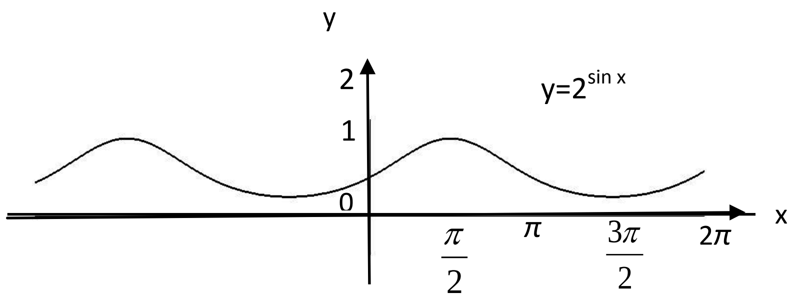


При $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ $v\in[0;1]$ ↑ $y\in[1;2]$ ↑.

При $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ $v\in[1;0]$ ↓ $y\in[2;1]$ ↓.

При $x\in\left[\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$ $v\in[0;1]$ ↓ $y\in\left[1;\frac{1}{2}\right]$ ↓.

При $x\in\left[\frac{3\pi}{2};2\pi\right]$ $v\in[-1;0]$ ↑ $y\in\left[\frac{1}{2};1\right]$ ↑.



Построили график функции y=y(x) при $x \in [0;2\pi]$, а затем воспользовались периодичностью функции.

Данная схема применима и тогда, когда сложная функция является композицией не двух, а большего числа функций, графики которых известны.

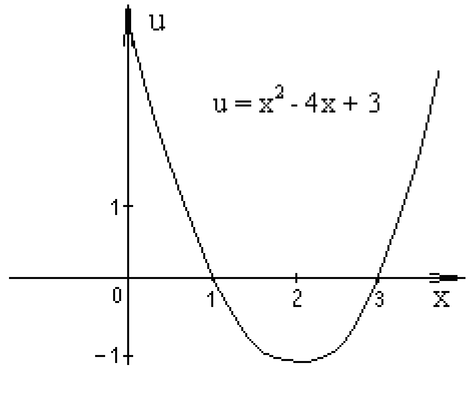
Пример 4. Построить график функции $y = 2^{\frac{1}{x^2-4x+3}}$ $, x \neq 1, x \neq 3.$

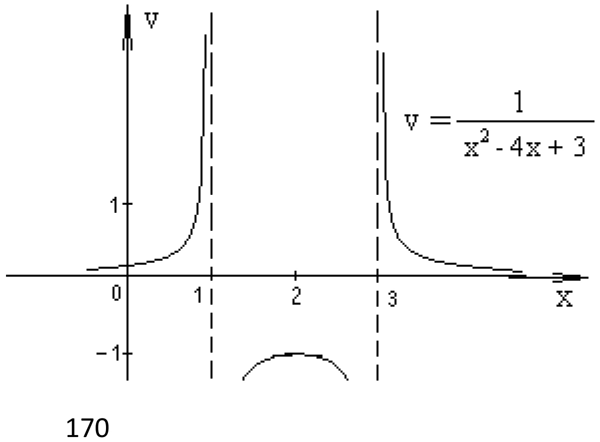
Данная функция является композицией трех функций: $u(x)=x^2-4x+3$; $v(u)=\frac{1}{u}$; $y(v)=2^v$.

В связи с тем, что внешняя функция $y=2^v$ принимает положительные значения на всей области определения, то график сложной функции $y = 2^{\frac{1}{x^2-4x+3}}$ будет расположен в верхней полуплоскости.

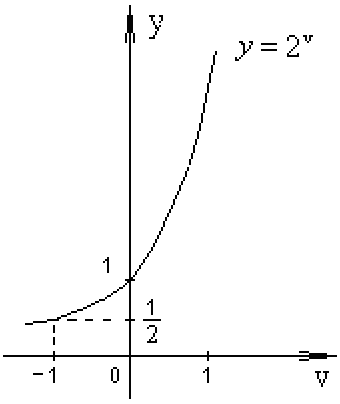
По графику внутренней функции $u(x)=x^2-4x+3$ определяем промежутки монотонности и отмечаем их границы изменения на графике $v = \frac{1}{x^2-4x+3}$, выбирая те значения, которые попадают в область определения функции v (x).

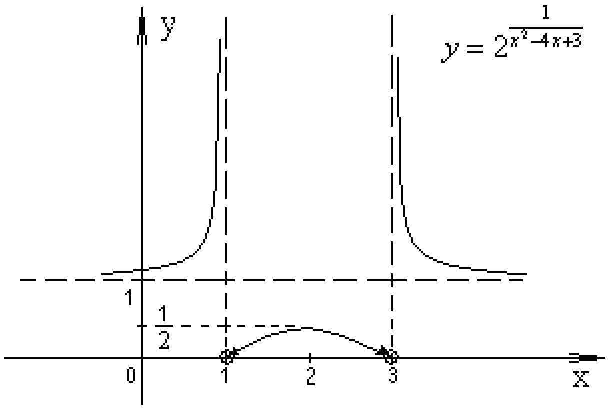
Учитывая монотонность функций $u(x)=x^2-4x+3$ и $v(u)=\frac{1}{u}$, делаем вывод о промежутках монотонности сложной функции. График функции v(x) представляет собой объединение трех непрерывных линий, расположенных в верхней и нижней полуплоскостях:





Аналогично, учитывая монотонность функций $v=\dfrac{1}{x^2-4x+3}$ и $y(v)=2^v$, строим график сложной функции $y=2^{\frac{1}{x^2-4x+3}}$, $x\neq 1, x\neq 3$. Контрольные точки: $(1;0)$, $(2;\frac{1}{2})$, $(3;0)$.





Построение графиков функций на основе свойства монотонности – это один из наиболее важных способов построения графиков, позволяющий учащимся каждый раз повторять основные элементарные функции и их свойства, научиться легко и быстро строить графики сложных функций. Построение графиков дает неограниченную возможность для активной деятельности учащихся, их интеллектуального развития.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала математического анализа : учебник для 10-11кл. общеобразоват. учреждений / А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др. ; под ред. А. Н.Колмогорова. – 17 изд. – М.: Просвещение, 2008. – 384 с.
2. Евдокимова Н. Н. Алгебра и начала анализа в таблицах и схемах / Н. Н. Евдокимова. – СПб.: Издательский Дом «Литера», 2008. – 96 с.
3. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. – М. : Наука, 1977. – 528 с.
4. Гусев В. А. Математика : справочные материалы : кн. для учащихся / В. А. Гусев, А. Г. Мордкович. – М.: Просвещение, 1988. – 416 с.
5. Соловьева М. С. Учебно-методический материал для студентов математического факультета и молодых учителей математики / М. С. Соловьева. – Тверь, 1993.
6. Соловьева М. С. Роль и значение графического метода в школьном курсе математики. – Тверь, 1992.

УДК 372.851.4

ПЯТЬ СПОСОБОВ ВЫВОДА ФОРМУЛЫ ДЛИНЫ БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

А.А. Шаповалова
МОУ СОШ № 25, Тверь
E-mail: fedotova99@rambler.ru

«Планиметрия представляет собой замкнутую модель науки, внутри которой можно бесконечно совершенствоваться. Она дает большие возможности для развития творческого, интеллектуального. Особая роль элементарной геометрии по отношению к серьезной науке, причем не только математической, состоит также в том, что она является неисчерпаемым источником интересных и оригинальных идей, облегчает поиск решения самых различных научных и технических проблем…» (Игорь Фёдорович Шарыгин).

Завершая изучение планиметрии, рассмотрим применение различных геометрических методов к выводу формулы длины биссектрисы треугольника.

По рисунку 1 найдём отрезки x и y, на которые биссектриса CE=l_c разбивает сторону c. Так как $x+y=c$ и по свойству биссектрисы треугольника $\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$, то $\frac{x}{c-x}=\frac{a}{b}$; $(c-x)a=xb$; $ac-ax-xb=0$; $ax+bx=ac$; $x=\frac{ac}{a+b}$.

Аналогично $y=\frac{bc}{a+b}$.

«Геометрический» вывод

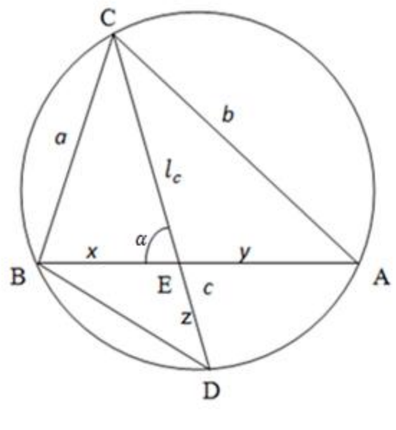


Рис. 1

Опишем вокруг треугольника ABC окружность, продолжим биссектрису до пересечения с окружностью. Обозначим точку D и соединим её с вершиной B.

$\Delta DCB \sim \Delta ACE$ по 1 признаку (∠CAE=∠CDB, ∠BCD=∠ACD). Следовательно, $\frac{l_c+z}{a}=\frac{b}{l_c}$ или

$$l_c^{\,2}=ab-l_cz.$$

Также $\Delta DBE \sim \Delta ACE$ по 1 признаку (∠BED=∠CEA, ∠BDE=∠EAC). Составляем пропорцию из сходственных сторон:

$\frac{z}{y}=\frac{x}{l_c}$, применяем основное свойство пропорции, получаем следующее: $l_cz=xy$, и тогда

$$l_c=\sqrt{ab-xy}=\sqrt{ab\left(1-\left(\frac{c}{a+b}\right)^2\right)}. \qquad (1)$$

Аналогично $l_b = \sqrt{ac\left(1 - \left(\frac{b}{a+c}\right)^2\right)}$, $l_a = \sqrt{bc\left(1 - \left(\frac{a}{b+c}\right)^2\right)}$.

Вывод через формулы площадей

Для этого вывода необходимо заранее вывести формулы синуса двойного угла и косинуса половинного через равнобедренный треугольник с боковыми сторонами равными a и основанием c.

Синус двойного угла (Рис. 2):

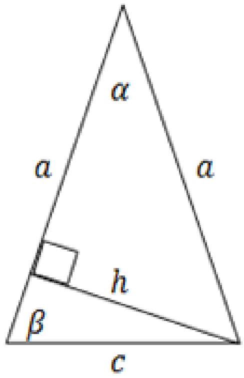


Рис. 2

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{c}{2a}$; $\sin\alpha = \frac{h}{a}$; $\sin\beta = \sin\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{h}{c}$.

$\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{c}{2a}\cdot\frac{h}{c} = \frac{h}{2a} = \frac{\sin\alpha}{2}$, а следовательно

$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}$.

Косинус половинного угла (Рис. 3):

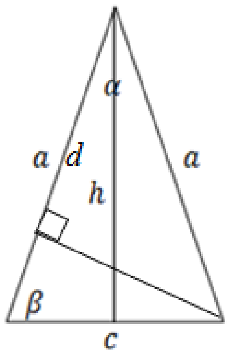


Рис. 3

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{h}{a}$; $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{c}{2a}$;

$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{4a^2-c^2}}{2}$;

$\cos\alpha = \frac{b}{a}$, отсюда $b = a\cos\alpha$.

$\cos\beta = \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{a-d}{c} = \frac{a(1-\cos\alpha)}{c}$; получаем

$\frac{c}{2a} = \frac{a(1-\cos\alpha)}{c}$, следовательно $c^2 = 2a^2(1-\cos\alpha)$.

И значит

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{h}{a} = \frac{\sqrt{4a^2-c^2}}{2a} = \frac{\sqrt{4a^2-2a^2(1-\cos\alpha)}}{2a} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$.

Переходим к выводу формулы длины биссектрисы треугольника.

Так как $S_{ABC} = S_{BCE} + S_{ECA}$, то $\frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}al_c\sin\frac{C}{2} + \frac{1}{2}bl_c\sin\frac{C}{2}$, откуда $l_c = \frac{ab\sin C}{(a+b)\sin\frac{C}{2}} = \frac{2ab}{a+b}\cos\frac{C}{2}$. (2)

Из (2) следует, что $l_c < \frac{2ab}{a+b}$. Зная, что $\cos \mathrm{C} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, то

$\cos\frac{\mathrm{C}}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos C}{2}} = \sqrt{\frac{2ab+a^2+b^2-c^2}{4ab}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(a+b)^2-c^2}{ab}}$. (3)

Подставляя (3) в (2) получаем:

$l_c = \frac{2ab}{a+b}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(a+b)^2-c^2}{ab}} = \sqrt{\frac{ab((a+b)^2-c^2)}{(a+b)^2}} = \sqrt{ab\left(1-\left(\frac{c}{a+b}\right)^2\right)}$.

«Алгебраический» вывод

Применив к треугольникам BCE и ACE теорему косинусов, получим соответственно:

$a^2 = {l_c}^2 + x^2 - 2l_c x \cos\alpha.$
$b^2 = {l_c}^2 + y^2 + 2l_c y \cos\alpha.$

Из первого равенства выражаем $\cos\alpha = \frac{{l_c}^2 + x^2 - a^2}{2l_c x}$ и подставляем во второе. Получаем: $b^2 = {l_c}^2 + y^2 + 2l_c y \cdot \frac{{l_c}^2 + x^2 - a^2}{2l_c x}$; $b^2 = {l_c}^2 + y^2 + \frac{y}{x}({l_c}^2 + x^2 - a^2)$; $b^2 x = {l_c}^2 x + y^2 x + y{l_c}^2 + y\,x^2 - ya^2$; $b^2 x + ya^2 = {l_c}^2(x+y) + xy(x+y)$; зная, что $x = \frac{ac}{a+b}$, а $y = \frac{bc}{a+b}$, получаем $\frac{b^2ac + a^2bc}{a+b} : \frac{bc+ac}{a+b} = \frac{abc^2}{(a+b)^2} + {l_c}^2$; а отсюда и формула (1).

<u>«Метод координат»</u>

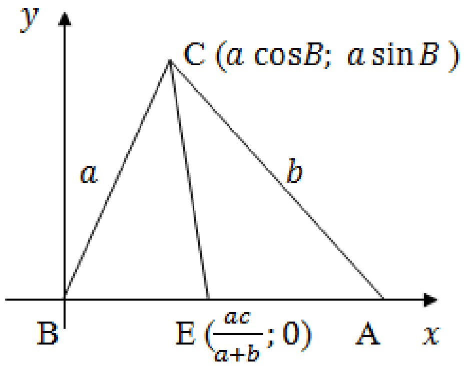


Рис. 4

По формуле расстояния между двумя точками получаем:

$$l_c = \sqrt{\left(a\cos B - \frac{ac}{a+b}\right)^2 + (a\ \sin B - 0)^2} =$$

$$\sqrt{a^2\cos^2 B - \frac{2a^2c}{a+b}\cos B + \frac{a^2c^2}{(a+b)^2} + a^2\sin^2 B} =$$

$$= \sqrt{a^2 + \frac{a^2c^2}{(a+b)^2} - \frac{2a^2c}{a+b}\cos B}.$$

Зная, что $\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, получаем

$$l_c = \sqrt{a^2 + \frac{a^2c^2}{(a+b)^2} - \frac{a(a^2+c^2-b^2)}{a+b}} = \sqrt{ab\left(1 - \left(\frac{c}{a+b}\right)^2\right)}.$$

<u>Применение векторов</u>

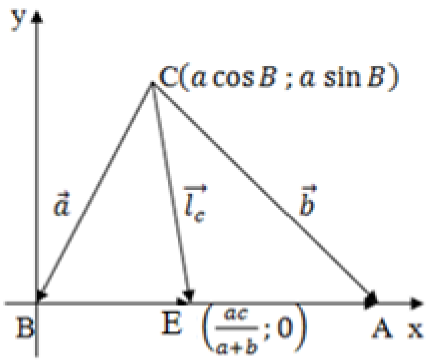


Рис. 5

$|\overrightarrow{EA}| \cdot \overrightarrow{BE} = |\overrightarrow{BE}| \cdot \overrightarrow{EA}$. Также $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CE}$. Получается $(\overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CB}) \cdot |\overrightarrow{EA}| = (\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CE}) \cdot |\overrightarrow{BE}|$. Применим распределительное свойство: $\overrightarrow{CE}|\overrightarrow{EA}| - \overrightarrow{CB}|\overrightarrow{EA}| = \overrightarrow{CA}|\overrightarrow{BE}| - \overrightarrow{CE}|\overrightarrow{BE}|$; $\overrightarrow{CE}(|\overrightarrow{EA}| + |\overrightarrow{BE}|) == \overrightarrow{CA}|\overrightarrow{BE}| + \overrightarrow{CB}|\overrightarrow{EA}|$; $\overrightarrow{CE} = \frac{\overrightarrow{CA}|\overrightarrow{BE}| + \overrightarrow{CB}|\overrightarrow{EA}|}{|\overrightarrow{EA}| + |\overrightarrow{BE}|}$.

Так как $\frac{|\overrightarrow{BE}|}{|\overrightarrow{EA}|} = \frac{|\overrightarrow{CB}|}{|\overrightarrow{CA}|}$, то

$$\overrightarrow{\mathrm{CE}} = \frac{\frac{|\overrightarrow{\mathrm{EA}}||\overrightarrow{\mathrm{CB}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|}\overrightarrow{\mathrm{CA}}+|\overrightarrow{\mathrm{EA}}|\overrightarrow{\mathrm{CB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{EA}}|+\frac{|\overrightarrow{\mathrm{EA}}||\overrightarrow{\mathrm{CB}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|}} = \frac{\frac{|\overrightarrow{\mathrm{CB}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|}\overrightarrow{\mathrm{CA}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}}{1+\frac{|\overrightarrow{\mathrm{CB}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|}} = \frac{|\overrightarrow{\mathrm{CB}}|\overrightarrow{\mathrm{CA}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|+|\overrightarrow{\mathrm{CB}}|}$$ или $\vec{l_{\mathrm{c}}} = \frac{|\vec{a}|\vec{b}+|\vec{b}|\vec{a}}{|\vec{a}|+|\vec{b}|}$. Из формулы $|\vec{l_{\mathrm{c}}}| = \sqrt{\vec{l_{\mathrm{c}}}^2}$ получаем следующее:

$$|\vec{l_{\mathrm{c}}}| = \sqrt{\left(\frac{|\vec{a}|\vec{b}+|\vec{b}|\vec{a}}{|\vec{a}|+|\vec{b}|}\right)^2} = \frac{\sqrt{2|\vec{a}^2||\vec{b}^2|+2|\vec{a}^2||\vec{b}^2|\cos C}}{|\vec{a}|+|\vec{b}|} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}|\vec{a}||\vec{b}|}{|\vec{a}|+|\vec{b}|}\cdot\sqrt{1+\cos C} = \frac{|\vec{a}||\vec{b}|}{|\vec{a}|+|\vec{b}|}\cos\frac{C}{2} = \frac{2ab}{a+b}\cos\frac{C}{2}.$$ Из чего получаем нужную формулу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дроздов В. Формула лины биссектрисы треугольника / В. Дроздов // Математика. – 1996. – № 23. – С. 16.
2. Зеленяк О. П. Решение задач по планиметрии. Технология алгоритмического подхода на основе задач-теорем. Моделирование в среде Turbo Pascal / О. П. Зеленяк. – Киев, Москва: ДиаСофтЮП, ДМК Пресс, 2008. – 336 с.

УДК 371.26

РЕЗУЛЬТАТЫ ГИА ВЫПУСКНИКОВ 9 КЛАССОВ ПО ИНФОРМАТИКЕ И ИКТ В 2016 ГОДУ

И.А. Шаповалова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Shapovalova.IA@tversu.ru

Общие сведения о результатах ОГЭ по информатике

В 2016 году экзамен по информатике и ИКТ проходил в 2 дня: 26 мая и 15 июня. В Тверской области в общей сложности экзамен сдавало 1334 человека (12,5% от общего числа учащихся 9-х классов). Для сравнения в 2015 году экзамен по информатике и ИКТ сдавало 164 человека. Резкое увеличение количества участников ОГЭ связано с внесением изменений в Приказ Минобрнауки России от 25.12.2013 №1394 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования». Увеличение количества участников ОГЭ позволяет более точно проанализировать уровень подготовки выпускников.

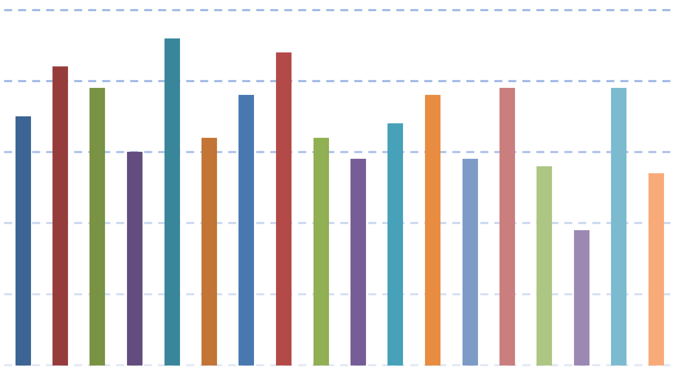
Основные результаты основного государственного экзамена по информатике и ИКТ в 2016 году представлены в таблице 1.

Таблица 1.

	Количество участников ГИА (чел.)	Получили отметку				Средний оценочный балл
		«5»	«4»	«3»	«2»	
		чел. %	чел. %	чел. %	чел. %	
2016 год	1334	234	477	479	144	3,6
		17,5%	35,8%	35,9%	10,8%	
2015 год	164	59	74	28	3	3,6
		40,0%	45,1%	17,1%	1,8%	

Средний процент выполнения заданий части 1 показан на диаграмме.

Диаграмма 1.



Данные диаграммы свидетельствуют о недостаточно прочном усвоении некоторых элементов содержания базового и повышенного уровня сложности. Среди заданий базового уровня сложности (задания 1 – 4, 7 – 9, 11 – 13, 17) наиболее низкий процент выполнения у заданий:

4 – знание о файловой системе организации данных (60%);

9 – умение исполнить простейший циклический алгоритм, записанный на алгоритмическом языке (64%);

11 – умение анализировать информацию, представленную в виде схем (64%);

13 – знание о дискретной форме представления числовой, текстовой, графической и звуковой информации (58%).

Наблюдается сравнительно низкий средний процент выполнения заданий повышенного уровня сложности (задания 5, 6, 10, 14 – 16, 18):

6 – умение исполнить алгоритм для конкретного исполнителя с фиксированным набором команд (64%);

10 – умение исполнить циклический алгоритм обработки массива чисел, записанный на алгоритмическом языке (58%);

15 – умение определять скорость передачи информации (56%);

16 – умение исполнить алгоритм, записанный на естественном языке, обрабатывающий цепочки символов или списки (38%);

18 – умение осуществлять поиск информации в Интернете (54%).

Большинство заданий ОГЭ по информатике и ИКТ направлены на проверку умения применять теоретические знания в конкретных ситуациях, поэтому помимо повторения и обобщения изученного теоретического материала необходимо систематически упражняться в выполнении типовых заданий, аналогичных заданиям КИМ ОГЭ. При этом важно обращать внимание учащихся как на особенности содержания задания, так и на то, усвоение какого учебного материала проверяется этим заданием.

Средний процент выполнения заданий части 2 высокого уровня сложности показан в таблице 2.

Таблица 2.

Номер задания	Проверяемые элементы содержания	Процент выполнения
19	умение проводить обработку большого массива данных с использованием средств электронной таблицы или базы данных;	38%
20	умение написать короткий алгоритм в среде формального исполнителя (вариант задания 20.1) или на языке программирования (вариант задания 20.2).	24%

При выполнении задания 19 выпускники находили ответы на вопросы, сформулированные в задании, используя средства электронной таблицы: формулы, функции, операции с блоками данных, сортировку и поиск данных и записывали ответы в указанные ячейки электронной таблицы, после чего сохраняли электронную таблицу в формате, установленном организаторами экзамена.

Результатом выполнения этого задания является файл электронной таблицы, содержащий ответы на поставленные вопросы.

Данное задание считается творческим и имеет множество различных решений, использующих различные средства электронных таблиц, поэтому оценивается только правильность полученных числовых ответов.

За правильные ответы на оба вопроса задание оценивается в 2 балла, за правильный ответ только на один вопрос задание оценивается в 1 балл, иначе задание оценивается в 0 баллов.

Типичными ошибками при выполнении задания 19 можно назвать следующие:

- неверное указание диапазона ячеек при записи формулы;
- ошибочное использование относительных и абсолютных ссылок в формулах и их изменение при копировании;
- не соблюдены требования по формату ячейки (точность не менее одного знака после запятой);
- учащимся зачастую не знакомы такие менее распространенные функции как СУММЕСЛИ, СЧЁТЕСЛИ.

Задания 20 проверяло умение написать короткий алгоритм в среде формального исполнителя или на языке программирования. Задание 20.1 заключалось в разработке алгоритма для учебного исполнителя «Робот». Описание команд исполнителя и синтаксиса управляющих конструкций соответствует общепринятому школьному алгоритмическому языку, также оно дано в тексте задания. Результатом выполнения этого задания является файл, подготовленный в среде учебного исполнителя, содержащий запись алгоритма, являющегося решением задания.

Типичными ошибками при выполнении задания 20.1 можно назвать следующие:

- невнимательное прочтение задания;
- задача решена для конкретного частного случая;
- закрашено более 10 лишних клеток или остались незакрашенными более 10 клеток из числа тех, которые должны были быть
- выполнение алгоритма не завершается или разбивается Робот;
- неверно составлено условие с отрицанием.

В задании 20.2 необходимо было реализовать алгоритм на языке программирования, знакомом учащимся.

Учащиеся выполняли задание в среде разработки (QBasic, PascalABC, C++, Python), позволяющей редактировать текст программы, запускать программу и выполнять отладку программы.

Результатом выполнения задания является файл, содержащий исходный текст программы на изучаемом языке программирования.

Типичными ошибками при выполнении задания 20.2 можно назвать следующие:

- невнимательное прочтение задания, как следствие, ошибки при вводе входных данных;
- неверное определение последней цифры числа, делимости на число;
- отсутствие вывода результата.

Большинство ошибок в решении заданий 20.1 и 20.2 связано с тем, что представленные программы не были скомпилированы и протестированы в среде программирования. В результате в программах часто встречаются синтаксические ошибки, ошибки ввода-вывода и алгоритмические ошибки. Необходимо обратить внимание учащихся на необходимость тестировать программы на различных наборах входных данных.

При выполнении задания 20.2 первостепенное внимание нужно уделить тщательному разбору условия задачи: как представлена входная информация и что является результатом выполнения программы.

При составлении алгоритма в среде КУМИР следует обратить внимание учащихся на то, что размеры лабиринта неизвестны, но известна некая характеристика, позволяющая с помощью цикла «пока» выполнить задание.

Особое внимание следует уделить изучению циклических структур и составлению условий с отрицанием.

Методическую помощь учителям и обучающимся при подготовке к ОГЭ могут оказать материалы с сайта ФИПИ: документы, определяющие структуру и содержание КИМ ОГЭ, открытый банк заданий ОГЭ; с сайта Полякова К.Ю. http://kpolyakov.spb.ru: раздел «Школа», «ОГЭ 9 класс»,

а также прилагаемый ниже перечень :

1. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2016 году основного государственного экзамена по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ.
2. Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ.
3. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2016 году основного государственного экзамена по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ.

УДК 372.851.4

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ А.М. ШЕЛЕХОВА

Г.С. Шаров
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Sharov.GS@tversu.ru, german.sharov@mail.ru

Профессор, доктор физико-математичеких наук Александр Михайлович Шелехов – крупнейший специалист нашего региона в области геометрии – преподавал на математическом факультете Тверского государственного университета почти 50 лет – с 1968 по 2016 год. Александр Михайлович с первых занятий старался найти в каждой студенческой группе способных, талантливых студентов, дать им интересные оригинальные задачи, возможно, выходящие за рамки программы. Если студент включался в решение, то из такой задачи в перспективе могла вырасти серьезная работа, параллельно с этим рос и вовлекался в науку студент.

Геометрические задачи, придуманные А.М. Шелеховым, относятся как к аналитической, так и к дифференциальной геометрии. Многие из последних вошли в сборник задач [1]. В качестве примера можно привести задачу о выводе и исследовании уравнений двухъярусной циклоиды – траектории точки окружности, катящейся по другой окружности, которая, в свою очередь, катится по третьей, неподвижной окружности или прямой.

Другие примеры: найдите уравнение семейства S кривых, затем – огибающую этого семейства, если

1) семейство S образовано движением прямой, которая проходит через точку P и равномерно вращается около точки P, причем точка P равноускоренно движется по некоторой фиксированной прямой;

2) семейство S состоит из парабол, директриса которых совпадает с осью Oy, а фокус пробегает окружность $x^2+y^2=a^2$;

3) семейство S состоит из парабол, симметричных относительно оси Oy, и таких, что ось Ox отсекает от них сегмент постоянной площади.

В отличие от упомянутых, задачи по аналитической геометрии, предлагаемые А.М. Шелеховым студентам 1 курса, вполне могут быть поставлены и перед способными школьниками старших классов. Мы рассмотрим подробнее пример такой задачи.

В круге радиуса 1 размещены два круга с радиусами ½, касающиеся друг друга и окружности большого круга. Далее, в каждый криволинейный треугольник, образованный тремя дугами касающихся окружностей мы вписываем круг (касающийся этих дуг). Докажите, что радиусы всех полученных кругов, а также координаты их центров (в некоторой системе декартовых координат) являются рациональными числами.

Эта задача порождает множество других, в частности, ряд вопросов связан с фрактальными свойствами построенного множества. Подобные множества называются фракталами Аполлония в честь древнегреческого математика Аполлония Пергского, который в III веке до нашей эры написал книгу о касаниях окружностей (не дошедшую до нас).

Существуют различные подходы к решению сформулированной выше задачи. Один из них использует теорему Декарта [2], утверждающую, что для любых четырёх окружностей с радиусами R_i, каждая из которых касается трёх остальных, кривизны $k_i=1/R_i$ связаны соотношением

$$(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)^2 = 2\,(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_4^2).$$

Один из самых красивых способов решения задачи А.М. Шелехова использует метод математической индукции (база индукции: три первых окружности имеют рациональные параметры) и свойства инверсии. Зафиксируем прямоугольные декартовы координаты на плоскости и для краткости назовём *рациональной* окружностью такую окружность, радиус и координаты центра которой являются рациональными числами. Решение задачи существенно облегчит

Лемма. При инверсии относительно рациональной окружности Ω всякая рациональная окружность на плоскости переходит в рациональную окружность или в прямую с рациональными коэффициентами уравнения.

Для доказательства леммы перенесём начало координат в центр окружности Ω, обозначим через a её радиус. В этих координатах преобразование инверсии относительно Ω имеет вид

$$x' = xa^2/(x^2+ y^2). \qquad y' = ya^2/(x^2+ y^2). \tag{1}$$

Отметим, что обратное по отношению к (1) преобразование инверсии является тем преобразованием инверсии (1).

Произвольная окружность ω с общим уравнением

$$x^2+ y^2 +2Ax +2By + C = 0 \tag{2}$$

рациональна, если рациональны $A= -x_0$, $B= -y_0$, а $A^2+ B^2 - C$ – квадрат рационального числа (радиуса). Подставив выражения (1) (точнее, совпадающие с ними выражения для обратного преобразования) в уравнение (2), получим уравнение инверсного образа окружности ω:

$$C\,(x'^2+ y'^2) +2Aa^2x' + 2Ba^2y' + a^4 = 0. \tag{3}$$

Очевидно, что при $C = 0$ это уравнение описывает прямую с рациональными коэффициентами, а при ненулевом C – рациональную окружность с коэффициентами $A' = Aa^2/C$, $B' = Ba^2/C$, $C' = a^4/C$, которые удовлетворяют описанным выше условиям рациональности.

С помощью данной леммы мы можем свести задачу определения параметров окружности ω, касающейся трёх рациональных окружностей ω_1, ω_2, ω_3, к аналогичной задаче для их инверсных образов. Один из этих образов, например $I(\omega_1)$, всегда можно выбрать в виде прямой, параллельной оси абсцисс. Для этого достаточно взять окружность Ω с центром на окружности ω_1 и с радиусом, вдвое большим, чем радиус ω_1.

Таким образом, задача сведена к достаточно простой задаче доказательства рациональности окружности, которая касается попарно касающихся прямой (оси абсцисс) и двух рациональных окружностей

$$x^2 + (y-R_1)^2 = R_1^2 \quad \text{и} \quad (x- x_2)^2 + (y-R_2)^2 = R_2^2.$$

В качестве одного из следствий этой задачи отметим, что каждой паре касающихся окружностей соответствует тройка рациональных (а значит – и целых) чисел x, y, z таких, что $x^2+ y^2 = z^2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаров Г. С. Задачи по дифференциальной геометрии и топологии. Упособие /Г. С. Шаров, А. М. Шелехов, М. А. Шестакова. – М. : Изд-во МЦНМО, 2005. – 112 с.

2. Lagarias J. C. Beyond the Descartes circle theorem / J. C Lagarias, C. L. Mallows, A. R. Wilks. // Amer. Math. Monthly. – 2002. – V. 109. – P. 338-361; arXiv:math/0101066.

УДК 373.3 : 372.862

ИЗ ОПЫТА ПРИМЕНЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ РОБОТОТЕХНИКИ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Н.В. Шевченко
ФГБОУ ВО «Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема», Биробиджан, E-mail: nadya7999@mail.ru

Ю.П. Штепа
ФГБОУ ВО «Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема», Биробиджан, E-mail: shtepa2001@mail.ru

В настоящее время выпускники технических и инженерных специальностей являются наиболее востребованными на рынке труда. Это находит отражение не только при подготовке выпускников школ к поступлению в вузы, но уже и на этапе начального звена школы и даже в детском саду.

Приамурский государственный университет имеет опыт проведения фестиваля конструкторско-технического творчества для детей дошкольного возраста 6-7 лет. Целью фестиваля является развитие творческого кругозора, конструктивных умений и способностей дошкольников, формирование основ инженерного мышления и навыков начального моделирования.

Фестиваль конструкторско-технического творчества проводится в виде интеллектуальных состязаний дошкольников и включает в себя индивидуальные и коллективные конкурсы, а также мастер-классы. На данном этапе ребята используют наборы конструкторов LEGO и металлоконструкторы.

В начальных классах целесообразно продолжить работу с наборами LEGO Education WeDo и подобными конструкторами, постепенно усложняя задания, собираемые модели, тем самым переводя детей на новый уровень программирования и начального технического моделирования. В наборах LEGO Education WeDo содержится минимальное количество контроллеров, простой и интуитивно понятный интерфейс позволяет быстро осваивать способы программирования сконструированных моделей.

Здесь же, в начальной школе, дети начинают знакомиться с множеством сфер человеческой деятельности, предметными областями науки и практической реализацией полученных ими ранее знаний. Применение на данном этапе образовательной робототехники позволяет учащимся «увидеть» как создаются и функционируют части нашего мира: от модели строения живого организма до любого устройства.

Для комфортной работы на уроке лучше всего разбивать детей в группы по 2-3 человека. Очень важно объяснить, что их работа в целом зависит от того, как слаженно они работают в команде.

Использование робототехнического оборудования в урочной деятельности на этапе начального образования целесообразно при изучении таких разделов как «Мир моделей» и «Управление» (4 класс, программа Н.В.Матвеевой).

При изучении раздела «Мир моделей» с использованием конструкторов LEGO Education WeDo у детей формируются понятия материальной и информационной модели. Они смогут разработать отдельно взятую модель или изготовить целый проект, например, зоопарк или автомобильную парковку, в котором будет учитываться работа каждого. В такой работе обучающиеся легко учатся через игру аргументировать свою точку зрения и выслушивать другую, работать в группе и в команде, адекватно оценивать себя и других, творчески мыслить, оформлять и воплощать свои идеи.

Приведем пример плана урока по информатике для 4 класса.

Тема: Модель объекта.

Тип занятия: получение новых знаний.

Технология занятия: проектная деятельность.

Образовательная цель: формирование понятий модель, моделирование, материальная и информационные модели; формирование умений создавать материальные модели.

Воспитательная цель: формирование умения совместной работы в группе.

Развивающая цель: продолжать развитие логического и алгоритмического мышления.

Формирование УУД:

Личностные действия: самоорганизация, самооценка.

Регулятивные действия: определение цели учебной деятельности, построение и реализация плана выполнения заданий.

Познавательные действия: использование знаково-символических средств; построение речевых высказываний; анализ объектов.

Коммуникативные действия: умение слушать и понимать других, умение работать в группе.

Основные понятия: модель, моделирование, материальная и информационная модель.

Оборудование: конструкторы LEGO Education WeDo*, презентация.*

1. Мотивационный этап (2-3 минуты)

На предыдущих занятиях обучающиеся изучали понятие объекта, способы обобщения и разделения понятий, работали со схемами и множествами. На этом уроке есть возможность рассмотреть объекты не только на схеме, но и создать самостоятельно готовую модель, используя различные технические средства.

2. Этап актуализации знаний (5-7 минут)

Вспоминают понятие объекта. Рассматривают предложенные изображения игрушек. Аргументируют, для чего детям нужны игрушки, какими свойствами они обладают, называют сходства и различия с реальным объектом. Определяют тему урока, ставят задачи и намечают план работы на урок.

Этап открытия новых знаний (10 минут)

Рассматриваем реальный и моделируемый объект. Самостоятельно выделяем понятие модели и моделирования. Выделяем основные свойства модели.

Исходя из того, что модели можно сделать сложными и простыми и из разных материалов, предполагаем, какими могут быть виды моделей. Выделяем понятия материальная и информационная модель, пытаемся найти сходства и различия.

4 этап. Практическая работа. Проектная деятельность (18 минут)

На этом этапе необходимо закрепить понятие материальной и информационной модели. Ребятам необходимо разбиться по парам или по 3 человека.

Целью практического задания является спроектировать материальную модель машины с использованием конструкторов LEGO Education WeDo. Форма сборки автомобиля – свободная.

5 этап. Рефлексия (6 минут)

На этом этапе анализируем результаты проектной деятельности. Подводим итоги проектной деятельности: какими свойствами обладает, какими сходствами и различиями обладает в сравнении с реальным объектом.

6 этап. Домашнее задание (2 минуты)

Учебник, часть 2 § 13 Т. №2 С. 3-7 № 1, 4, 5, 7.

При изучении раздела «Управление» с использованием конструкторов LEGO Education WeDo обучающиеся смогут не только управлять и программировать готовые конструкции, но и на практике изучить такие понятия как управление, управляющее воздействие, алгоритм, исполнитель, виды алгоритмов. Благодаря тому, что конструктор имеет микроконтроллеры, которые можно программировать, сразу виден результат. Обучающиеся учатся самостоятельно находить и исправлять ошибки, совершенствовать программу, искать иные пути решения поставленной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копосов Д. Г. Первый шаг в робототехнику / Д. Г. Копосов. – М. : Бином. Лаборатория знаний, 2014. – 286 с.
2. Кот И. В. Основы робототехники : методические рекомендации для учителя / И. В. Кот. – Одесса, 2013. – 76 с.
3. Панкратова Л. П. Обучение информатике и ИКТ в 4 классе : методическое пособие / Л. П. Панкратова. – М. : Бином, 2015. – 386 с.
4. Овсяницкая Л. Ю. Курс программирования робота Lego Mindstorms EV3 в среде EV3: основные подходы, практические примеры, секреты мастерства / Д. Н. Овсяницкий, А. Д. Овсяницкий. – Челябинск : ИП Мякотин И. В., 2014. – 204 с.
5. Филиппов С. А. Робототехника для детей и родителей / С. А. Филиппов. – СПб. : Наука, 2013. – 148 с.
6. Шевченко Н. В. Методические аспекты организации пропедевтической работы по информатике в рамках кружка по робототехнике / Н. В. Шевченко, Ю. П. Штепа Ю. П // Современные научные исследования и инновации. – 2014.– № 12-3 (44). – С. 64-68.
7. Штепа Ю.П. Организация пропедевтической работы по информатике средствами образовательной робототехники / Ю. П. Штепа, Н. В. Шевченко// Педагогическая информатика. – 2015.– № 4.– С. 15-24.

УДК 378.126 : 378.4 (470.331)

ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ НА КАФЕДРЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ю.В. Шеретов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Sheretov.YV@tversu.ru

Кафедра математического анализа была создана в конце тридцатых годов прошлого века. Она является одной из старейших в Тверском государственном университете и с момента появления не меняла названия. На кафедре работали известные профессора: Алексей Иванович Маркушевич, Павел Петрович Коровкин, Николай Алексеевич Давыдов, Владимир Николаевич Никольский, Александр Моисеевич Рубинов, Лев Васильевич Тайков, Владимир Георгиевич Шеретов. Многие из перечисленных учёных и педагогов в разное время возглавляли кафедру, формировали принципы математического образования.

П.П. Коровкин был известным специалистом по теории приближений функций [1]. Им создана научная школа, представители которой работали не только в Твери (Калинине), но и в других городах страны. До сих пор на книжных полках кафедры лежат учебные пособия и задачники по математическому анализу, автором или соавтором которых является П.П. Коровкин. Существенное влияние на развитие теории функций оказала его монография "Линейные операторы и теория приближений", изданная в 1959 году. В октябре 2015 г. в Калуге проходила международная научная конференция "Теория приближений функций и родственные задачи анализа", посвященная памяти профессора П.П. Коровкина. Сотрудниками кафедры А.И. Гусевым и О.Е. Барановой был представлен доклад на тему "Равновесные функции в голоморфной динамике", опубликованный в сборнике материалов конференции.

В.Н. Никольский также внес значительный вклад в развитие математического образования. Его учителем был А.И. Маркушевич [2]. В.Н. Никольский заведовал кафедрой математического анализа с 1961 по 1975 год. Работал в качестве проректора по научной работе Калининского педагогического института (государственного университета) (1964−1973) и декана математического факультета (1976−1983). Свои знания он передавал ученикам: В.И. Андрееву, А.М. Фломину, А.И. Гусеву, Н.В. Днепровской. В 70-е годы прошлого века при непосредственном участии В.Н. Никольского на кафедре начал издаваться межвузовский сборник научных трудов "Применение функционального анализа в теории приближений". Эта деятельность продолжалась несколько десятилетий.

Последний 37-ой выпуск сборника за 2016 год появился недавно в e-library.

Во второй половине семидесятых и в восьмидесятые годы прошлого века кафедрой заведовали Н.Б. Тихомиров и Л.В. Тайков. Кандидатские диссертации защитили С.Н. Куженькин (научный руководитель А.М. Рубинов) и И.А. Дрожжин (научный руководитель Л.В. Тайков). Большой популярностью у студентов пользовались лекции Геннадия Аркадьевича Смирнова по математическому анализу и его методические разработки. Кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Смирнов был прямым учеником П.П. Коровкина. Большое внимание он уделял разработке новых специальных курсов для студентов по теории приближений функций, занимаясь этим даже в отпускное время. Более пятидесяти лет работала на кафедре старший преподаватель Виктория Вильгельмовна Смирнова. Она была замечательным лектором и педагогом, обладала уникальными знаниями истории кафедры.

С 1991 по 2005 год заведующим кафедрой математического анализа был В.Г. Шеретов − выпускник физико-математического факультета Пермского государственного университета, представитель научной школы профессора Л.И. Волковыского. Под руководством профессора В.Г. Шеретова шесть человек стали кандидатами физико-математических наук по специальности 01.01.01 − Математический анализ: Александр Анатольевич Голубев, Сергей Юрьевич Граф, Ольга Евгеньевна Баранова (Королёва), Денис Леонидович Ступин, Валерий Юрьевич Суетин и Виктор Вадимович Григорьев. Таким образом, им создана научная школа в области комплексного анализа. Кроме того, под руководством профессора Виктора Алексеевича Баскакова старший преподаватель Андрей Викторович Волков защитил кандидатскую диссертацию. На кафедре заметно возросла публикационная активность, получена финансовая поддержка в виде грантов Российского фонда фундаментальных исследований. В.Г. Шеретов был ответственным редактором пятнадцати выпусков сборника "Применение функционального анализа в теории приближений", который с 2006 г. индексируется в e-library. В 2001 г. В.Г. Шеретову присвоено звание. "Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации". В 2009 г. он награжден нагрудным знаком "За заслуги в развитии Тверского государственного университета". Более 35 лет В.Г. Шеретов является членом Американского математического общества. Широкую известность получили его монография "Классическая и квазиконформная теория римановых поверхностей", опубликованная в 2007 году в издательстве "Регулярная и хаотическая динамика", а также историко-математические очерки "Российской математике − триста лет" (Тверь, 2003), написанные в соавторстве с С.Ю. Щербаковой [3, 4].

С 2005 по 2015 год кафедрой заведовал кандидат физико-математических наук, доцент А.И. Гусев. В 2004 году её сотрудником стал автор данной статьи. Мне пришлось не только вести лекции и практические занятия по математическому анализу и специальным курсам, но и руководить дипломниками и аспирантами. В 2006 г. мой ученик Михаил Викторович Семёнов защитил в ТвГУ кандидатскую диссертацию по специальности 05.13.18 − Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Монография Шеретова Ю.В. "Динамика сплошных сред при пространственно-временном осреднении" (Москва−Ижевск, РХД, 2009) объемом 400 с. многократно цитировалась как в нашей стране, так и за рубежом. В 2010 г. под руководством С.Ю. Графа кандидатскую диссертацию по специальности 01.01.01 защитил аспирант кафедры, гражданин Республики Конго Эйланголи Окандзе Руфин.

Как заведующему кафедрой математического анализа, хотелось бы кратко написать о работе её коллектива в настоящее время. Важнейшей является задача сохранения кадрового потенциала кафедры в условиях реформирования системы высшего образования страны. Для решения этой задачи в 2016 г. осуществлен набор абитуриентов на новую магистерскую программу "Преподавание математики и информатики", открытую в рамках направления 02.04.01 − Математика и компьютерные науки. Доцент А.А. Голубев назначен руководителем основной образовательной программы подготовки бакалавров 01.03.01 − Математика, профиль "Преподавание математики и информатики", набор на которую состоится в 2017 году. В настоящее время А.А. Голубев является председателем Тверской региональной общественной организации "Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области". Членами ассоциации проводится большая работа по совершенствованию математического образования в регионе. В частности, А.А. Голубев и О.Е. Баранова выступили в качестве ответственных редакторов издания "Преподавание математики в школах Тверского региона: сборник материалов в помощь учителю". Тверь: Тверской государственный университет, 2016. Вып. 1. 244 с.

Доцент кафедры С.Ю. Граф был командирован в Индию с 1.12.2015 по 21.12.2015 для выступления с научными докладами в этой стране (в Индийском технологическом институте, г. Индор; в Индийском институте статистики, г. Ченнай). Три статьи опубликованы им в рамках этого сотрудничества совместно с зарубежным партнером С. Поннусами. Кроме того, С.Ю. Граф был участником российско–индийского гранта РФФИ № 14–01–92692 "Гармонические и квазиконформные отображения". Руководитель проекта – д.ф.–м.н., профессор В.В. Старков. Его финансирование осуществлялось через ФГБОУ ВО "Петрозаводский государственный университет". Ю.В. Шеретов – член редколлегии включенного в перечень ВАК научного журнала "Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика" с 2014 г. по настоящее время. Заметным событием стало издание его новой монографии "Регуляризованные уравнения гидродинамики" (Тверь, ТвГУ, 2016) объёмом 222 с.

Тематика курсовых и выпускных квалификационных работ на кафедре разнообразна, учитывает возможности и пожелания студентов. Как преподаватели, так и студенты принимают участие в научных конференциях различного уровня. Продолжается разработка новых специальных дисциплин. В процессе обучения используются современные компьютерные технологии. Публикуются оригинальные научные работы, в том числе входящие в Scopus/Web of Science и Перечень ВАК, а также учебные пособия. Рейтинги преподавателей кафедры по данным опросов студентов остаются высокими. Таким образом, коллективом кафедры математического анализа внесен большой вклад в развитие образования и науки Тверской области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскаков В. А. Павел Петрович Коровкин / В. А. Баскаков, Г. А. Смирнов, Н. Б. Тихомиров // Применение функционального анализа в теории приближений. – Тверь : Тверской государственный университет, 1996. – С. 5 − 7.
2. Гусев А. И. Владимир Николаевич Никольский / А. И. Гусев // Применение функционального анализа в теории приближений. – Тверь : Тверской государственный университет, 1996. – С. 9 − 11.
3. К семидесятилетию со дня рождения профессора В. Г. Шеретова // Применение функционального анализа в теории приближений. – Тверь: Тверской государственный университет, 2008. – С. 3 − 13.
4. Половицкий Я. Д. К 75-летию со дня рождения профессора В. Г. Шеретова / Я. Д. Половицкий // Вестник Пермского университета. Серия: Математика, механика, информатика. – 2013. – № 4. – С. 128 − 129.

Научное издание

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТВЕРИ И ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ

Выпуск I

Материалы
научно-практической конференции

Тверь, 18 февраля 2017 г.

Часть II

Подписано в печать 06.04.2017. Формат $60 \times 84\ {}^{1}/_{16}$.
Усл. печ. л. 12. Тираж 200 экз. Заказ № 175.
Редакционно-издательское управление
Тверского государственного университета
Адрес: Россия, 170100, г. Тверь, Студенческий пер., д. 12, кор. Б.
Тел. РИУ: (4822) 35-60-63.

Д Л Я   З А П И С Е Й