

## Задание N17. Задачи на кредиты

Аннуитетные (равные платежи)

Пусть  $x$  – вносимый ежегодный платеж,  $S_m$  – долг клиента банку на конец  $m$ -го года. Тогда  $S_m \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$  – его долг банку в начале  $(m+1)$ -го года или  $S_m \cdot k$ , где  $k = 1 + \frac{r}{100}$ .

Платёж при такой схеме равен

$$x = S \cdot \frac{k^n(k-1)}{k^n - 1}$$

В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69690821 рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

**Решение:** Если искомая сумма составляет  $S$  рублей, то при коэффициенте ежегодной процентной ставки  $k$ , равной 1,31, фиксированная сумма  $x$  которую клиент ежегодно должен возвращать в банк в течение 3 лет, составляет

$$x = \frac{Sk^3}{k^2+k+1},$$

Откуда

$$S = \frac{x(k^2+k+1)}{k^3}.$$

Заметим, что 69690821 кратно  $1,31^3$ .

Действительно,  $69690821 : 1,31 = 53199100$ ;

$53199100 : 1,31 = 40610000$ ;  $40610000 : 1,31 = 310000$ .

$$S = \frac{69690821 \cdot (1,31^2 + 1,31 + 1)}{1,31^3} = 31000000 \cdot 4,0261 = 40261 \cdot 3100 = 124809100.$$

Ответ: 124 809 100 рублей.

17

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ .

Ответ: 10.

17

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 48 250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: 162 000.

## Дифференцированные платежи

(уменьшение долга каждый год на одну и ту же величину)

Пусть  $x_m$  и  $S_m$  – соответственно вносимый платеж и долг клиента банку на конец  $m$ -го года. Тогда  $S_m \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$  – его долг банку в начале  $(m+1)$ -го года или  $S_m \cdot k$ , где  $k = 1 + \frac{r}{100}$ . В соответствии с условием задачи долг ежегодно уменьшается на величину равную  $\frac{S}{n}$ , тогда  $S_m = S - S \cdot \frac{m}{n}$ .

**Сумма выплат:**

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S \cdot k + S \cdot (k - 1) \cdot \frac{n-1}{2}.$$

Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?

Ответ: 822 тыс. рублей.

40. (МИОО, 2017) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

### 17.1

15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц.

Условия его возврата таковы:

- 1 числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2 по 14 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15 число каждого с 1 по 20 месяц долг должен уменьшаться на 50 тыс.руб.;
- за двадцать первый месяц долг должен быть погашен полностью.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 20-го месяца, если банку всего было выплачено 2073 тыс. рублей?

### 17.2

15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц.

Условия его возврата таковы:

- 1 числа каждого месяца долг увеличивается на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2 по 14 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15 число каждого с 1 по 20 месяц долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца долг должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?