Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

Тверская региональная общественная организация
«Ассоциация учителей и преподавателей математики
Тверской области»

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТВЕРИ И ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ

Материалы
III Всероссийской научно-практической конференции

Тверь, 29-30 марта 2019 года

ТВЕРЬ 2019

УДК 373.5.016:5(082)
ББК Ч 426.221я431
П28

П27 Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области: материалы III Всероссийской научно-практ. конф. (29-30 марта 2019 г., г. Тверь). – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2019. – 218 с.
ISBN 978-5-7609-1430-9

В сборнике трудов представлены материалы III Всероссийской научно-практической конференции, состоявшейся 29-30 марта 2019 г. в г. Твери. Организаторами конференции выступили математический факультет Тверского государственного университета и Тверская региональная общественная организация «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области».

Издание предназначено для научных и педагогических работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов педагогических вузов и колледжей с целью использования в научной и учебной деятельности.

УДК 373.5.016:5(082)
ББК Ч 426.221я431

Материалы издаются в авторской редакции.

ISBN 978-5-7609-1430-9

СОДЕРЖАНИЕ

А.М. Айтымова, Е.В. Шевчук, А.В. Шпак
ФОРМИРОВАНИЕ IT–КОМПЕТЕНЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СРЕДСТВАМИ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ 6

Е.А. Андреева, А.А. Грибов
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В РОБОТОТЕХНИКЕ 10

Е.А. Андреева, А.В. Лобанов, Е.В. Тишина
НЕЙРОУПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ 16

О.Е. Баранова, С.А. Романова
ТЕОРЕМЫ МЕНЕЛАЯ И ЧЕВЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 20

Н.И. Белоцерковец
ФИЛОСОФСКАЯ ПРОБЛЕМАТИКА ХИМИИ 25

Е.П. Беляева, Г.В. Мандрика
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА УРОКАХ ФИЗИКИ 27

И.Ю. Бурова
РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ 31

М.Г. Виноградова
РОЛЬ КУРСА «МЕТОДОЛОГИЯ НАУЧНО-ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ» В ОБРАЗОВАНИЯ ХИМИКОВ 42

Е.Г. Воронцова
ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ 43

А.А. Голубев
ОРТОЦЕНТР И ОРТОТРЕУГОЛЬНИК НА ОЛИМПИАДАХ ПО МАТЕМАТИКЕ 47

Н.А. Грибина
ОТЛИЧИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СЕЛЬСКОЙ ШКОЛЕ. «ПЛЮСЫ» И «МИНУСЫ» МАЛОЧИСЛЕННЫХ КЛАССОВ 52

В.В. Григорьева, В.В. Григорьев
УЧЕБНЫЕ БЛОЧНЫЕ СРЕДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ SCRATCH И SNAP!: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ, ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ 57

А.А. Гусаров, А.А. Голубев, И.А. Гусаров
ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ СТУДЕНТАМ ВУЗА 63

А.И. Гусев
ИСТОРИЯ КАФЕДРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА (КГУ, КГПИ) С 1938 ПО 1984 ГОДЫ 69

Н.Е. Давыдова
ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ПРОГРАММИРОВАНИЮ В ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ 82

И.Ю. Егорова, Л.И. Ворончихина
ИННОВАЦИОННЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ-ХИМИКОВ 85

Е.М. Ершова
ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ШКОЛЕ 86

В.В. Иванов
ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ 91

Г.А. Игнатьев, С.Н. Куженькин
МОДЕЛИ И ПРИНЦИПЫ ИНТЕГРАЦИИ СЕМЬИ И ШКОЛЫ, КАК УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ 96

Г.А. Игнатьев, Л.А. Чагрова
ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЦИИ СЕМЬИ И ШКОЛЫ, КАК УСЛОВИЕ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ 102

Д.А. Кокорин
LINUX В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ 106

Т.С. Колесникова, И.Н. Беляева
РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ СТУДЕНТА 111

Н.С. Кольева, Е.В. Шевчук, А.В. Шпак
ВЛИЯНИЕ МЕГАТРЕНДОВ ОБЩЕСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ НА МЕТОДИКУ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ В ШКОЛЕ 116

Ю.В.Кузнецова
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ В ЗАДАЧАХ ПО ОПТИКЕ .. 121

А.С. Левина, О.Е. Журавлев
ТЕХНОЛОГИИ В КОМАНДНОЙ РАБОТЕ 124

А.С. Левина, О.Е. Журавлев
ВВЕДЕНИЕ В КОНЦЕПЦИЮ САМОРАЗВИТИЯ 125

Е.В. Лошкарева, О.А. Нестерова, С.Ю. Щербакова
МОНИТОРИНГ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ КАК ИНСТРУМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ОБРАЗОВАНИЯ 126

М.А. Мамонова, В.М. Цирулева
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ОТ СПАМА 132

А.Е. Миловидов
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ПЛАНИМЕТРИИ ЗА 2017 – 2018 И 2018 – 2019 УЧЕБНЫЕ ГОДЫ 138

А.Е. Миловидов, М.А. Шестакова
ОБ ОДНОЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЗАДАЧЕ 142

С.А. Михеев, В.П. Цветков
ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНЫХ ЧИСЛОВЫХ МАССИВОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ НА ФРАКТАЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ 146

И.Ш. Могилевский
ОСОБЕННОСТИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ 150

А.И. Наумова
КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ КУРСА МАТЕМАТИКИ 154

С.В. Нечаева
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ХИМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ 158

М.С. Потапенко, Т.В. Цапиева
РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ 163

И.М. Поташов
СОЗДАНИЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАССА BEAMER 168

М.Н. Рыбаков
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ: РЕКУРСИВНАЯ МОЗАИКА 174

С.С. Рясенский, М.А. Феофанова, В.М. Никольский
УПРАВЛЕНИЕ НАУЧНО-ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ В СОВРЕМЕННОМ ВУЗЕ 177

Н.А. Семыкина
УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТАМИ В СФЕРЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ 179

Е.С. Синяков, Г.С. Шаров
НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И СРАВНЕНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ 182

В.Ю. Суетин
ПОДГОТОВКА К ПРОФИЛЬНОМУ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ: ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ 186

С.А. Темникова, Н.В. Веролайнен
МЕТОДИКА НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ 190

С.С. Тимонова
ONLINE-КУРСЫ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ 191

И.С. Филимонов
АВТОМАТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ТЕСТОВ ДЛЯ ЗАДАЧ НА ДЕРЕВЬЯ В ОЛИМПИАДНОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ 194

А.А. Цветков, А.А. Голубев
MATLAB КАК СРЕДСТВО ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПОВЕДЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБЫХ ТОЧЕК 198

Ю.В. Чемарина, А.А. Голубев
ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА 202

А.А. Шаповалова
ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ПОСРЕДСТВОМ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ 206

И.А. Шаповалова, О.Ю. Кашина
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ 210

Ю.В. Шеретов
О РЕЗУЛЬТАТАХ РАБОТЫ КАФЕДРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА В 2018 ГОДУ 214

УДК 37:004.9

ФОРМИРОВАНИЕ IT–КОМПЕТЕНЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СРЕДСТВАМИ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Алия Муратовна Айтымова
Северо-Казахстанский государственный университет им. М. Козыбаева
Казахстан, Петропавловск
e-mail: aitimova_a_1985@mail.ru
Елена Владимировна Шевчук
БОУ «Лицей», Калачинск
e-mail: evshevch@mail.ru
Андрей Владимирович Шпак
БОУ «Лицей», Калачинск
e-mail: andrey.v.shpak@gmail.com

Ключевые слова: *IT–компетенции, информационно-образовательная среда, дошкольные учреждения.*

Аннотация. В статье утверждается, что в качестве перспективного направления развития информационно-образовательной среды вуза можно считать создание кластера, ориентированного на дошкольные учреждения.

Вопросы методики формирования IT–компетенций в процессе обучения в вузе и в школе изучались учеными в течение нескольких последних лет.

Однако авторы статьи считают, что методика формирования IT–компетенций должна постоянно эволюционировать так же, как и эволюционируют парадигмы образования в зависимости от трансформации трендов общества.

Анализ работ, посвящённых исследованиям мегатрендов общепланетарного общественного развития с последующим выявлением вытекающих из этих мегатрендов тенденций в системе образования [1] позволил авторам статьи выявить тенденцию, которая актуализирует необходимость непрерывного совершенствования методики формирования IT–компетенций, уже начиная с дошкольного возраста.

В настоящее время получила развитие так называемая «теория поколений» Хоува-Штрауса (США). В России ее адаптацию осуществила Евгения Шамис [2]. Принципиальное свойство нового поколения «Digital Natives», или цифрового поколения (более часто так говорится о тех, кто рожден после 2000 года), заключается в том, что они рождены в век высоких технологий. Ими оно пользуется практически «с пеленок», а в виртуальном мире эти дети ощущают себя, как в реальной жизни. Они всегда пытаются быть мобильными, доступными «on-line», а значит, этим детям зачастую уже привычнее и удобнее и учиться, используя виртуальность. Представители этого поколения выросли в мире, где постоянный дефицит свободного времени ощущается уже с дошкольного возраста. Именно поэтому «цифровое поколение» уже адаптировано к необходимости очень быстро оценивать и просеивать огромные объемы информации.

Авторы считают, что, учитывая исследования ученых (возможно и спорные) в области психологии «поколения Z» (рожденного после 2000 г.), характерной новой чертой системы образования является множественность путей и средств решения проблем обучения и социокультурного развития людей разных возрастов, начиная с дошкольного возраста.

Стратегия и условия развития информационно-образовательной среды учреждения образования традиционно вырабатывается на базе целей и требуемой совокупности ресурсов.

Систематизировав научную литературу по данным вопросам, в качестве определения информационной образовательной среды вуза авторы предлагают следующее: «Информационно-образовательная среда вуза – открытая интеллектуальная система, ориентированная на потребителя, системно интегрирующая в себе интеллектуальные, программно-методические, организационно-технические, информационно-управляющие ресурсы для всех субъектов образовательного процесса, направленные на формирование интеллектуально развитой социально-значимой творческой личности, обладающей необходимым уровнем информационной культуры и профессиональных знаний и компетенций в условиях непрерывного образования» [3].

Исходя из предложенного определения в основу создания информационной образовательной среды как средства повышения качества обучения [4] должны быть положены ряд принципов, соответствующих структурной модели формирования компетентности.

Для формирования блока информационной культуры и компетентности, отражающего когнитивный аспект подготовки, информационная образовательная среда вуза должна интегрировать в себе информационный сайт вуза с традиционными структурными элементами и образовательный портал, включающий такие элементы, как система дистанционного обучения, электронные библиотеки научной и учебно-методической литературы, автоматизированные системы проверки результатов обучения, электронные каталоги элективных дисциплин, электронные учебники и обучающие программы и др.

Кроме того, для эффективного использования информационных ресурсов в рамках создаваемой интеграционной структуры должны формироваться кластеры информационных систем для каждой категории пользователей информационно-образовательной среды вуза, тем самым формируя индивидуальное, или персонализированное, информационное пространство для всех участников образовательного процесса.

Для формирования блока информационной культуры и компетентности, отражающего деятельностный аспект подготовки, студентам в рамках информатики (или как самостоятельные элективные дисциплины) должны предлагаться ряд тем, таких, например, как, например «Технологии поиска и передачи информации при помощи современного телекоммуникационного оборудования», «Методы обработки информации» и «Основы моделирования информационных систем предметной области» и др.

В соответствии с этим в информационно-образовательную среду вуза должны входить библиотеки прикладных программных средств для решения базовых задач предметной области, системы коммуникаций и обратной связи (блоги администрации, система анкетирования, форумы, электронная почта), системы электронных конференций и олимпиад, реально-виртуальные лаборатории. Необходимы программные системы и средства, предназначающиеся для реализации разнообразных элементов дистанционных технологий, в том числе для студентов очной формы в процессе обучения в рамках академической мобильности.

Для формирования блока информационной культуры и компетентности, отражающего мотивационный аспект подготовки, в рамках информационной образовательной среды необходимо реализовать такие интеллектуальные системы, как системы мониторинга рейтинговой, промежуточной и итоговой оценки знаний (для всех заинтересованных субъектов образовательного процесса, в том числе администрации, ППС, обучающихся и их родителей), системы виртуальных олимпиад и конференций, системы автоматизированного формирования индивидуальной траектории обучения (выборности дисциплин и преподавателей), индивидуального учебного плана обучающихся.

Реализованная на основе вышеизложенных принципов информационно-образовательная среда СКГУ им. М.Козыбаева успешно функционирует уже на протяжении более 15 лет, зарекомендовав себя как инструмент повышения качества управления образовательным процессом в целом, и как средство повышения качества обучения, в частности [3].

Информационно-образовательная среда СКГУ им. М. Козыбаева является непрерывно надстраивающейся интегрированной многокомпонентной системой, элементы которой автоматизируют управление разнообразными процессами учебной, внеучебной, научно-исследовательской деятельности, а также деятельности по управлению вузом в целом.

Компетентностный подход в дошкольных учреждениях – относительно новое явление. Компетентностно-ориентированная развивающая модель обучения призвана дать высокий результат, но она рассчитана на учителя (воспитателя) творческого, не жалеющего сил и времени для её реализации (в том числе и по причинам недостаточной исследованности данного направления и дефицита разработанных методических материалов). Определенный положительный опыт применения различных информационных технологий и программных средств в дошкольных учреждениях и в начальной школе уже имеется [5].

Так, например, Энциклопедия-игра "Моё тело" содержит в игровой форме задания и информацию о строении человека; «E.A.Kids» – программа, которая позволяет ребёнку научиться уверенно пользоваться мышкой, отрабатывая «щелчок», «перетаскивание», «выделение»; «Мир информатики» – ребята отрабатывают навыки работы с клавиатурой и мышкой, выполняя разного вида задания; «Disney» – программа по созданию мультипликации, где ребята, используя законы мультипликации, «оживляют» свои картинки; изучать окружающий мир, формируя навыки поиска информации и работы с информацией в реальном времени помогает программа Google Планета Земля.

Особенности учебной деятельности дошкольников и младших школьников имеют принципиальные особенности [6]. В настоящей статье внимание акцентируется на таких особенностях в организации, как необходимость использования игровых форм обучения и необходимость развития мелкой моторики, сенсомоторики (согласованности в работе глаза и руки, совершенствованию координации движений, гибкости, точности в выполнении действий). Мелкая моторика представляет собой скоординированную работу мышечной, костной и нервной систем организма. Мелкая моторика включает в себя серию разнообразных движений, начиная с примитивных жестов (например, захват различных предметов) до мельчайших движений, которые способствуют формированию почерка ребенка [7].

Необходимость развития моторики рук обусловлена тесным взаимодействием ручной и речевой моторики. Совершенствование ручной моторики способствует активизации моторно-речевых зон головного мозга, от совершенствования мелкой моторики будет зависеть и успешная адаптация ребенка в школе, и общее развитие в целом. В связи с этим особое внимание хотелось бы обратить на необходимость использования сенсорных технологий (ввиду возрастных психологических и физиологических особенностей восприятия информации, запоминания и обучения). Сенсорное воспитание рассматривается как основа умственного, эстетического, физического, трудового воспитания ребенка. В результате сенсорного воспитания ребенок овладевает способами чувственного познания мира, наглядно-образным мышлением; происходит дальнейшее совершенствование всех видов детской деятельности, формируется относительная самостоятельность в познавательной и практической деятельности [6].

Несмотря на то, что у авторов статьи уже есть определенный положительный опыт применения различных информационных технологий и программных средств в дошкольных учреждениях, учитывая новизну данного методического направления, авторы считают актуальными и перспективными направлениями исследования в области разработок методик формирования IT–компетенций у детей дошкольного возраста с целью дополнения информационно-образовательных сред кластерами, ориентированными на дошкольные учреждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мегатренды. Основные траектории эволюции мирового порядка в XXI веке: Изд. второе, испр. и доп. / Под редакцией Т.А. Шаклеиной и А.А. Байкова. – М.: АСПЕКТ ПРЕСС, 2014. 448 с

2. Никонов Е., Шамис Е. Теория поколений. Дата выхода на ЛитРес: 23 августа 2017. – URL: https://www.litres.ru/e-nikonov/ (дата обращения: 07.03.18).

3. Шевчук Е.В., Шпак А.В. Информационно-образовательная среда вуза. Опыт и перспективы. Palmarium Germany. Copyright © 2016 by the author and LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH& Co. KG-99 с.

4. Шпак А.В. Мониторинг обучения в условиях информационной среды школы. Palmarium Germany. Copyright © 2017 by the author and LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH& Co. KG-135 с.

5. Шевчук Е.В. ИКТ в младшей школе. Алматы: ТОО «Эверо», 2013, -202с.

6. Венгер Л.А. Воспитание сенсорной культуры ребенка от рождения до 6 лет. – М.: Просвещение, 1988. – 144с.

7. Ткаченко Т.А. «Мелкая моторика. Гимнастика для пальчиков», М.: Издательство ЭКСМО, 2010 – 198 с.

УДК 579.711

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В РОБОТОТЕХНИКЕ

Елена Аркадьевна Андреева
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: aagribov@edu.tversu.ru
Андрей Александрович Грибов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: aagribov@edu.tversu.ru

Ключевые слова: *принцип максимума, метод быстрого автоматического дифференцирования, искусственные нейронные сети.*

Аннотация. В работе рассматривается возможность применения теории оптимального управления и методов оптимизации для управления динамическими системами с помощью искусственных нейронных сетей.

Непрерывное развитие наукоёмких технологий приводит к потребности в разработке новых, всё более совершенных средств автоматизации, основанных на искусственном интеллекте, управлением сложными системами и современных информационных и коммуникационных технологиях. Среди них важную роль играет мехатроника и робототехника, нейроинформатика, нейронные сети и другие системы и технологии, которые позволяют создавать и совершенствовать автопилоты для самолётов и ракет, производить роботов с элементами искусственного интеллекта, системы навигации и управления движением космических аппаратов. Для эксплуатации и производства этих новых средств всё шире используются робототехнические системы. Они позволяют автоматизировать многие процессы, повысить качество выполнения работы. С развитием информационных технологий, в частности, нейронных сетей функциональность и возможности роботов растут. Уже созданы работающие образцы автоматизированных роботов, распознающих окружающее пространство, и на основе этой информации имеют возможность прокладывать свой маршрут, избегать препятствий, взаимодействовать с различными объектами. Важную роль играет система управления робота, которая должна решать поставленные роботу задачи и обеспечивать взаимодействие всех его функциональных частей.

Рассматриваемая искусственная нейронная сеть формализуется как задача оптимального управления динамической системой с запаздыванием и исследуется с помощью методов математической теории оптимального управления и методов оптимизации. Целью управления искусственной нейронной сетью является ее обучение, выбор оптимальной структуры и весовых коэффициентов функционала, минимизирующих целевой функционал. Целью управления роботом является его перевод из заданного начального состояния в конечное состояние или осуществление заданного программного движения. Синтезируемые для управляющей системы законы управления должны обеспечивать требуемые показатели качества (точность, быстродействие).

Рассмотрим случай, когда двигательная система робота представляет собой манипулятор с поступательными и вращательными кинематическими парами, имеющий m степеней свободы. В этом случае управляемые движения робота описываются нелинейными уравнениями Лагранжа II рода вида…..:

$$U(q,\dot{q},\ddot{q}) \equiv A(q)\ddot{q} + B(q,\dot{q}\ ) = u, q(t_0) = \ q_0, \dot{q(t_0)} = \ \dot{q_0},$$

где $A(q)$ – матрица $[m \times m]$ – функция размерности, характеризующая массо-инерционные свойства манипулятора; $B(q,\dot{q}\ )$ – m-мерная вектор-функция, характеризующий действие сил тяжести, кориолисовых и центробежных сил, u – m-мерный вектор управляющих моментов, развиваемых в приводах манипулятора. Рассмотрим пример использования принципа максимума оптимального управления для управления динамической системой с помощью искусственной нейронной сети. Математическая модель описывается системой нелинейной дифференциальных уравнений второго порядка с запаздыванием:

$$\ddot{x}_i(t) + \varepsilon\left(1 - \beta_i {x_i}^2(t)\right) + {\nu_i}^2 x_i(t) = \\ = u_i(t) + \sum_{j=1}^{N} \omega_{ij}(t)\left(\dot{x}_j\left(t - h_j\right) - \dot{x}_i(t)\right), \quad (1)$$

здесь и далее $i = 1,..,N, t \in [0,T]$.

Введем следующие обозначения

$$\dot{x}_i(t) = y_i(t), \quad (2)$$

$$z_j(t) = y_j\left(t - \ h_j\right), \ \ j = 1,..,N, t \in [0,T]. \quad (3)$$

Уравнение (1) перепишем в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{x}_i(t) = y_i(t), \ \ i = 1,..,N, t \in [0,T], \quad (4)$$

$$\dot{y}_i(t) = -{\nu_i}^2 x_i(t) - \varepsilon\left(1 - \beta_i {x_i}^2(t)\right) + u_i(t) + \sum_{j=1}^{N} \omega_{ij}(t)\left(y_j\left(t - h_j\right) - y_i(t)\right) \quad (5)$$

с начальными условиями

$$x_i(0) = a_i\ , \quad (6)$$

$$\dot{x}_i(t) = \varphi_i(t), \ \ i = 1,..,N, \quad t \in \left[-\max\{h_j\ \}, 0\right] \quad (7)$$

и ограничениями на управляющие воздействия

$$|u_i(t)| < B_i, \left|\omega_{ij}(t)\right| < C_{ij}. \quad (8)$$

Здесь $x_i(t)$ – амплитуда колебаний i-нейрона; нейрона; $u(t)$ – функция управления, N – количество нейронов

Целью управления искусственной нейронной сетью является ее обучение, и включает в себя построение оптимального процесса, минимизирующего заданный целевой функционал:

$$I(u) = R_1 \int_0^T f_0(t, x(t), u(t), \omega(t))dt + R_2\Phi(x(T)) \to \inf \tag{9}$$

при ограничениях (4) – (8). Здесь R_1, R_2 – весовые коэффициенты в двухкритериальной задаче оптимального управления.

Для построения оптимального решения воспользуемся принципом максимума для динамических систем с запаздывающим аргументом [2], [3], [4].

Функция Понтрягина задачи (4) – (9) имеет вид:

$$H(\lambda_0, x, y, z, p(t), q(t), u, \omega) = -\lambda_0 R_1 f_0(t, x, u, \omega) + \sum_{i=1}^{N} p_i(t) y_i +$$

$$+\sum_{i=1}^{N} q_i(t)(-\nu_i^2 x_i - \varepsilon\left(1 - \beta x_i^2\right) + u_i + \sum_{j=1}^{N} \omega_{ij}\left(z_j - y_i\right)), \tag{10}$$

где $z_j = y_j\left(t - h_j\right),\ p(t),\ q(t)$ – сопряженные вектор-функции.

Сопряженные вектор-функции $p(t)$, $q(t)$ удовлетворяют системе дифференциальных уравнений с опережающим аргументом (13)–(14):

$$\dot{p}_k(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_k}\left(\lambda_0, \bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{z}(t), p(t), q(t), \bar{u}(t)\right), \tag{11}$$

$$\dot{q}_k(t) = -\frac{\partial H}{\partial y_k}\left(\lambda_0, \bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{z}(t), p(t), q(t), \bar{u}(t)\right) - \tag{12}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial z_k}\left(\lambda_0, \bar{x}(t+h_k), \bar{y}(t+h_k), \bar{z}(t+h_k), p(t+h_k), q(t+h_k), \bar{u}(t+h_k)\right).$$

С учетом определения функции Понтрягина (10) краевая задача принципа максимума запишется в виде:

$$\dot{p}_k(t) = \lambda_0 R_1 \frac{\partial f_0(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \overline{\omega}(t))}{\partial x_k} + q_k(t)\nu_k^2 - 2q_k(t)\varepsilon\beta\bar{x}_k(t), \tag{13}$$

$$\dot{q}_k(t) = -p_k(t) + q_k(t)\sum_{i=1}^{N}\omega_{ik}(t) - \sum_{i=1}^{N} q_i(t+h_i)\omega_{ik}(t+h_k). \tag{14}$$

$$p_k(T) = -\lambda_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}\left(\bar{x}(T)\right), \tag{15}$$

$$q_k(T) = -\lambda_0 \frac{\partial \Phi}{\partial y_k}\left(\bar{x}(T)\right), \tag{16}$$

$$q_k(t) = 0, t > T, k = 1, \ldots, N. \tag{17}$$

Заметим, что принцип максимума позволяет свести задачу построения оптимального процесса к решению краевой задачи ([1]), которая включает в себя дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом и граничные условия:

$$\dot{x}_i(t) = y_i(t),$$

$$\dot{y}_i(t) = -{\nu_i}^2 x_i(t) - \varepsilon\big(1 - \beta_i {x_i}^2(t)\big) + u_i(t) + \sum_{j=1}^{N} \omega_{ij}(t)\left(y_j\big(t - h_j\big) - y_i(t)\right),$$

$$x_i(0) = a_i,\ \dot{x}_i(t) = \varphi_i(t), \quad t \in \left[-\max\{h_j\}, 0\right],$$

$$\dot{p}_k(t) = \lambda_0 R_1 \frac{\partial f_0(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \overline{\omega}(t))}{\partial x_k} + q_k(t)\nu_k^2 - 2q_k(t)\varepsilon\beta\bar{x}_k(t), \qquad (18)$$

$$\dot{q}_k(t) = -p_k(t) + \sum_{i=1}^{N} q_i(t)\omega_{ik}(t) - \sum_{i=1}^{N} q_i(t+h_i)\omega_{ki}(t+h_k),$$

$$p_k(T) = -\lambda_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}\big(x(T)\big), q_k(T) = -\lambda_0 \frac{\partial \Phi}{\partial y_k}\big(x(T)\big), q_k(t) = 0, t > T.$$

Во всех соотношениях краевой задачи принципа максимума (18), где не оговаривается особо, $i = \overline{1, N},\ k = \overline{1, N},\ t \in [0, T]$.

Рассмотрим частный случай при $f_0\big(t, x(t), u(t), \omega(t)\big) = R_1 \sum_{i=1}^{N} u_i^2(t) + {}$ $+ R_2 \sum_{i,j=1}^{N} \omega_{ij}^2(t)$ и $\Phi\big(x(T)\big) = \sum_{i=1}^{N} (x_i(T) - A_i)^2$. Тогда минимизируемый функционал примет вид (19):

$$I(u) = \int_0^T (R_1 \sum_{i=1}^{N} u_i^2(t) + R_2 \sum_{i,j=1}^{N} \omega_{ij}^2(t)) dt + R_3 \sum_{i=1}^{N} (x_i(T) - A_i)^2 \to \inf. \quad (19)$$

Функция Понтрягина запишется в виде:

$$H(\lambda_0, x, y, z, p(t), q(t), u) = -\lambda_0\big(R_1 \sum_{i=1}^{N} u_i^2(t) + R_2 \sum_{i,j=1}^{N} \omega_{ij}^2(t)\big) + \sum_{i=1}^{N} p_i(t) y_i + \sum_{i=1}^{N} q_i(t)(-\nu_i^2 x_i - \varepsilon\left(1 - \beta x_i^2\right) + u_i + \sum_{j=1}^{N} \omega_{ij}\big(z_j - y_i\big)),$$

Согласно принципу максимума оптимальное управление в этом случае определяется условиями:

$$\overline{u_i}(t) = \begin{cases} \dfrac{q_i(t)}{2\lambda_0 R_1}, \text{если } \left|\dfrac{q_i(t)}{2\lambda_0 R_1}\right| \le B_i \\ B_i, \text{если } \dfrac{q_i(t)}{2\lambda_0 R_1} > B_i \\ -B_i, \text{если } \dfrac{q_i(t)}{2\lambda_0 R_1} < -B_i \end{cases}$$

$$\overline{\omega_{ij}}(t) = \begin{cases} \dfrac{q_i(t)\big(\overline{z}_j - \overline{y}_i\big)}{2\lambda_0 R_2}, \text{если } \left|\dfrac{q_i(t)\big(\overline{z}_j - \overline{y}_i\big)}{2\lambda_0 R_2}\right| \le C_i \\ C_i, \text{если } \dfrac{q_i(t)\big(\overline{z}_j - \overline{y}_i\big)}{2\lambda_0 R_2} > C_i \\ -C_i, \text{если } \dfrac{q_i(t)\big(\overline{z}_j - \overline{y}_i\big)}{2\lambda_0 R_2} < -C_i \end{cases}$$

Сопряженная система удовлетворяет условиям трансверсальности :

$$\dot{p}_k(t) = q_k(t)\nu_k^2 - 2q_k(t)\varepsilon\beta\bar{x}_k(t),$$

$$\dot{q}_k(t) = -p_k(t) + \sum_{i=1}^{N} q_i(t)\omega_{ik}(t) - \sum_{i=1}^{N} q_i(t+h_i)\omega_{ik}(t+h_k),$$

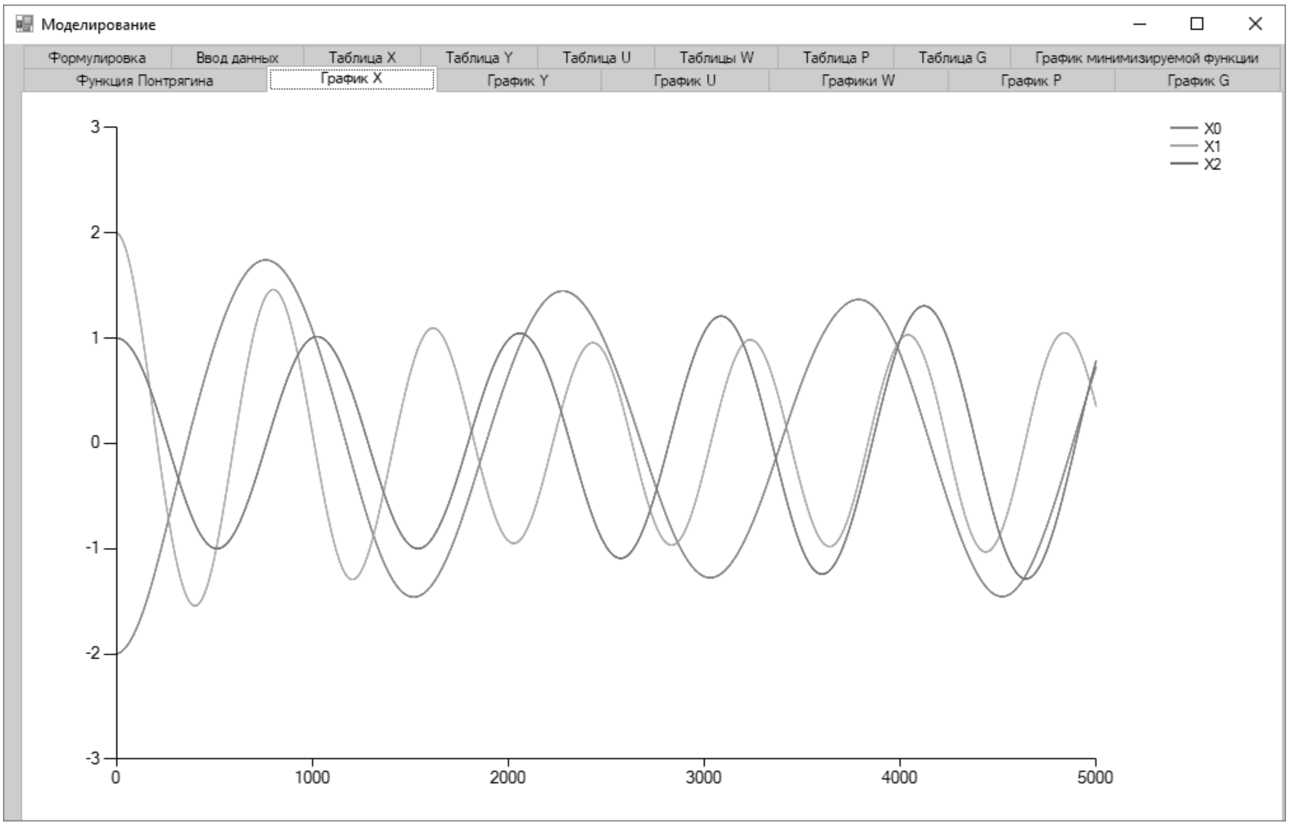
$$p_k(T) = -2\lambda_0(x_k(T) - A_k)R_3,$$

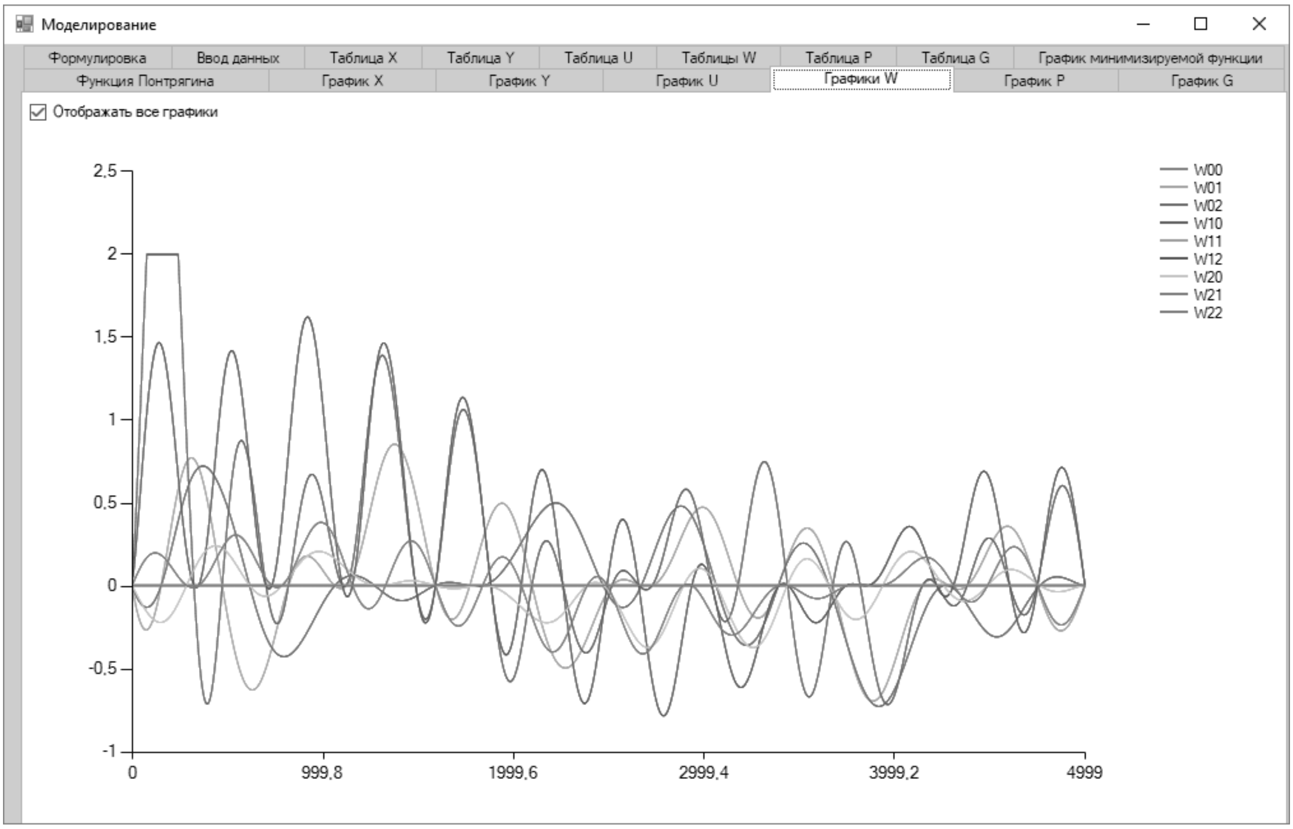
$$q_k(t) = 0, t \geq T. \quad i = \overline{1,N}, \qquad k = \overline{1,N}, \qquad t \in [0,T].$$

Для построения численного решения краевой задачи принципа максимума используется метод быстрого автоматического дифференцирования [6]. Программа, реализующая численный алгоритм построения решения задачи оптимального управления написана на языке программирования C#. Графический интерфейс реализован с использованием стандартных средств данного языка, а именно Windows Forms.

Численный эксперимент проводился для следующих значений параметров: количество нейронов – 3, время моделирования – 2, $R1 = 50, R2 = 50, R3 = 50$, $\varepsilon = 1$, $\beta = 10, B_i = 5, C_i = 2, i = \overline{1,3}$. Параметры метода: точность вычислений – 0,01, шаг градиентного спуска – 0,01, начальное программное управление – 3.

Ниже представлены графики траекторий и оптимальных значений весовых коэффициентов.





СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреева Е.А., Колмановский В.Б., Шайхет Л.Е. Управление системами с последействием. – М.: Наука, 1992. – 336 с.

2. Андреева Е.А. Оптимальное управление системами с запаздывающим аргументом. // Препринт. – М.: ВЦ АНСССР, 1987. – 32 с.

3. Андреева Е.А., Пустарнакова Ю.А. Численные методы обучения искусственных нейронных сетей с запаздыванием. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2002. – Т. 42. С. 1383–1391.

4. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. – М.: 1982. – 432 с.

5. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Математическое моделирование управления динамической нейронной сетью с запаздыванием. // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – Воронеж: 2018. – Том 6. №1. 14 с.

6. Тимофеев А.В. Управление роботами. – Л.: Издательство ЛГУ, 1985, 217с.

7. Тимофеев А.В. Адаптивные робототехнические комплексы. – Л.: Машиностроение, 1988, 332 с.

УДК 004.032.26

НЕЙРОУПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Елена Аркадьевна Андреева
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: elena.andreeva.tvgu@yandex.ru

Александр Валентинович Лобанов
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: Lobanov.AV@tversu.ru

Елена Валерьевна Тишина
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: Tishina.EV@tversu.ru

Ключевые слова: *нейроуправление, искусственная нейронная сеть.*

Аннотация. В работе показана возможность применения математической теории оптимального управления и методов оптимизации для управления механическими объектами с помощью искусственных нейронных сетей, описываемых системой дифференциальных уравнений с учетом запаздывания при передаче сигнала от одного нейрона к другому.

В настоящее время важной технической и теоретической задачей является разработка методов и способов управления сложными динамическими объектами, использующими как традиционные способы управления динамическими системами (принцип максимума Понтрягина, метод синтеза управления Беллмана, теорию автоматического регулирования), так и методы, основанные на обучении искусственных нейронных сетей, такие как методы с эталонной моделью, прогнозирующее нейроуправление, метод обратного распространения ошибки и др. Нейроуправление используется в управлении истребителями, асинхронными электроприводами и компьютерами. Для разработки интеллектуальных систем управления методы искусственного интеллекта должны быть объединены с достижениями классической теории оптимального управления. В данной работе показана возможность объединения классических методов оптимального управления и методов оптимизации, таких как принцип максимума Понтрягина для систем с запаздывающим аргументом, методы динамического программирования и другие методы, с методами, базирующимися на использовании искусственного интеллекта, искусственных нейронных сетей. Использование технологий нейроуправление в этих задачах может быть вызвано наличием в системах управления неконтролируемых шумов и помех. Преимущество нейронных сетей перед всеми остальными технологиями заключается в возможности их обучения. Но при этом необходимо выбрать правильную, оптимальную структуру нейронной сети, функции активации, учитывать запаздывания при передаче сигнала между нейронами и правила обучения.

Обучение нейронной сети реализуется по алгоритму обратного распространения ошибки, при котором обновляются значения синаптических весов. Алгоритм обучения обратного распространения ошибки основан на принципе коррекции ошибки.

Рассмотрим динамическую нейронную сеть, которая описывается системой дифференциальных уравнений с запаздыванием в аргументе функции состояния. Математическая модель искусственной нейронной сети включает в себя набор связанных между собой нейронов «ансамбль нейронов», где w_{ij} – весовой коэффициент между i-м нейроном последнего слоя и j-м нейроном следующего слоя, η - коэффициент скорости обучения.

Динамика нейронной сети описывается системой дифференциальных уравнений с запаздыванием:

$$x_i(t) = \beta_i\big(t, x_i(t)\big) + F_i\left(\sum_{j=1}^{n} \omega_{ij}(t)\, x_j\big(t - h_j\big) - Q_i\right) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t) u_j(t),$$

здесь и далее $i \in [1, n], t \in [0; T]$.

Начальные условия задаются на отрезке запаздывания:

$$x_i(t) = \phi_i(t); \quad t \in \big[-\max\{h_j\}, 0\big].$$

На весовые коэффициенты и внешние воздействия наложены ограничения:

$$u \in U, \omega \in W.$$

Задача оптимального управления состоит в минимизации целевого функционала:

$$I(\omega, u) = \int_0^T (M_1 \sum_{i,j=1}^{n} \omega_{ij}(t) x_i(t) x_j(t) \; + M_2 \sum_{i=1}^{n} \big(u_i(t)\big)^2 dt + M_3 \sum_{i=1}^{n} \Phi_i(x(T)) \to min$$

при заданных ограничениях динамических ограничениях и заданных ограничениях на функцию внешнего управления и весовых коэффициентов.

Задача обучения искусственной нейронной сети сводится к определению оптимальных значений весовых коэффициентов и внешних воздействий таким образом, чтобы минимизировать заданный целевой функционал.

Для определения функции управления и оптимальных значений весовых коэффициентов используется принцип максимума для динамических систем с запаздывающим аргументом.

$$H\big(t, x, y, \omega, u, p(t)\big) = -\lambda_0 M_1 \sum_{i,j=1}^{n} \omega_{ij} x_i x_j - \lambda_0 M_2 \sum_{i=1}^{n} {u_i}^2 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} p_i(t) \left[\beta_i(t, x_i) + F_i\left(\sum_{j=1}^{n} \omega_{ij} y_j - Q_i\right) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j\right].$$

Согласно принципу максимума оптимальное управление определяется выражением: $\bar{u}(t) = argmax_{u \in U}\big(-\lambda_0 M_2 \sum_{i=1}^{n} {u_i}^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i(t) b_{ij} u_j\big)$.

Весовые коэффициенты определяются следующим образом:

$$\bar{\omega}(t) = argmax_{\omega \in W}(\sum_{i=1}^{n} p_i(t) f_i\big(\sum_{j=1}^{n} \omega_{ij} \bar{y}_j - Q_i\big) - \lambda_0 M_1 \sum_{i,j=1}^{n} \omega_{ij} \bar{x}_i \bar{x}_j),$$

сопряженные вектор функции удовлетворяют системе дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом:

$$\dot{p}_r(t) = \lambda_0 M_1 \sum_{j=1}^{n} \overline{\omega}_{ij}(t)\bar{x}_j + \lambda_0 M_1 \sum_{i=1}^{n} \overline{\omega}_{ij}(t)\bar{x}_i + \frac{\partial \beta_r(t,\bar{x}_r)}{\partial x_r} p_r(t) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} p_i(t+h_i) \frac{\partial F_i(z_r)}{\partial z_r} \omega_{ir}(t+h_i),$$
где $z_r = \sum_{j=1}^{n} \omega_{rj}(t+h_j) y_j(t+h_i)$.

Условия трансверсальности имеют вид:

$$p_i(T) = -M_3 \frac{\partial \Phi_i(\bar{x}(T))}{\partial x_i{}^T},$$
$$p_k(t) = 0,\ t > T;\ k = \overline{1,n}.$$

В случае параллелепипедных ограничений оптимальное управление определяется выражением:

$$\bar{u}_r(t) = \begin{cases} C_r, & \frac{1}{2M_2}\sum_{i=1}^{n} p_i(t) b_{ir}(t) > C_r, \\ \frac{1}{2M_2}\sum_{i=1}^{n} p_i(t) b_{ir}(t), & \left|\frac{1}{2M_2}\sum_{i=1}^{n} p_i(t) b_{ir}(t)\right| \le C_r, \\ -C_r, & \frac{1}{2M_2}\sum_{i=1}^{n} p_i(t) b_{ir}(t) < C_r. \end{cases}$$

Задача построения оптимального процесса сводится к решению краевой задачи принципа максимума:

$$\dot{x}_i(t) = \beta_i\big(t, x_i(t)\big) + F_i\big(\textstyle\sum_{j=1}^{n} \omega_{ij}(t)\, x_j\big(t-h_j\big) - Q_i\big) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t) u_j(t),$$
$$x_i(t) = \phi_i(t);\quad t \in \big[-\max\{h_j\}, 0\big],$$
$$\dot{p}_r(t) = \lambda_0 M_1 \sum_{j=1}^{n} \overline{\omega}_{ij}(t)\bar{x}_j + \lambda_0 M_1 \sum_{i=1}^{n} \overline{\omega}_{ij}(t)\bar{x}_i + \frac{\partial \beta_r(t,\bar{x}_r)}{\partial x_r} p_r(t) +$$
$$+ \textstyle\sum_{i=1}^{n} p_i(t+h_i) \frac{\partial F_i(z_r)}{\partial z_r} \omega_{ir}(t+h_i),$$
$$p_i(T) = -M_3 \frac{\partial \Phi_i\big(\bar{x}(T)\big)}{\partial x_i{}^T},$$
$$p_k(t) = 0;\quad t > T, k = \overline{1,n}.$$

Для построения численного решения используется метод быстрого автоматического регулирования (2), (3). Построим дискретную аппроксимацию задачи, используя правило левых прямоугольников для аппроксимации минимизируемого функционала и схему Эйлера для аппроксимации системы дифференциальных уравнений:

$$I(\omega, u) = \Delta t \left(M_1 \sum_{k=0}^{q-1} \sum_{i,j=1}^{n} \omega_{ij}{}^k x_i{}^k x_j{}^k + M_2 \sum_{k=0}^{q-1} \sum_{i,j=1}^{n} (u_i{}^k)^2 \right) + M_3 \sum_{i=1}^{n} \Phi_i(x^q).$$

Функция Лагранжа задачи имеет вид;

$$L(\omega,u,x)=\sum_{k=0}^{q-1}\sum_{i,j=1}^{n}p_i{}^{k+1}\left(x_i{}^{k+1}-x_i{}^{k}-\Delta tF_i\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}{}^{k}x_j{}^{k-\nu_j}-Q_i\right)\right)+$$

$$+\Delta t\sum_{k=0}^{q-1}\sum_{i=1}^{n}p_i{}^{k+1}\left(-\beta_i(t^k,x_i{}^k)-\sum_{j=1}^{n}b_{ij}{}^{k}u_j{}^{k}\right)+$$

$$+\lambda_0\Delta t\left(M_1\sum_{k=0}^{q-1}\sum_{i,j=1}^{n}\omega_{ij}{}^{k}x_i{}^{k}x_j{}^{k}+M_2\sum_{k=0}^{q-1}\sum_{i,j=1}^{n}(u_i{}^k)^2\right)+M_3\sum_{i=1}^{n}\Phi_i(x^q).$$

Согласно методу БАД определим градиент минимизируемой функции:

$$\frac{\partial L(\omega,u,x)}{\partial u_s{}^l}=M_2\lambda_0\Delta t2u_s{}^l-\Delta t\sum_{i=1}^{n}b_{is}{}^{l}p_i{}^{l+1},$$

$$\frac{\partial L(\omega,u,x)}{\partial \omega_{sm}{}^l}=M_1\lambda_0\Delta tx_m{}^l x_s{}^l-\Delta tp_s{}^{l+1}x_m{}^{l-\nu_m}\frac{\partial F_s(z_s{}^l)}{\partial z_s{}^l}.$$

В работе показана возможность применения математической теории оптимального управления и методов оптимизации для управления механическими объектами с помощью искусственных нейронных сетей, описываемых системой дифференциальных уравнений с учетом запаздывания при передаче сигнала от одного нейрона к другому. Получены условия оптимальности для построения оптимальных значений весовых коэффициентов нейронной сети и программного управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юревич Е.И., Управление роботами и робототехническими системами, Санкт-Петербург, 2000. – 101 с.

2. Андреева Е.А., Цирулева В.М., Математическое моделирование управления динамической нейронной сетью с запаздыванием. // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – Воронеж: 2018. – Т.6, № 1(20), с. 61–74.

3. Андреева Е.А. Оптимальное управление динамическими системами: учеб. пособие: в 2 ч., Тверь, 2016. Т.2. – 359 с.

4. Андреева Е.А., Колмановский В.Б., Шайхет Л.Е. Управление системами с последействием. – М.: Наука, 1992. – 336 с.

5. Андреева Е.А., Пустарнакова Ю.А. Численные методы обучения искусственных нейронных сетей с запаздыванием. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2002. – Т. 42. С. 1383–1391.

6. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. – М.: 1982. – 432 с.

УДК 514.113

ТЕОРЕМЫ МЕНЕЛАЯ И ЧЕВЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Ольга Евгеньевна Баранова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Baranova.OE@tversu.ru

Светлана Анатольевна Романова
МОУ «Тверская гимназия № 8», Тверь
E-mail: svetaromadoma@yandex.ru

Ключевые слова: *теорема Чевы, теорема Менелая, применение теорем Чевы и Менелая при решении стереометрических задач повышенного уровня сложности.*

Аннотация. В статье содержатся методические приемы по изучению теорем Чевы и Менелая, примеры решения задач стереометрии с использованием этих теорем, подборка задач для самостоятельного решения.

При решении геометрических задач, как правило, алгоритмов нет, и выбрать наиболее подходящую к данному случаю теорему из большого количества фактов не просто. Отсутствие алгоритмов связано ещё и с тем, что редкая задача в геометрии может быть решена с использованием определенной формулы. При решении большинства задач не обойтись без привлечения разнообразных фактов теории, доказательства тех или иных утверждений, справедливых лишь при определенном расположении элементов фигур.

Довольно часто в стереометрических задачах повышенного уровня сложности требуется рассмотрение сечений многогранников, их площадей, углов, которые образуют сечения с гранями или рёбрами многогранника. При таких постановках задач необходимо определить в каком отношении сечение пересекает рёбра многогранника или его высоту. Теоремы Чевы и Менелая позволяет сделать это, не прибегая к сложным и длительным расчётам.

Формулировки и доказательства теорем Чевы и Менелая доступны школьникам в современном учебнике [1] по геометрии для 10–11 классов, в пособиях для абитуриентов, например [2]. Когда-то знакомство с «замечательными теоремами планиметрии» происходило в курсе геометрии 7–9 классов [3]. Еще раньше, теоремы Чевы и Менелая предлагались как задачи в сборниках задач по элементарной математике [4].

Мы приведем «скалярные» формулировки теорем, имеющиеся в [2, 4], для сравнения с [1, 3].

Теорема (Джованни Чева, 1678 г.). *Пусть точки* A_1, B_1, C_1 *лежат на сторонах* BC, CA *и* AB *треугольника* ABC *соответственно, причем отрезки* AA_1, BB_1 *и* CC_1 *пересекаются в одной точке. Тогда*

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1. \tag{1}$$

Обратно: если (1) *выполнено, то отрезки* AA_1, BB_1 *и* CC_1 *пересекаются в одной точке* (рис.1).

Теорема (Менелай Александрийский, 98 г.) *Пусть прямая пересекает произвольный треугольник* ABC, *причём* C_1 *– точка её пересечения со стороной* AB, A_1 *– точка её пересечения со стороной* BC, B_1 *– точка её пересечения с продолжением стороны* AC. *Тогда выполнено* (1).

Обратно: пусть дан треугольник ABC, $C_1 \in AB$, $A_1 \in BC$, B_1 *– лежит на продолжении стороны* AC. *Тогда, если выполнено* (1), *то точки* A_1, B_1 *и* C_1 *лежат на одной прямой* (рис.2).

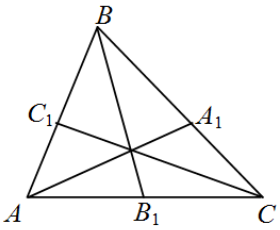


Рис.1

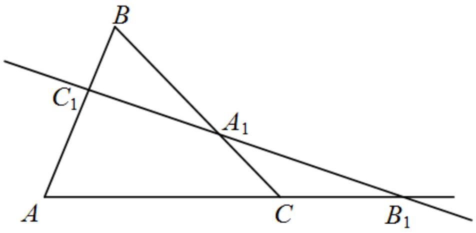


Рис.2

Предлагаем следующие задачи на готовых чертежах для усвоения формулировок и выработки навыков использования теорем.

1. В ΔABC $C_1 \in AB$, $AC_1{:}C_1B = 2{:}1$, точка B_1 лежит на продолжении стороны AC, $CB_1{:}AC = 3{:}5$, $A_1 = BC \cap B_1C_1$ (рис.3). Найти отношения $BA_1{:}A_1C$, $C_1A_1{:}A_1B_1$.

2. Через точку M стороны AB, $AM{:}AB = 8{:}11$, треугольника ABC и середину стороны BC, проведена прямая, пересекающая прямую AC в точке N (рис.4). Найти отношение $AC{:}CT$.

3. $ABCD$ – трапеция с основаниями $BC = 2$ см и $AD = 5$ см. Через точку E, делящую боковую сторону AB в отношении $5{:}1$, считая от вершины A, и точку пересечения диагоналей трапеции проведена прямая (рис.5). В каком отношении эта прямая делит другую боковую сторону трапеции?

4. Точки A_1, B_1, C_1 лежат на сторонах BC, CA и AB треугольника ABC соответственно, причем отрезки $AC_1{:}C_1B = 2{:}3$, $BA_1{:}A_1C = 3{:}4$, $CB_1{:}B_1A = k$ (рис.6). При каком значении k отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке?

5. Отрезки AA_1 и CC_1 делят стороны BC и AC треугольника в отношении $m{:}n$, считая от вершины B, и пересекаются в точке O (рис.7). Докажите, что прямая BO делит сторону AC пополам.

6. O – точка пересечения биссектрис треугольника ABC со сторонами $AB = 4$ см, $BC = 5$ см и $CA = 6$ см (рис. 8). В каком отношении точка O делит биссектрисы?

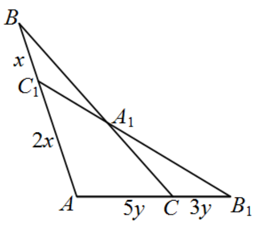


Рис.3

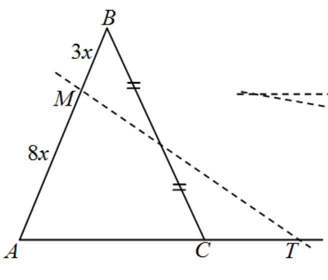


Рис.4

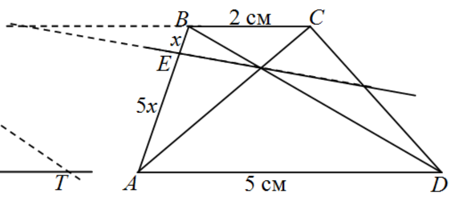


Рис.5

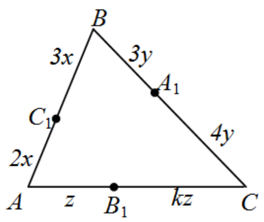


Рис.6

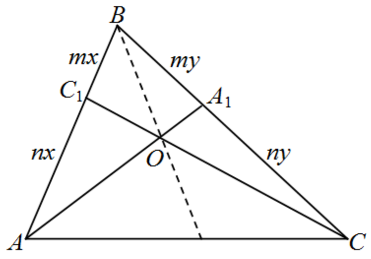


Рис.7

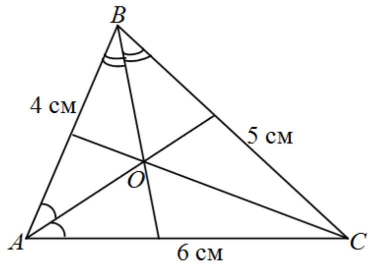


Рис.8

Для иллюстрации связи теоремы Чевы с известными школьнику геометрическими фактами можно доказать с помощью этой теоремы следующие утверждения.

1. Медианы треугольника пересекаются в одной точке.
2. Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
3. Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.
4. Отрезки, соединяющие вершины треугольника с точками, в которых вписанная окружность касается противоположных сторон, пересекаются в одной точке.
5. Прямые, проходящие через вершины и делящие его периметр пополам, пересекаются в одной точке.

Связь теоремы Менелая с известными школьнику соотношениями в треугольнике можно показать, доказав свойство о делении медиан треугольника точкой пересечения. Простота решения планиметрических задач с помощью теоремы Менелая прекрасно проявляется в следующих задачах.

1. [3] На сторонах AB и AC треугольника ABC отложены в противоположных направлениях два равных отрезка $BD=CE$. Доказать, что отрезок DE делится стороной BC в отношении, обратном отношению сторон AB и AC.

2. Доказать, что прямая, соединяющая середины параллельных сторон трапеции, проходит через точку пересечения её диагоналей.

Другие планиметрические задачи на применение теорем Чевы и Менелая можно найти в [1].

Приведем теперь несколько примеров применения теоремы Менелая при решении стереометрических задач. Будем использовать формулировку теоремы из [1].

Пример 1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка H – основание высоты, точки P и E – середины противоположных рёбер SB и AC соответственно. В каком отношении прямая PE делит высоту пирамиды? (alexlarin.net)

Решение. В правильной пирамиде $SABC$ (рис.9) основание высоты – точка H является центром правильного треугольника ABC. Следовательно, $BH:HE=2:1$ (рис.10), так как точка H – точка пересечения медиан треугольника ABC. Высота SH лежит в плоскости треугольника BSE и пересекает отрезок PE в точке O (рис.9).

В треугольнике BSH точки P и O лежат на сторонах SB и SH соответственно, а точка E − на продолжении стороны BH (рис.10). При этом точки P, O и E лежат на одной прямой и $SP:PB=1:1$, $BE:EH=3:1$. Тогда, в силу теоремы Менелая, выполняется равенство $\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot(-k)=-1$, где $k=HO:OS$. Таким образом, точка O делит высоту пирамиды SH в отношении 3:1, считая от вершины S.

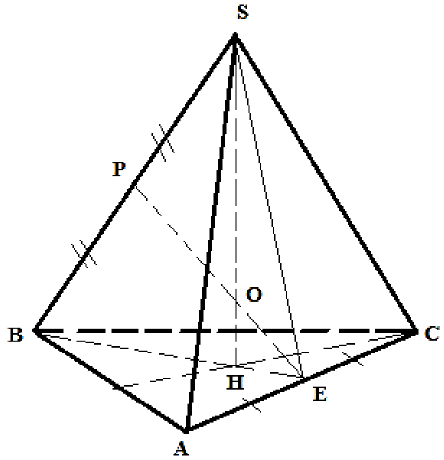


Рис. 9

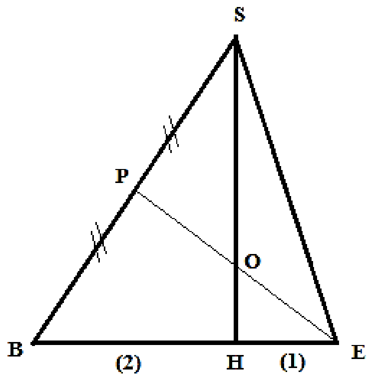


Рис. 10

Пример 2. Точки K, L и M расположены на рёбрах SA, SB и SC правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ соответственно, и при этом $\frac{SK}{KA}=\frac{3}{2}$, $\frac{SL}{SB}=\frac{3}{7}$, $\frac{SM}{SC}=\frac{3}{5}$. (easy-physic.ru)

а) Докажите, что плоскость KLM проходит через вершину D.

б) Найдите угол между плоскостями KLM и ABC, если $SA=5$, $AB=4$.

Решение. а) Соотношения $\frac{SK}{KA}=\frac{3}{2}$, $\frac{SM}{SC}=\frac{3}{5}$ позволяют сделать вывод, что прямая KM пересекает высоту пирамиды SO в точке P, при чём $SP:PO=3:2$ (рис.11).

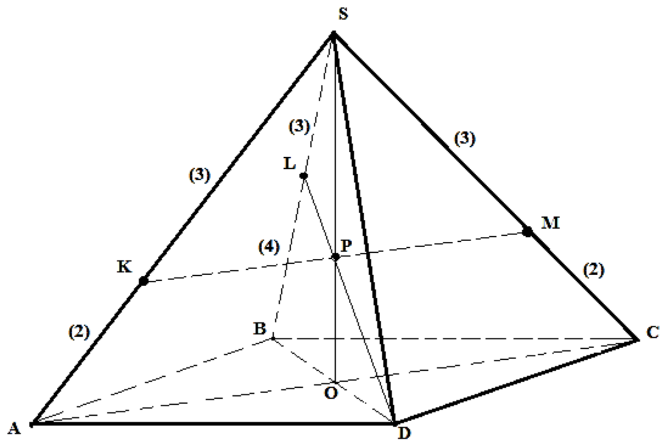


Рис.11

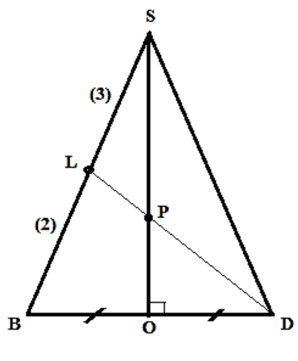


Рис.12

Рассмотрим сечение пирамиды – треугольник BSD (рис.12). На сторонах SB, SO и продолжении стороны BO треугольника BSO точки L, P и D

расположены таким образом, что $\overrightarrow{SL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{LB}$, $\overrightarrow{BD}=-\frac{2}{1}\overrightarrow{DO}$, $\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{PS}$. Произведение $\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{1}\right)\cdot\frac{2}{3}=-1$. В силу теоремы Менелая, точки L, P и D лежат на одной прямой. Точки L и P лежат в плоскости KLM, а точка D лежит на прямой LP, очевидно, что плоскость KLM проходит через вершину D.

В данном примере рассмотрена только та часть задачи, которая требует применения указанной выше теоремы.

Задачи для самостоятельного решения.

1) На боковых ребрах AS, BS и CS правильной четырёхугольной пирамиды $ABCDS$ взяты точки K, L и M так, что $AK:KS=1:4$, $BL:LS=1:2$, $CM:MS=1:3$. Постройте сечение пирамиды плоскостью KLM. В каком отношении секущая плоскость делит рёбра основания пирамиды?

2) На продолжении ребра AC правильной треугольной пирамиды $ABCD$ с вершиной D взята точка K так, что $KA:KC=3:4$, а на ребре DC взята точка L так, что $DL:LC=2:1$. В каком отношении делит объём пирамиды плоскость BLK? (mydocx.ru)

3) $ABCA_1B_1C_1$ − правильная треугольная призма. На продолжении ребра BA взята точка M так, что $MA=AB$. Через точки M, B_1 и середину ребра AC проведена плоскость. В каком отношении эта плоскость делит объём призмы? (mydocx.ru)

4) Апофема правильной пирамиды $SABCD$ равна 2, боковое ребро образует с основанием $ABCD$ угол, равный $\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{3}{2}}$. Точки E, F, K выбраны соответственно на рёбрах AB, AD и SC так, что $\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FD}=\frac{SK}{KC}=\frac{1}{2}$. (alexlarin.net)

а) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью EFK.

б) Найдите угол между прямой SD и плоскостью EFK.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геометрия, 10-11 : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.] – М. : Просвещение, 2011. – 256 с.

2. Геометрия : учеб. для 7-9 классов общеобразоват. учреждений / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.] – М. : Просвещение, 1995. – 336 с.

3. Ткачук В. В. Математика — абитуриенту / В. В. Ткачук. М.: МЦНМО, 2007. – 976 с.

4. Задачи по элементарной математике / [В. Б. Лидский, Л. В. Овсянников, А. Н. Тулайков и др.] – М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. – 416 с.

УДК 54:1

ФИЛОСОФСКАЯ ПРОБЛЕМАТИКА ХИМИИ

Нина Ивановна Белоцерковец
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: n-belotserkovets@mail.ru

Ключевые слова: *структура научного знания, концептуальные системы химии, философские проблемы химии.*

Аннотация. Представлен ряд проблем современной химии, связанных с онтологическими и гносеологическими философскими вопросами. Дана краткая характеристика парадигмы современной химии и ведущих общенаучных принципов построения научного знания.

Современная химия – особенная наука, способная создавать свои объекты – вещества, которых ранее не было в природе. Химическая форма движения материи (химические превращения) является самой распространенной формой движения в природе. Химический уровень познания отличается от физического, биологического и др. Каталитические химические системы имеют уникальную структуру и обладают возможностями развития и саморазвития, поэтому химическая эволюция материи с позиций современной науки является единственной формой диалектического перехода от неживого к живому [1; 2].

В структуре научного знания принято выделять три основных уровня: эмпирический, теоретический и уровень философских оснований, включающий целостное рассмотрение изучаемой реальности в контексте научной картины мира (НКМ). Научный философский метод основан на знании всеобщих законов развития, общих принципов познания и категорий науки в целом.

Ведущими принципами построения и организации современного научного знания (НКМ) являются общенаучные принципы системности, самоорганизации, глобального эволюционизма, историчности, соответствующие фундаментальным закономерностям существования и развития природы.

Развитие живой и неживой природы рассматривается как необратимо направленное изменение структуры природных объектов, отражающей уровень организации материи. Системно-структурный подход к исследованиям включает парадигму многоуровневой иерархической организации материального мира. Процесс развития характеризуется последовательным включением систем низших уровней в более сложные системы высшего уровня. Вселенная предстает как наиболее крупная и сложная система, состоящая из огромного множества элементов (подсистем) разных уровней сложности и упорядоченности.

Круг проблем науки определяется ее парадигмой. Химия изучает вещество, организованное в молекулы разного уровня сложности, ионы, радикальные частицы, и химические превращения веществ, связанные с изменением электронного окружения атомных ядер в составе химических веществ. Научная парадигма современной химии включает теоретические представления основных химических концептуальных систем:

- Атомно-молекулярное учение.
- Структурная химия.
- Учение о химическом процессе.
- Эволюционная химия.

Философскому анализу фундаментальных понятий и научной методологии химии посвящено много работ как русских (Кедров Б.М., Кузнецов В.И., Жданов Ю.А., Волков В.В., Зоркий П.М. и др.) [3], так и зарубежных ученых (Л. Полинг, Ж.-М. Лен, Э. Скерри и др.) [4]. Анализ литературных данных показывает, что философские проблемы современной химии связаны, главным образом, с онтологическими и гносеологическими вопросами, такими как:

- проблема специфики химических объектов и фундаментальных понятий химии, и связанная с этим проблема редукции химии к физике;
- проблема соотношения теоретического и эмпирического в химии;
- проблема моделирования химических объектов и фальсификации знаний;
- проблема соподчиненности категорий «форма» и «содержание» в химии;
- проблемы химической эволюции.

Кроме того, современная химия поднимает этические и экологические вопросы, связанные с развитием химической промышленности и широкой областью использования химических веществ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барг О.А. Философские проблемы химии: конкретно-всеобщий подход//Международный журнал экспериментального образования, 2010, № 11, с. 52-53.
2. Вонсовский С.В. Современная естественно-научная картина мира. – Екатеринбург: Изд-во Гуманитарного ун-та, 2005. – 680 с.
3. Зоркий П.М. Критический взгляд на основные понятия химии // Российский химический журнал, 1996, т. 40, № 3, с. 5-25.
4. Scerri E. R. Philosophy of Chemistry – a New Interdisciplinary Field? // Journal of Chemical Education. 2000. Vol. 77. № 4. P. 522-525.

УДК 51-73:53

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Екатерина Павловна Беляева
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород
E-mail: katena.ka.belyaeva@mail.ru

Галина Владимировна Мандрика
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород
E-mail: mandrika@bsu.edu.ru

Ключевые слова: *функциональные зависимости, построение графиков, математический аппарат, дифференцирование и интегрирование, математическая культура.*

Аннотация. В работе рассматриваются некоторые вопросы целесообразности применения элементов математического анализа на уроках физики в профильных классах. Математический аппарат позволяет не просто запоминать формулу, но и понимать смысл, который в нее вкладывается. Таким образом, происходит единение элементов математического аппарата и физических понятий и законов, что в целом способствует повышению общей математической культуры обучающихся.

В настоящее время в связи с увеличением объема информации появляется необходимость установления межпредментных связей. В школьном курсе физики установление таких связей способствует более глубокому усвоению знаний, формированию и расширению научного кругозора, развитию логического мышления и творческих интересов, активизации познавательной деятельности, оптимизации учебно-воспитательного процесса.

Место физики, как учебной дисциплины, определяется ее особенностями как науки. Современная физика является источником знаний об окружающем мире: физические законы и эксперименты все больше находят свое применение в других естественных науках и различных сферах человеческой деятельности. Также существует возможность рассматривать эту науку, как компонент человеческой культуры, так как она изучает структуры материи и простые формы ее движения. В связи с этим происходит формирование адекватного восприятия и понимания окружающего мира. Результаты исследований и наблюдений природных явлений, новые открытия и изобретения находят свое применение в электронике, радиотехнике, ядерной энергетике, что в совокупности составляет основу научно-технического прогресса.

Движение материи не ограничивается одним лишь грубым механическим движением, это также теплота и свет, электрическое и магнитное напряжения, химический синтез и распад. Физику можно рассматривать, как науку о нескольких формах движения материи, объединенных под общим названием физических. Физическими формами движения в порядке усложнения их являются: механическая, тепловая, электромагнитная, лучистая. Новейшая физика раскрыла особую форму движения – внутриатомную.

Помимо экспериментальной части, наблюдений и теоретического багажа знаний, важной и неотъемлемой частью для изучения и понимания физики является решение задач, то есть, непосредственно практическая часть. Следовательно, решение задач является одновременно и целью, и средством обучения физике. Решение каждой физической задачи представляет собой небольшое исследование, в котором те или иные физические понятия и закономерности должны быть применены к конкретному вопросу, изложенному в тексте задачи. На уроках математики обучающиеся овладевают навыками работы с математическими выражениями, их преобразованиями, а одной из задач преподавания физики является ознакомление обучающихся с умением перехода от физических явлений и взаимосвязи между ними к математическому выражению и наоборот.

При решении задач физические понятия не только уясняются и уточняются путем их применения к конкретному случаю, но и лучше фиксируются в памяти обучающихся. Основной целью физических задач является развитие у обучающихся мышления, которое выражается в умении использовать законы и закономерности для объяснения наблюдаемых явлений и разрешения некоторых практических вопросов бытового и технического характера.

Решение задач – сложный процесс, состоящий из множества составляющих его различных умений и навыков, одним из которых является хорошее владение математическим аппаратом. Зачастую бывает так, что физическая задача, которая сводится к математической, вызывает небольшие затруднения у обучающихся. Обучающиеся допускают ошибки в простых математических операциях. Дети, хорошо владеющие теоретическим материалом, не могут решить задачу средней сложности, поэтому возник вопрос повышения математической культуры учащихся. Немалая доля ответственности в решении этого вопроса возлагается и на учителей физики. Именно физика «оживляет» абстрактные математические формулы, придавая им конкретный смысл.

Использование некоторых элементов математического анализа на уроках физики, может дать значительный педагогический эффект. В школьном курсе математики довольно абстрактно дается определение функции. На уроках физики большинство формул представляют собой функциональные зависимости: квадратичную, кубическую, показательную, изучаются прямая и обратная пропорциональные зависимости, рассматривается координатный метод, построение графиков и применяются их основные свойства. Все это позволяют обучающимся понимать и осмысливать физические законы в их математическом выражении, с помощью графиков анализировать физические явления и процессы, например, определять мгновенную скорость тела при механическом движении, различать изопроцессы, происходящие в газах, изучать колебательные и волновые процессы и другое.

Навыки владения координатным методом позволяют пользоваться понятиями, связанными с системой отсчета, принципом относительности движения на протяжении всего курса физики, основами теории относительности и релятивисткой механики. Использование идеи симметрии, с которыми обучающиеся знакомятся на уроках математики, можно применить при изучении строения молекул и кристаллической решетки, а также представить картину электрических и магнитных полей, построить изображение предмета в плоском зеркале и линзах.

Также при решении задач по физике над функциями совершают различные операции: дифференцирование и интегрирование. Понятия математического анализа необходимы там, где мы имеем дело с изменяющимися величинами, с функциональной зависимостью одних величин от других. Например, для нахождения скорости материальной точки, испарения жидкости, радиоактивного распада, изменения силы точка в цепи, используют дифференцирование. Напомним, что дифференцирование – это операция нахождения производной функции.

Интегрирование в физике применяется в таких типах задач: нахождение уравнения движения материальной точки по данному уравнению скорости, нахождение совершенной работы и работы по перемещению зарядов, нахождение изменения магнитного потока по ЭДС. Рассмотрим несколько примеров, иллюстрирующих применение элементов математического анализа при решении физических задач.

Задача 1. Определить скорость и ускорение материальной точки, движущейся по закону $x(t) = -2 + 4t + 3t^2$, через 3 секунды после начала движения.

Решение. Для того чтобы вычислить скорость и ускорение материальной точки по заданному закону движения и интервалу времени, нам необходимо найти производные, а затем подставить данное время. Получим, $v(t) = x'(t) =$ $= 4 + 6t$, $v(3) = 4 + 18 = 22$, $a(t) = v'(t) = 6$. Таким образом, скорость материальной точки через 3 секунды равна 22 м/с, а ускорение 6 м/с^2.

Задача 2. Какую работу нужно произвести, при перемещении материальной точки на промежутке от 1 до 2 метров под действием силы $F(x) = x + 7$.

Решение. Зависимость между работой и силой при перемещении материальной точки от x_1 к x_2 устанавливается следующим образом $A = \int_{x_2}^{x_1} F(x)\,dx$. Для этого конкретного случая получим, что

$$A = \int_1^2 (x + 7)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} + 7x\right)\Big|_1^2 = \frac{2^2}{2} + 7 \cdot 2 - \left(\frac{1^2}{2} + 7 \cdot 1\right) = 6{,}5 \text{ (Дж).}$$

Задача 3. При вращении рамки в однородном магнитном поле возникает ЭДС индукции, которая описывается законом $\varepsilon(t) = 50\cos\frac{\pi t}{120}$. Найдите величину магнитного потока, пронизывающего рамку в течение первой минуты вращения.

Решение. Для нахождения магнитного потока, пронизывающего рамку, нужно взять определенный интеграл от функции, которой описывается ЭДС индукции. В нашем случае время изменяется от 0 с до 60 с, в результате получим, что искомый электромагнитный поток

$$\Phi = \int_0^{60} 50\cos\frac{\pi t}{120}dt = 50\cdot\frac{120}{\pi}\sin\frac{\pi t}{120}\Big|_0^{60} = \frac{600}{\pi}\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin 0\right) = \frac{600}{\pi}.$$

Тесная взаимосвязь школьных курсов математики и физики является традиционной. Существует необходимость введения интегрированных уроков или внеурочной деятельности, представляющих собой эвристическую беседу или дискуссию, включающих дополнительные задания практической направленности, а также вовлечение обучающихся в исследовательскую работу. На таких занятиях у обучающихся появится стимул и мотивация к проявлению инициативы, поиску интересных фактов, усовершенствованию вычислительных навыков, повышению умения работать с научно-популярной литературой и справочным материалом.

Подводя итог, можно сказать, что применение элементов математического анализа на уроках физики целесообразно и оказывает немалое влияние на результат усвоения и понимания материала обучающимися. При этом процесс решения сложных физических задач (при хорошем владении теоретическими знаниями по физике) сводится к чисто математическим расчетам. Экономия времени позволяет решить большее количество задач за отведенное время, что является огромным плюсом при сдаче ЕГЭ по физике. Математический аппарат позволяет не просто запоминать формулу, но и понимать смысл, который в нее вкладывается. Таким образом, происходит единение элементов математического аппарата и физических понятий и законов, что в целом способствует повышению общей математической культуры обучающихся.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Парфентьева Н.А., Липкин Г.И. Использование элементов математического анализа – «Физика», 2000, №3, стр. 9.

2. Перышкин А.В., Разумовский В.Г., Фабрикант В.А. Основы методики преподавания физики в средней школе – М.: Просвещение, 1984. – 398 с.

УДК 514.116.2

РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

Ирина Юрьевна Бурова
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа с углублённым изучением математики № 17 , Тверь
E-mail: biyu2010@mail.ru

Ключевые слова: *тригонометрические неравенства, метод интервалов.*

Аннотация. В работе рассматривается вопрос о необходимости изучения и решения в школе не только простейших тригонометрических неравенств. Объясняются тонкости и приведены решения более сложных тригонометрических неравенств методом интервалов.

Этой теме в школьном курсе алгебры уделяется очень мало внимания. В современных программах на эту тему отводится в лучшем случае 2 часа и везде речь идёт о решении простейших тригонометрических неравенств. Решение тригонометрических неравенств не предлагается в настоящее время на ЕГЭ, хотя вопросы, связанные со сравнением значений тригонометрических функций возникают при решении задач [1].

Например, при решении уравнений и систем, содержащих вместе с тригонометрическими функциями логарифмические или иррациональные функции; область допустимых значений неизвестных часто задаётся условиями, имеющими вид тригонометрических неравенств; опыт при решении тригонометрических неравенств может быть нужным в случаях, когда надо найти промежутки монотонности некоторых функций с помощью производной, а функция и её производная задаются с помощью тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические неравенства можно решать с помощью графиков тригонометрических функций или пользуясь окружностью единичного радиуса.

При решении более сложных неравенств применяется метод интервалов – основной метод при решении тригонометрических неравенств [2], [3].

Решение тригонометрических неравенств методом интервалов

1. $\cos 3x + \cos x > 0$.

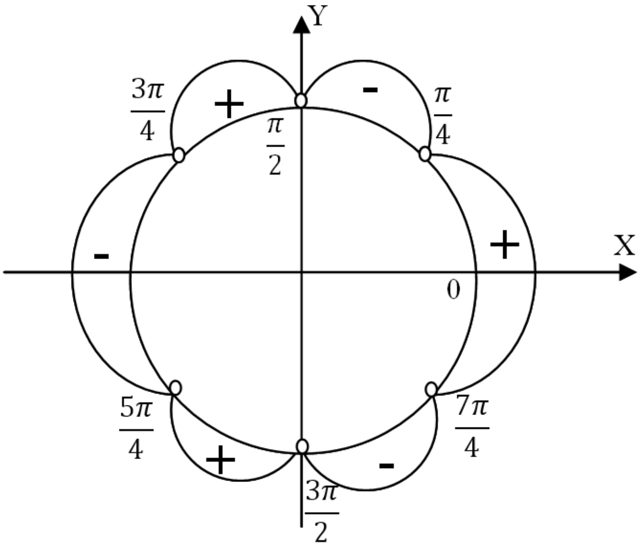
Отметим, что период суммы равен общему кратному периодов слагаемых (здесь и в дальнейшем будем говорить о наименьшем периоде). Здесь T=2π.

$$2\cos 2x \cdot \cos x > 0.$$

Ищем нули выражения, стоящего в левой части неравенства.

1) $\cos 2x = 0;\quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2},\ k \in Z,\qquad$ 2) $\cos x = 0;\ x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z.$

На единичной окружности, помещённой в прямоугольную систему координат, отмечаем нули и определяем знак выражения, стоящего в левой части неравенства, на каждом промежутке:



Решением неравенства является совокупность неравенств:

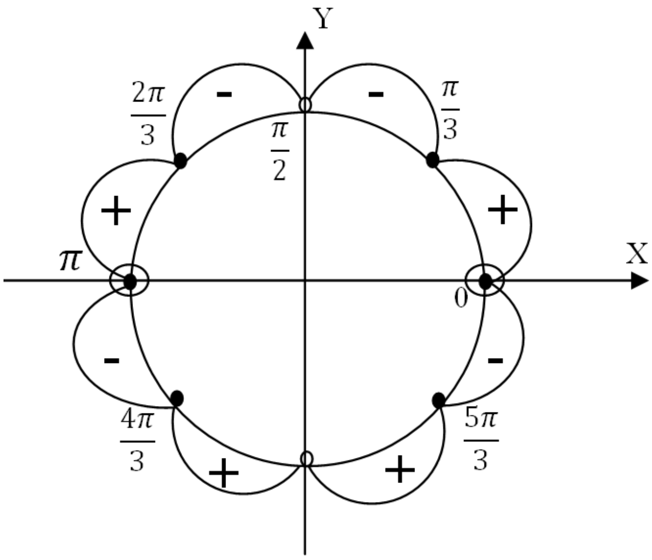
$$\left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{4}+2\pi k<x<\frac{\pi}{4}+2\pi k; \\ \frac{\pi}{2}+2\pi k<x<\frac{3\pi}{4}+2\pi k; \quad k\in Z. \\ \frac{5\pi}{4}+2\pi k<x<\frac{3\pi}{2}+2\pi k, \end{array}\right.$$

2. $\frac{\cos 2x-\cos 4x}{\sin x+\sin 3x}\le 0$; $\quad \frac{2\sin x\cdot\sin 3x}{2\sin 2x\cdot\cos x}\le 0$; $\quad \frac{\sin x\cdot\sin 3x}{2cos^2x\cdot\sin x}\le 0$; $\quad \begin{cases}\frac{\sin 3x}{cos^2x}\le 0;\\ \sin x\ne 0.\end{cases}$

Ищем нули числителя: $\sin 3x=0$; $\quad x=\frac{\pi k}{3}$, $\ k\epsilon Z$;

Ищем нули знаменателя: $\cos x=0$; $\ x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $\ n\in Z$.

Определяем знаки дроби на полученных промежутках и обращаем внимание, что при переходе через нули знаменателя смена знака не произойдёт.



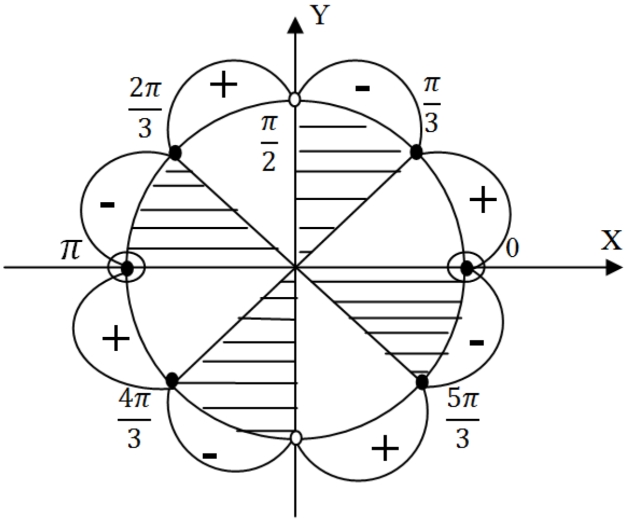
Решение неравенства:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{3}+2\pi k \le x < \frac{\pi}{2}+2\pi k; \\ \frac{\pi}{2}+2\pi k < x \le \frac{2\pi}{3}+2\pi k; \\ \pi+2\pi k < x \le \frac{4\pi}{3}+2\pi k; \\ \frac{5\pi}{3}+2\pi k \le x < 2\pi+2\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$$

3. $\frac{tgx\cdot\sin 3x}{\cos x\cdot\sin 2x} \le 0$; $\quad \frac{\sin x\cdot\sin 3x}{2cos^3x\cdot\sin x} \le 0$; $\quad \begin{cases} \frac{\sin 3x}{cos^3x} \le 0; \\ \sin x \ne 0. \end{cases}$

Нули числителя: $\sin 3x = 0$; $\quad x = \frac{\pi k}{3},\ k \in Z.$

Нули знаменателя: $\cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z.$



При записи ответа заметим, что есть промежутки центрально симметричные относительно O(0;0):

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{3}+\pi k \le x < \frac{\pi}{2}+\pi k; \\ \frac{2\pi}{3}+\pi k \le x < \pi+\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$$

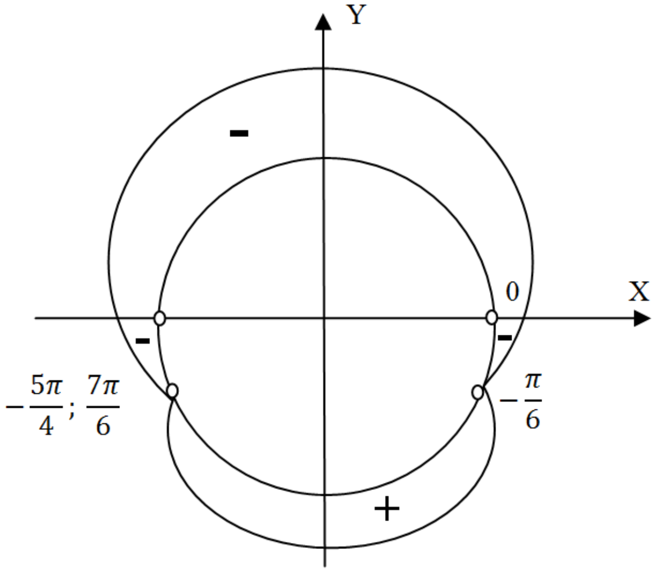
4. $\frac{1-\cos 2x}{2\sin x+1} > 0$; $\quad \frac{\cos 2x-1}{2\sin x+1} < 0.$

Так как $\cos 2x - 1 \le 0$ при любых x, то $\begin{cases} 2\sin x + 1 > 0; \\ \cos 2x - 1 \ne 0. \end{cases}$

Нули числителя: $\cos 2x - 1 = 0$; $\quad \cos 2x = 1$; $x = \pi n,\ \ n \in Z.$

Нули знаменателя: $2\sin x + 1 = 0$; $\sin x = -\frac{1}{2}$; $\quad \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \end{array}\right. \ n \in Z.$

При переходе через нули числителя смена знака не произойдёт.



Решение неравенства:

$$\left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{6}+2\pi k<x<2\pi k; \\ 2\pi k<x<\pi+2\pi k; \\ \pi+2\pi k<x<\frac{7\pi}{6}+2\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$$

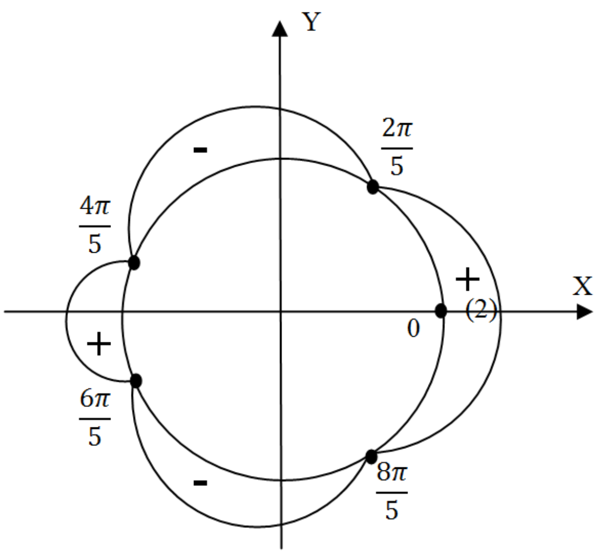
5. $\mathbf{\cos 3x \geq \cos 2x}$; $\quad \cos 3x-\cos 2x \geq 0.$

Период функции $f(x)=\cos 3x-\cos 2x$ равен Т=2π.

$-2\sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{5x}{2} \geq 0; \quad \sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{5x}{2} \leq 0.$

Нули: 1) $\sin\frac{x}{2}=0; \quad x=2\pi k, k \in Z;$ 2) $\sin\frac{5x}{2}=0; \quad x=\frac{2\pi n}{5}, n \in Z.$

Заметим, что множество чисел вида $2\pi k$, $k \in Z$, является множеством корней второй кратности, поэтому смена знака при переходе через эти точки не произойдёт, но в решение это множество войдёт.



Решение неравенства:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{2\pi}{5} + 2\pi k \le x \le \frac{4\pi}{5} + 2\pi k; \\ \frac{6\pi}{5} + 2\pi k \le x \le \frac{8\pi}{5} + 2\pi k; \\ x = 2\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$$

6. $\mathbf{\sin\frac{7x}{12} - \sin\frac{x}{12}} > 0.$

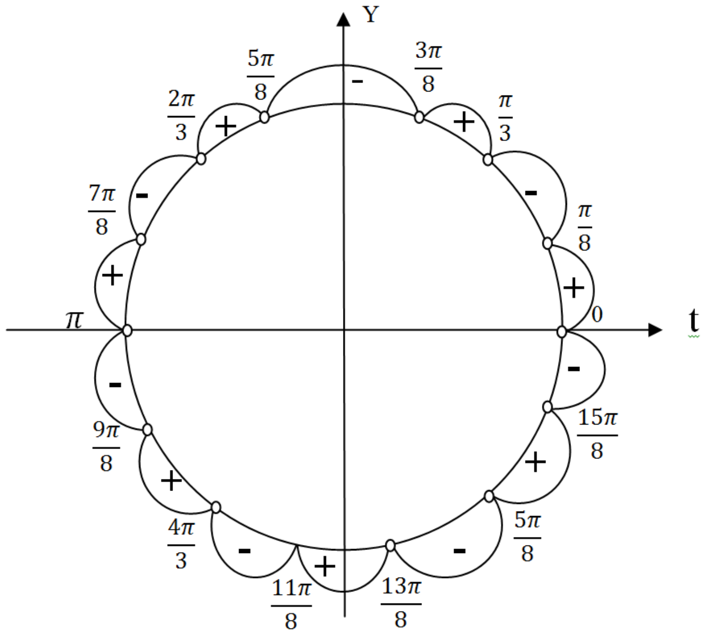
Периоды слагаемых: $T_1 = \frac{2\pi\cdot 12}{7} = \frac{24\pi}{7}$; $T_2 = \frac{2\pi\cdot 12}{1} = 24\pi$; $T_{\text{общ.}} = 24\pi.$

$2\sin\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{3} > 0.$ Так как НОК$(3;4) = 12$, то пусть $\frac{x}{12} = \mathrm{t}.$

Тогда $\sin 3t \cdot \cos 4t > 0$ и период $\mathrm{T} = 2\pi.$

Нули: 1) $\sin 3t = 0$; $t = \frac{\pi k}{3}$, $k \in Z$, 2) $\cos 4t = 0$; $t = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, k \in Z.$

Отмечаем нули на единичной окружности, определяем знак на каждом интервале.



Тогда $\left[\begin{array}{l} 2\pi k < t < \frac{\pi}{8} + 2\pi k; \\ \frac{\pi}{3} + 2\pi k < t < \frac{3\pi}{8} + 2\pi k; \\ \frac{5\pi}{8} + 2\pi k < t < \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \\ \frac{7\pi}{8} + 2\pi k < t < \pi + 2\pi k; \\ \frac{9\pi}{8} + 2\pi k < t < \frac{4\pi}{3} + 2\pi k; \\ \frac{11\pi}{8} + 2\pi k < t < \frac{13\pi}{8} + 2\pi k; \\ \frac{5\pi}{3} + 2\pi k < t < \frac{15\pi}{8} + 2\pi k. \end{array}\right. \quad k \in Z.$

Решение неравенства:

$$\left[\begin{array}{l} 24\pi k < x < \frac{3\pi}{2} + 24\pi k; \\ 4\pi + 24\pi k < x < \frac{9\pi}{2} + 24\pi k; \\ \frac{15\pi}{2} + 24\pi k < x < 8\pi + 24\pi k; \\ \frac{21\pi}{2} + 24\pi k < x < 12\pi + 24\pi k; \\ \frac{27\pi}{2} + 24\pi k < x < 16\pi + 24\pi k; \\ \frac{33\pi}{2} + 24\pi k < x < \frac{39\pi}{2} + 24\pi k; \\ 20\pi + 24\pi k < x < \frac{45\pi}{2} + 24\pi k. \end{array}\right.$$

7. Приём введения новой переменной можно использовать не только для уменьшения периода, но и для увеличения. Например,

$$\mathbf{\sin 2x \cdot \sin 3x - \cos 2x \cdot \cos 3x > \sin 10x}.$$

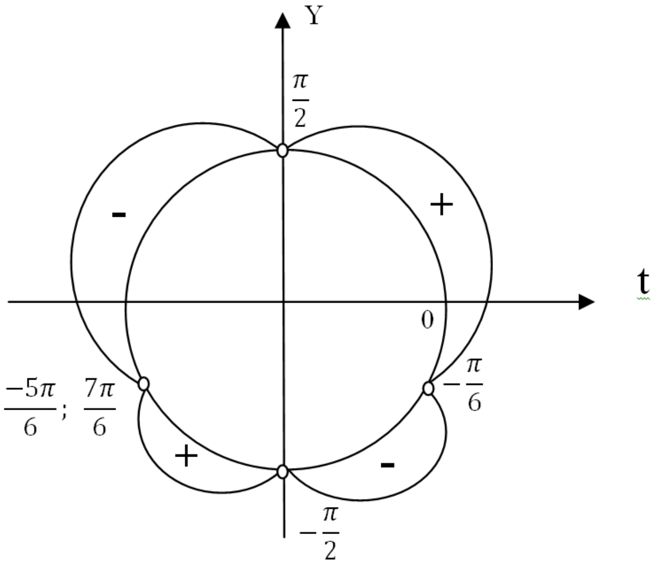
$2\sin 5x \cdot \cos 5x + \cos 5x < 0;$ Период $T = \frac{2\pi}{5}$.

$\cos 5x \cdot (2\sin 5x + 1) < 0.$

Пусть 5x=t, тогда $\cos t(2\sin t + 1) < 0$ и период будет T=2π.

Нули: 1) $\cos t = 0;$ $t = \frac{\pi}{2} + \pi n,$ $n \in Z.$

2) $2\sin t + 1 = 0;$ $\sin t = -\frac{1}{2};$ $\left[\begin{array}{l} t = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \\ t = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \end{array}\right.$ $n \in Z.$



Тогда $\left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} + 2\pi k < t < -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k < t < \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \end{array}\right.$ $k \in Z.$

Решение неравенства: $\left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{10}+\frac{2\pi k}{5}<x<-\frac{\pi}{30}+\frac{2\pi k}{5}; \\ \frac{\pi}{10}+\frac{2\pi k}{5}<x<\frac{7\pi}{30}+\frac{2\pi k}{5}, \end{array}\right. \quad k\in Z.$

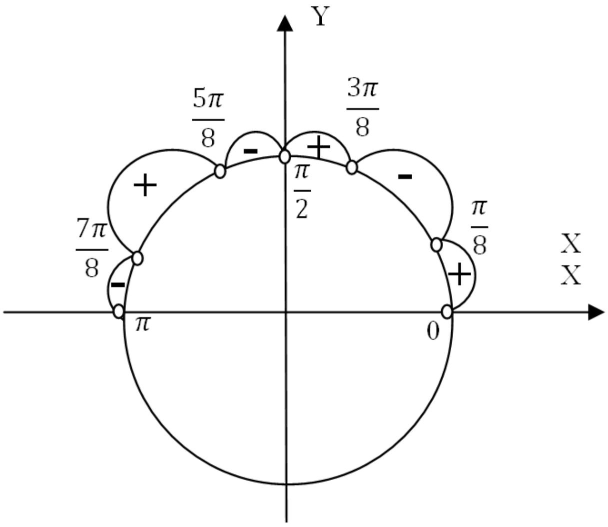
8. Если при нахождении периода окажется, что он меньше 2π, то при написании ответа можно этим пользоваться.

$$\mathbf{4\sin x\sin 2x\sin 3x > \sin 4x}.$$

$4\sin x\sin 2x\sin 3x-2\sin 2x\cos 2x>0;$
$2\sin 2x\cdot(2\sin x\sin 3x-\cos 2x)>0;$
$\sin 2x(\cos 2x-\cos 4x-\cos 2x)>0;\;\; \sin 2x\cdot\cos 4x<0.$

Приведя последнее произведение к алгебраической сумме, можно определить, что период Т=2π.

Нули: 1) $\sin 2x=0;\;\; x=\frac{\pi k}{2},\; k\in Z,\;\;$ 2) $\cos 4x=0;\;\; x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{4}, k\in Z.$



Решение неравенства: $\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{8}+\pi k<x<\frac{3\pi}{8}+\pi k; \\ \frac{\pi}{2}+\pi k<x<\frac{5\pi}{8}+\pi k; \\ \frac{7\pi}{8}+\pi k<x<\pi+\pi k, \end{array}\right. \quad k\in Z.$

9. При написании ответа необязательно период начинать с 0.

$$\mathbf{\cos^2 x-\sin^2 2x\geq 0}.$$

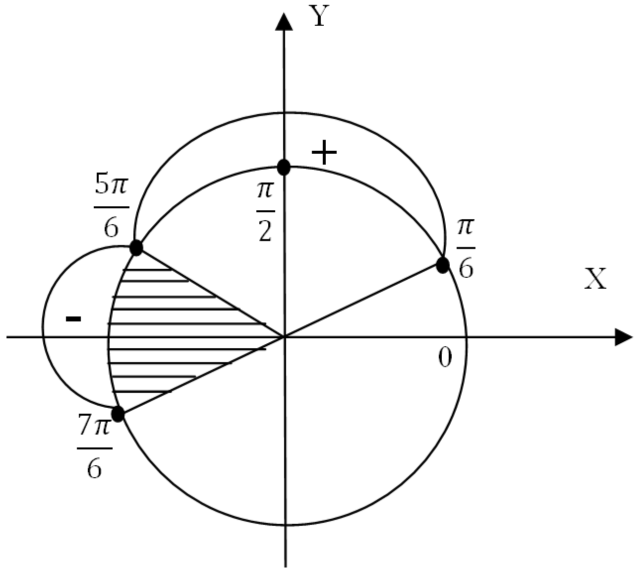
Если воспользоваться формулами понижения степени, то можно определить наименьший период функции $f(x)=cos^2x-sin^2 2x$, Т$=\pi$.

$cos^2x(1-4sin^2x)\geq 0;$
$cos^2x(2\sin x-1)(2\sin x+1)\leq 0.$

Нули:

1) $\cos x=0;\;\; x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\;\; n\in Z.$ При переходе через этот нуль смена знака не произойдёт.

2) $\sin x=\pm\frac{1}{2};\;\; x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi k,\;\; k\in Z.$



Решение неравенства: $\left[\begin{array}{l} \frac{5\pi}{6} + \pi k \le x \le \frac{7\pi}{6} + \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$

10. При решении тригонометрических неравенств, нужно быть очень внимательным при определении знаков на промежутках.

$$\frac{\mathbf{4sin^6x + sin^3 2x + 4cos^6x - 4}}{\mathbf{4sin^2 2x - 3}} < 0.$$

Найдём нули числителя:

$4\sin^6 x + \sin^3 2x + 4\cos^6 x - 4 = 0;$

$4\sin^6 x + 8sin^3 x cos^3 x + 4cos^6 x - 4 = 0;$

$\sin^6 x + 2sin^3 x cos^3 x + cos^6 x - 1 = 0;$

$(\sin^3 x + \cos^3 x)^2 - 1 = 0.$

В силу ограниченности функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ выполняются неравенства $\sin^3 x \le sin^2 x$ и $\cos^3 x \le \cos^2 x$.

Тогда при любом x

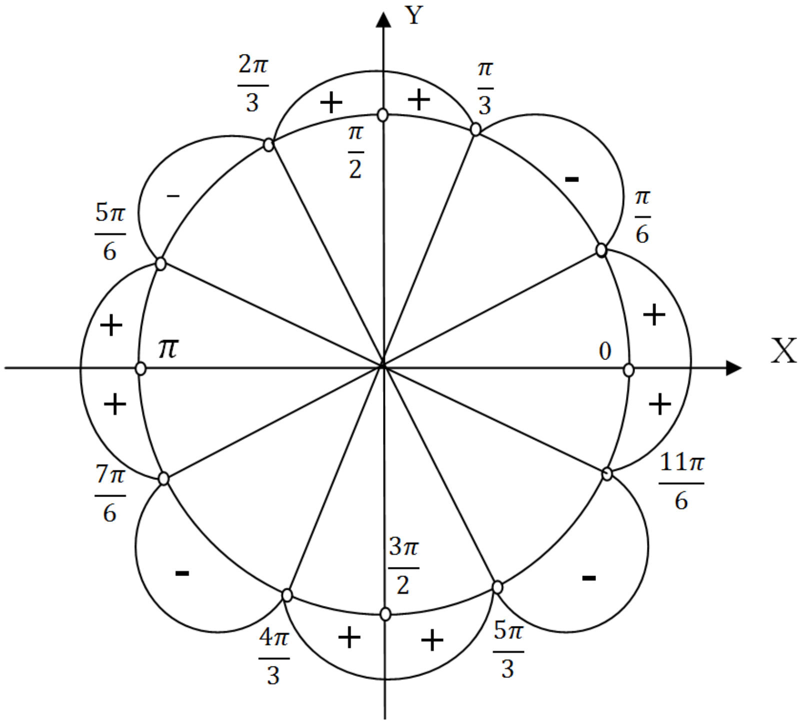
$$\sin^3 x + \cos^3 x \le \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ и } (\sin^3 x + \cos^3 x)^2 - 1 \le 0.$$

$(\sin^3 x + \cos^3 x)^2 - 1 = 0$ при $x = \frac{\pi m}{2}$, $m \in Z$ и смена знака при переходе через эти нули не произойдёт.

Найдём нули знаменателя: $4\sin^2 2x - 3 = 0$; $\sin 2x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$2x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in Z,\ x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2},\ k \in Z.$

Период равен π.



Решение неравенства: $\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6}+\pi k<x<\frac{\pi}{3}+\pi k, \\ \frac{2\pi}{3}+\pi k<x<\frac{5\pi}{6}+\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$

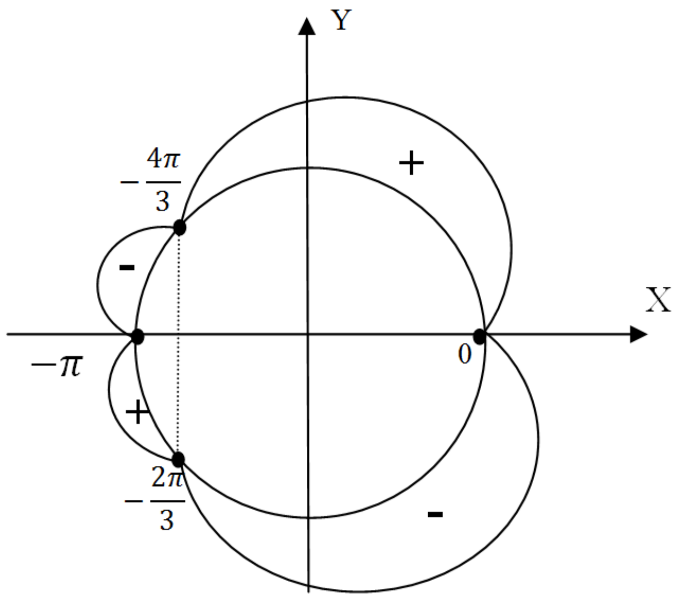
11. $\boldsymbol{\sqrt{5-4x-x^2}\cdot(\sin 2x+\sin x)\leq 0}$.

$$\left[\begin{array}{l} 5-4x-x^2=0, \\ \begin{cases} 5-4x-x^2\geq 0, \\ \sin 2x+\sin x\leq 0, \end{cases} \end{array}\right.$$

1) $5–4x–x^2 \geq 0, \quad x^2+4x-5\leq 0, \ -5\leq x\leq 1.$

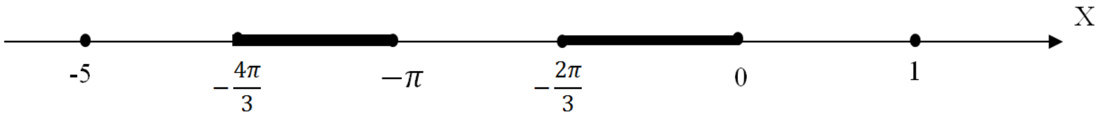
2) $\sin 2x+\sin x\leq 0, \quad \sin x\cdot(2\cos x+1)\leq 0,$

Нули: 1) $\sin x=0, \ x=\pi k, \ k\in Z;$ 2) $\cos x=-\frac{1}{2}, \ x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, \ n\in Z.$



$$\left[\begin{array}{l} -\frac{4\pi}{3}+2\pi k \le x \le -\pi+2\pi k; \\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi k \le x \le 2\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z.$$

$$3) \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} -\frac{4\pi}{3}+2\pi k \le x \le -\pi+2\pi k; \\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi k \le x \le 2\pi k, \end{array}\right. \quad k \in Z; \\ -5 \le x \le 1; \end{array}\right. \\ x=-5; \\ x=1. \end{array}\right.$$



$$\left[\begin{array}{l} x=-5; \\ -\frac{4\pi}{3} \le x \le -\pi; \\ -\frac{2\pi}{3} \le x \le 0; \\ x=1. \end{array}\right.$$

Ответ: $\left[-\frac{4\pi}{3};-\pi\right] \cup \left[-\frac{2\pi}{3};0\right] \cup \{-5;1\}$.

12. $\boldsymbol{tg\frac{\pi x}{1+x^2}+\sin\frac{2\pi x}{1+x^2} \ge 2}$.

1) Пусть $\frac{\pi x}{1+x^2}=t$ $\left(t \ne \frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z\right)$, тогда $tgt+\sin 2t \ge 2$,

$$tgt+\frac{2tgt}{1+tg^2t} \ge 2;$$

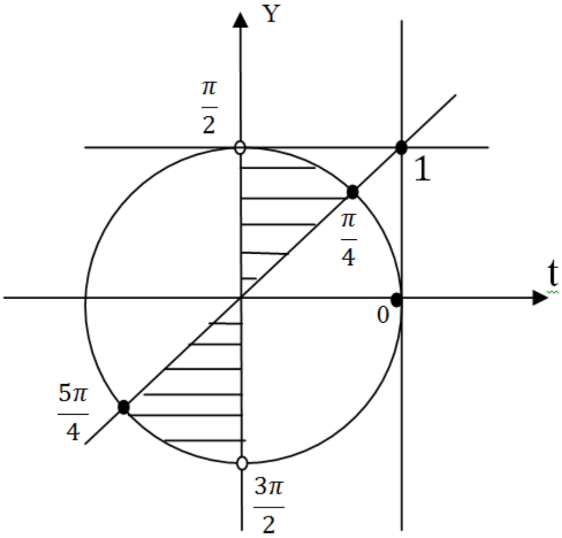
$$\frac{1+tg^3t+2tgt-2-2tg^2t}{1+tg^2t} \ge 0; \quad \frac{tg^3t-2tg^2t+2tgt-1}{1+tg^2t} \ge 0;$$

$(tg^3t-1)-2(tg^2t-tgt) \ge 0$, т.к. $1+tg^2t>0$;

$(tgt-1)(tg^2t-tgt+1) \ge 0$.

Т.к. $tg^2t-tgt+1>0$, то $tgt-1 \ge 0$, $tgt \ge 1$,

$$\frac{\pi}{4}+\pi k \le t < \frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z.$$



2) $\frac{\pi}{4}+\pi k \le \frac{\pi x}{1+x^2} \le \frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z;$ $\quad \frac{1}{4}+k \le \frac{x}{1+x^2} < \frac{1}{2}+k, k \in Z.$

$a)$ $x=0$ не является решением неравенства по проверке.

б) $x>0,$ $\frac{1}{4}+k \le \frac{1}{\frac{1}{x}+x} < \frac{1}{2}+k, k \in Z,$

т.к. $\frac{1}{x}+x \ge 2$ при $x>0,$ то $0<\frac{1}{\frac{1}{x}+x}=\frac{x}{1+x^2}\le\frac{1}{2},$

Итак, $\begin{cases} 0<\frac{x}{1+x^2}\le\frac{1}{2}; \\ \frac{1}{4}+k \le \frac{x}{1+x^2} < \frac{1}{2}+k, k \in Z, \end{cases}$ $\quad \frac{1}{4}\le\frac{x}{1+x^2}<\frac{1}{2},$ $\quad \begin{cases} \frac{1}{4}\le\frac{x}{1+x^2}; \\ \frac{x}{1+x^2}<\frac{1}{2}, \end{cases}$

$$\begin{cases} x \ne 1; \\ 2-\sqrt{3} \le x \le 2+\sqrt{3}. \end{cases}$$

в) $x<0;$ $\quad \frac{1}{x}+x \le -2;$ $\quad -\frac{1}{2} \le \frac{1}{\frac{1}{x}+x} < 0;$

$\begin{cases} -\frac{1}{2}\le\frac{x}{1+x^2}<0; \\ \frac{1}{4}+k \le \frac{x}{1+x^2} < \frac{1}{2}+k, k \in Z, \end{cases}$ $\quad \varnothing$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} 2-\sqrt{3} \le x < 1; \\ 1 < x \le 2+\sqrt{3}. \end{array}\right.$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала анализ: 3600 задач для школьников и поступающих в вузы / Л.И. Звавич и др. – М.: 1999.

2. Голубев А.А., Столярова Г.Н. Роль и развитие метода интервалов в школьном курсе математики. В сборнике: Традиции и новации в профессиональной подготовке и деятельности педагога. Сборник научных трудов Всероссийской научно-практической конференции. Тверь, 2015. С. 283 – 290.

3. Голубев А.А., Спасская Т.А. Уравнение и неравенства в школьном курсе математики: учеб. пособие. Тверь: Твер. гос. ун-т, 2013. – 160 с., С. 100–101.

УДК 001.8:544:541.6

РОЛЬ КУРСА «МЕТОДОЛОГИЯ НАУЧНО-ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ» В ОБРАЗОВАНИЯ ХИМИКОВ

Марина Геннадьевна Виноградова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Vinogradova.MG@tversu.ru

Ключевые слова: *метод проектов, компетентностный подход, химия.*

Аннотация. В работе рассмотрен содержательный аспект методологии научно-проектной деятельности в образовании химиков.

Дисциплина «Методология научно-проектной деятельности» направлен на совершенствование профессионально-педагогической культуры магистров, подготовку конкурентоспособных на рынке труда, профессионально компетентных специалистов, на формирование у них системного и критического мышления [1, 2], а также следующих универсальных компетенций:

– способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

– способность определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений;

– способность осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде.

Проектная деятельность обеспечивает интеграцию теоретического знания с практическим опытом и способствует развитию творческой активности. В процессе освоения дисциплины, магистранты приобретают опыт научного подхода к разработке и реализации проектов, к осуществлению проектной деятельности, к различным проектным ситуациям, с которыми могут встретиться в области химии [3]. Итогами проектной деятельности, главным образом, следует считать личностное развитие магистрантов, формирование и развитие у них командной работы и лидерства, умения сотрудничать в коллективе и работать самостоятельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лисичкин Г.В. Метод проектов в химическом образовании / Сборник: Естественнонаучное образование: вызовы и перспективы. Том: 9, 2013 – М.: Издательство Московского университета. – С.125-140

2. Жилин Д.М. Проектное обучение в химии: обзор западного опыта. / Инновационные процессы в химическом образовании. Материалы IV всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Челябинск, 2012. – С. 109-118.

3. Матяш Н. В. Инновационные педагогические технологии. Проектное обучение: учеб. пособие. 3-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия», 2014. – 160 с.

УДК 519.107.58

ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Елена Геннадьевна Воронцова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: elenavor@inbox.ru

Ключевые слова: *логическая задача, метод.*

Аннотация. В работе рассматриваются основные методы решения логических задач и приводятся примеры решения задач.

Логические задачи являются важной частью математического образования школьника, они играют важную роль в развитии интеллекта и логического мышления. Знакомство с олимпиадными задачами по математике также достаточно часто начинается именно с логических задач.

В основном логические задачи представляют собой текстовые задачи на распознавание объектов или расположение их в определенном порядке по имеющимся свойствам. Часть утверждений условия подобной задачи может быть истинной или ложной (т.е. иметь истинностную оценку). Кроме того, к логическим задачам относятся задачи на переливания и взвешивания.

Выделяют несколько стандартных методов решения логических задач:

- метод рассуждений,
- метод таблиц,
- метод блок-схем,
- метод «с конца».

Метод рассуждений

Самым простым из перечисленных методов решения логических задач считается метод рассуждений так как он не требует специальных знаний и навыков. Идея метода состоит в том, что, используя последовательно все условия задачи, проводят рассуждения, и получают вывод, который и является ответом задачи. Рассмотрим пример подобной задачи.

Задача. (Региональный этап XLV Всероссийской математической олимпиады для школьников, 10 класс, 2019 г.) *Каждый из 10 человек – либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый из них задумал какое-то число (не обязательно целое). Затем первый сказал: «Моё число больше 1», второй сказал «Моё число больше 2», ..., десятый сказал: «Моё число больше 10». После этого все десять, выступая в некотором порядке, сказали: «Моё число меньше 1», «Моё число меньше 2», ..., «Моё число меньше 10» (каждый сказал ровно одну из этих десяти фраз). Какое максимальное количество рыцарей могло быть среди этих 10 человек?*

Ответ: 9 рыцарей.

Решение. Условие задачи позволяет сразу сделать оценку относительно количества рыцарей. Никто из рыцарей не мог сказать фразу «Моё число больше 10», так как задуманное им число было бы в реальности больше 10, а это означало бы, что он не мог бы сказать ни одну из фраз «Моё число меньше 1», «Моё число меньше 2», …, «Моё число меньше 10». Соответственно, можно сделать вывод, что среди 10 человек есть хотя бы один лжец, а рыцарей не более 9.

Несложно привести пример, показывающий, что рыцарей могло быть 9. Если первый человек загадал число из интервала $(1, 2)$, второй из интервала $(2, 3)$, …, девятый из интервала $(9, 10)$, а десятый человек загадал число из интервала $(1, 10)$. Тогда при $k = 1, 2, \ldots, 9$ k-ый человек мог сказать правдивые фразы «Моё число больше k» и «Моё число меньше $k + 1$», т.е. первые 9 человек рыцари, а десятый человек – лжец, который сказал фразы «Моё число больше 10» и «Моё число меньше 1».

Метод таблиц

По сравнению с методом рассуждений табличный метод является более сложным, но его преимущество заключается в том, что таблицы, составляемые в ходе решения задач, позволяют наглядно представить условие задачи. Он так же не требует определенных знаний: только способность логически рассуждать и правильно оценивать условия задачи. Рассмотрим решение логической задачи методом таблиц на примере.

Задача. (Московская устная олимпиада для 6-7 классов, 2013 г.) *В семье весёлых гномов папа, мама и ребёнок. Имена членов семьи: Саша, Женя и Валя. За обеденным столом два гнома сделали по два заявления. Валя: «Женя и Саша разного пола. Женя и Саша – мои родители». Саша: «Я – отец Вали. Я – дочь Жени». Восстановите имя и отчество гнома-ребёнка, если известно, что каждый гном один раз сказал правду, и один раз пошутил.*

Ответ: Александра Евгеньевна.

Решение. Составим таблицу, соответствующую условию задачи и будем заполнять её клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, **ложно («0»)** или **истинно («1»)** соответствующее высказывание.

Рассмотрим сначала заявления Вали. Очевидно, что высказывание «Женя и Саша – мои родители» является ложным, так как в противном случае истинным было бы и высказывание «Женя и Саша разного пола», что невозможно. Т.е. верным является высказывание Вали «Женя и Саша разного пола».

	Саша	*Женя*	*Валя*
папа			
мама			
ребёнок			**0**

Далее рассуждаем исходя из заявлений Саши. Высказывание «Я – отец Вали» очевидно является ложным так как противоречит уже установленному факту, что Валя – не ребёнок, соответственно, высказывание «Я – дочь Жени» – истинно. В результате таблица примет следующий вид:

	Саша	*Женя*	*Валя*
папа	0		
мама	0		
ребёнок	**1**	0	0

Так как нам известно, что Саша и Женя разного пола, то это означает, что Женя – папа Саши. Окончательно получаем:

	Саша	*Женя*	*Валя*
папа	0	**1**	0
мама	0	0	**1**
ребёнок	**1**	0	0

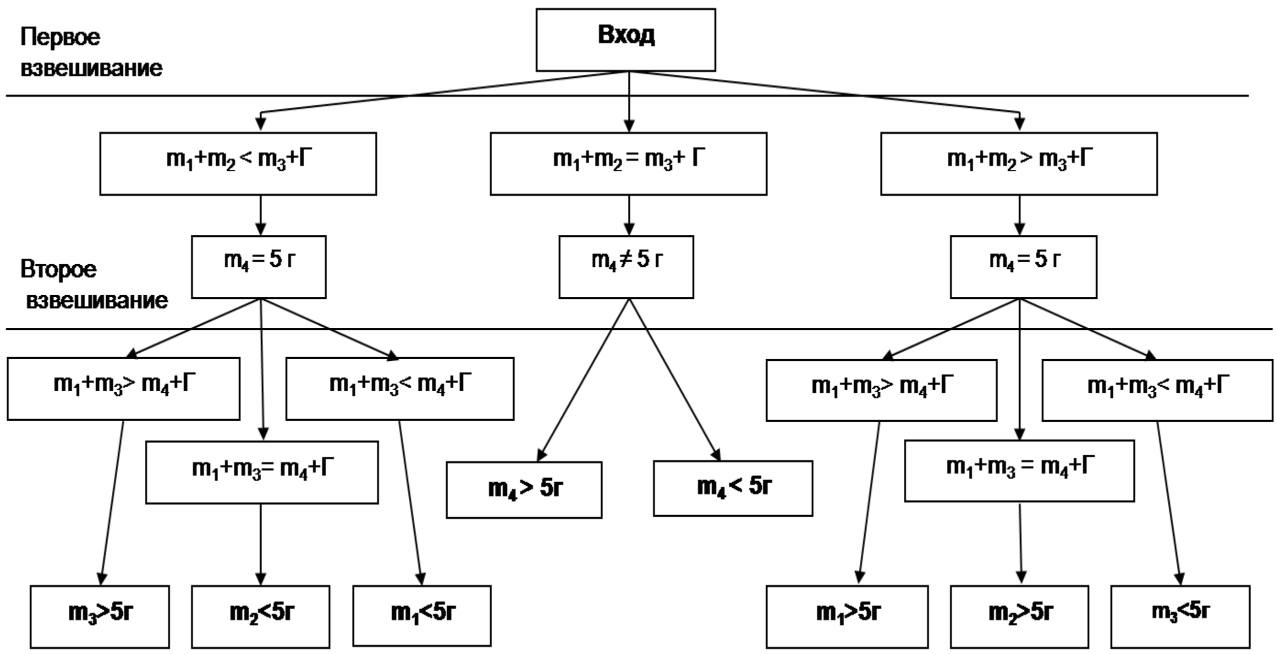
Можно отметить, что данная задача достаточно легко решается методом рассуждений.

Метод блок-схем

Данный метод подходит, например, к решению задач на переливание жидкостей и взвешивание. Он заключается в том, что сначала в виде блоков выделяются операции (команды), затем устанавливается последовательность выполнения этих команд. Составленная блок-схема является программой, выполнение которой может привести нас к решению поставленной задачи.

Задача. *Среди четырех монет одна фальшивая. Она отличается массой, однако неизвестно, легче она или тяжелее. Масса настоящей монеты 5 г. Как при помощи двух взвешиваний на чашечных весах обнаружить фальшивую монету, если имеется одна гиря массой 5 г? Можно ли при этих условиях опознать, легче фальшивая монета или тяжелее?*

Решение. Пусть m1, m2, m3, m4 – массы четырех монет соответственно, Г – масса гири. Блок-схема определяет алгоритм, выполнение которого позволяет установить фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее. Взвешиваниям в блок-схеме соответствуют прямоугольники – операторы условного перехода. В блок-схеме выделены первое и второе взвешивания горизонтальными линиями.



Прокомментируем данную блок-схему. Первое взвешивание: кладём на первую чашу весов первую и вторую монеты, на вторую – гирю и третью монету. Возможно два варианта:

1. Чаши равны: значит фальшивая четвёртая монета.
2. Чаши не равны. Четвёртая монета не фальшивая.

В случае первого варианта второе взвешивание сводится к сравнению фальшивой монеты и гири. В случае, если четвертая монета не фальшивая, можно сделать вывод, что $m4 = 5$г. Далее кладём на первую чашу первую и третью монеты, а на вторую гирю и четвертую монету. Результат можно записать в виде таблицы, в которой первая строка соответствует первому взвешиванию, а первый столбец – второму.

	m1 + m2 = Г + m3	**m1 + m2 > Г + m3**	**m1 + m2 < Г + m3**
m1 + m3 = Г + m4		Фальшивая m2, и она тяжелее	Фальшивая m2, и она легче
m1 + m3 < Г + m4	Фальшивая m4 и она тяжелее	Фальшивая m3, и она легче	Фальшивая m1, и она легче
m1 + m3 > Г + m4	Фальшивая m4 и она легче	Фальшивая m1, и она тяжелее	Фальшивая m3, и она тяжелее

Метод «с конца» – довольно часто применим в задачах с предугадываемым ответом, и состоит в анализе ответа или конечной стадии некоторого процесса, описанного в задаче.

Кроме перечисленных существуют и другие методы решения логических задач, например, метод графов, метод математического бильярда. Выбор метода решения не влияет на конечный ответ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олимпиадные задания (логические задачи) [Электронный источник] – URL: https://kopilkaurokov.ru/matematika/prochee/olimpiadnyie_zadaniia_loghichieskiie_zadachi
2. Шевченко В.Е. Некоторые способы решения логических задач / Шевченко В.Е. // Киев: Вища школа. – 1979. – 80 с.

УДК 514 (075.3)

ОРТОЦЕНТР И ОРТОТРЕУГОЛЬНИК НА ОЛИМПИАДАХ ПО МАТЕМАТИКЕ

Александр Анатольевич Голубев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Golubev.AA@tversu.ru

Ключевые слова: *высоты треугольника, ортоцентр, ортотреугольник, олимпиадные задачи.*

Аннотация. В работе перечисляются основные свойства ортоцентра и ортотреугольника, приводится решение одной из олимпиадных задач.

В школьной программе по геометрии не уделяется достаточного внимания таким понятиям, как ортоцентр и ортотреугольник. Между тем задачи, при решении которых было бы полезно знать основные свойства ортоцентра и ортотреугольника, нередко встречаются на олимпиадах по математике.

В данной работе мы перечислим некоторые свойства ортоцентра и ортотреугольника и приведем пример олимпиадной задачи, связанной с этими понятиями. В работах [1–7] можно найти обсуждение других интересных геометрических задач.

Высоты треугольника пересекаются в одной точке. Под *ортоцентром* понимают точку пересечения высот треугольника. Основания являются вершинами высот треугольника, который называют *ортотреугольником*.

Перечислим некоторые свойства ортоцентра и ортотреугольника (см., например, ссылки 1) https://mathvox.ru/geometria/treugolniki/treugolniki-glava-9/tochka-peresecheniya-visot-treugolnika/, 2) https://ege-ok.ru/2016/01/09/ortocentr-treugolnika-poleznye-fakty, 3) http://www.geometry.ru/articles/prokopenko_lenskaya_orthocenter.pdf).

Рассмотрим произвольный треугольник ABC. Пусть AA_1, BB_1, CC_1 – его высоты, а H – точка пересечения высот. Обозначим через O центр окружности, описанной около треугольника ABC. Имеют место следующие факты:

1. Отрезки, образованные при пересечении высот треугольника, обладают следующим свойством: $AH \cdot HA_1 = BH \cdot HB_1 = CH \cdot HC_1$ (рис. 1).

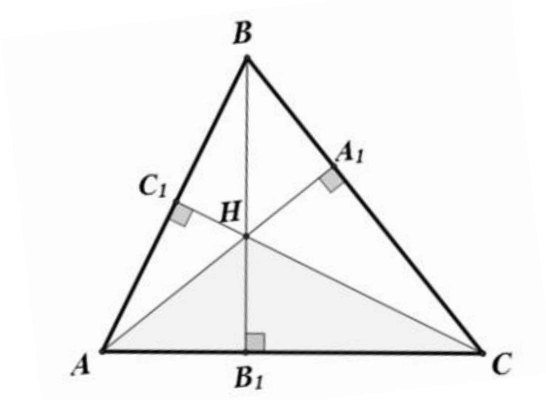


Рис. 1

2. Расстояние от вершины треугольника до ортоцентра равно произведению стороны, на которую опущена высота, на модуль котангенса угла этой вершины (рис. 1):

$$AH = BC \cdot |\mathrm{ctg}\angle A|;\ BH = AC \cdot |\mathrm{ctg}\angle B|;\ CH = AB \cdot |\mathrm{ctg}\angle C|.$$

3. Радиусы окружностей, описанных около треугольников *ABC*, *AHB*, *BHC* и *AHC* равны.
4. Расстояние от вершины *C* до точки *H* вдвое больше расстояния от точки *O* до стороны *AB* (см. рис. 2);

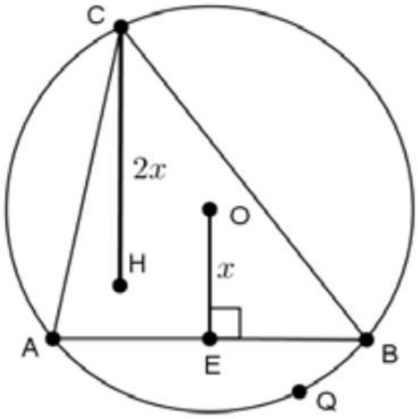


Рис. 2

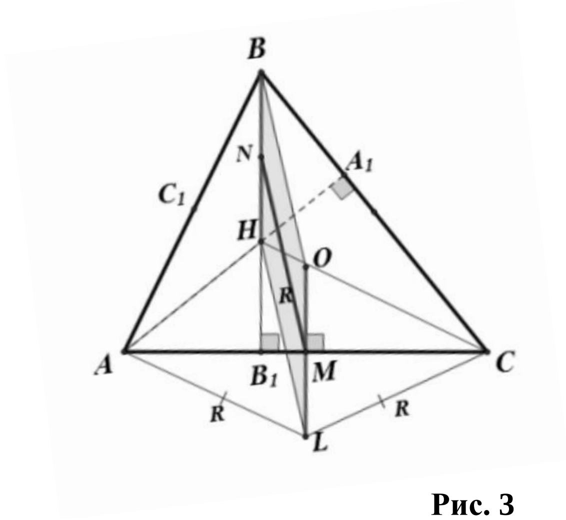


Рис. 3

расстояние от вершины *B* до точки *H* вдвое больше расстояния от точки *O* до стороны *AC*

расстояние от вершины *A* до точки *H* вдвое больше расстояния от точки *O* до стороны *BC*.

5. Расстояние между серединами отрезков *AC* и *BH* равно радиусу окружности, описанной около треугольника *ABC* (рис. 3);

расстояние между серединами отрезков *AB* и *CH* равно радиусу окружности, описанной около треугольника *ABC*;

расстояние между серединами отрезков *BC* и *AH* равно радиусу окружности, описанной около треугольника *ABC*.

6. $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ (см. рис. 4).

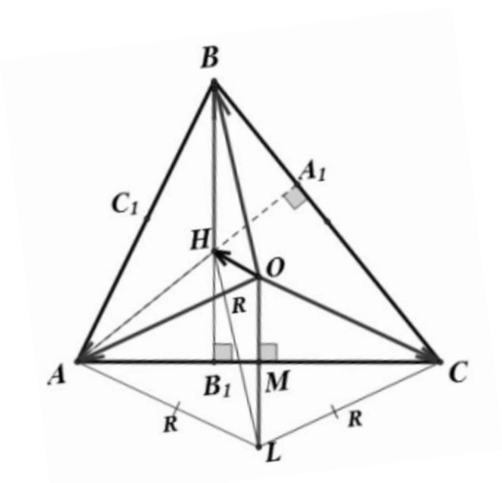


Рис. 4

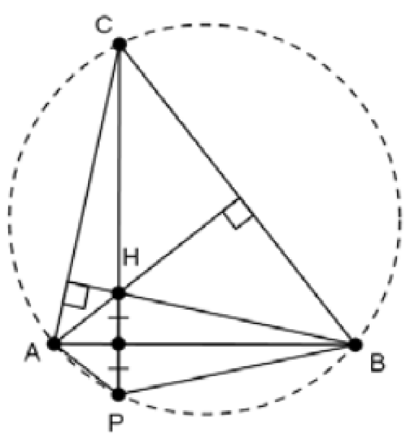


Рис. 5

7. Точки симметричные точке H относительно прямой AB, лежат на описанной окружности треугольника ABC (рис. 5);

   точки симметричные точке H относительно прямой AC, лежат на описанной окружности треугольника ABC;

   точки симметричные точке H относительно прямой BC, лежат на описанной окружности треугольника ABC.

8. Точки симметричные точке H относительно середин сторон треугольника, лежат на описанной окружности треугольника ABC (рис. 6) и диаметрально противоположны вершинам треугольника, противолежащим соответствующим сторонам (рис. 7).

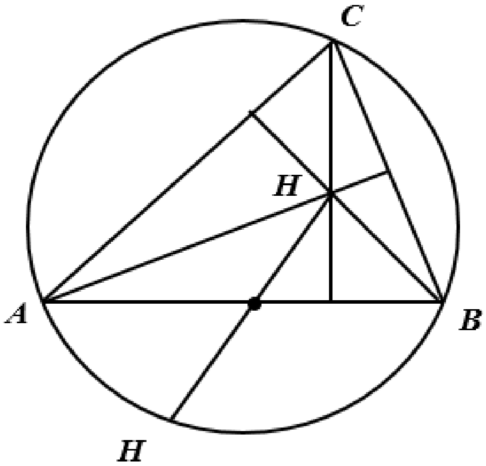


Рис. 6

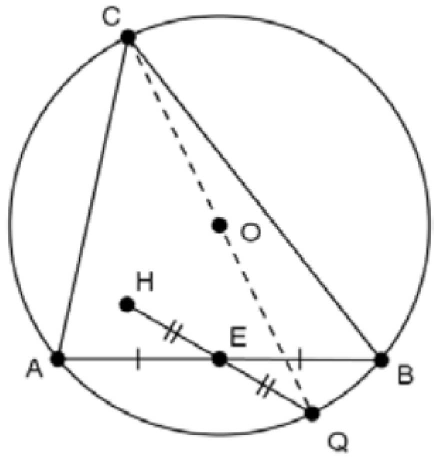


Рис. 7

9. Угол между радиусом и стороной равен углу между высотой и стороной (все они выходят из одной вершины) (см. рис. 8).

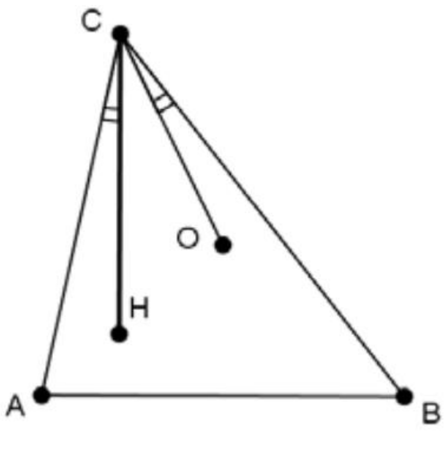


Рис. 8

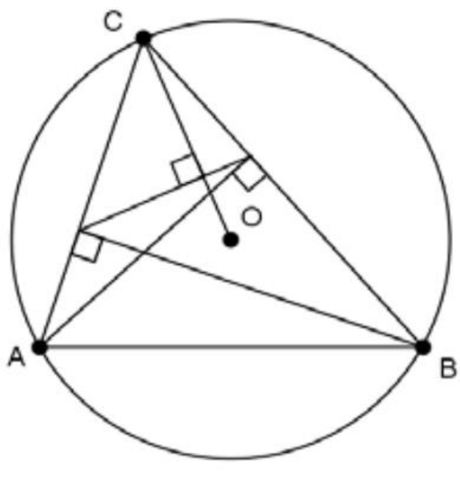


Рис. 9

10. Радиусы описанной окружности, проведенные к вершинам треугольника, перпендикулярны соответствующим сторонам ортотреугольника (рис. 9).

11. Сумма квадратов расстояния от вершины треугольника до его ортоцентра и длины стороны, противолежащей этой вершине, равна квадрату диаметра описанной окружности (рис 10).

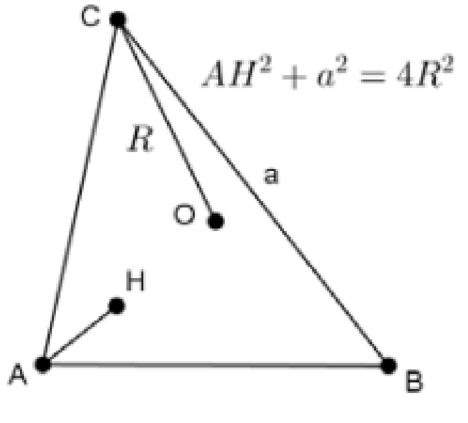


Рис. 10

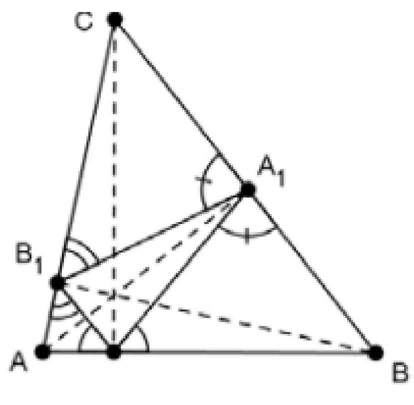


Рис. 11

12. Стороны ортотреугольника образуют равные углы с соответствующими сторонами данного треугольника. Ортоцентр остроугольного треугольника является точкой пересечения биссектрис ортотреугольника (центром его вписанной окружности) (рис. 11).
13. Отрезки, соединяющие основания высот треугольника ABC отсекают от ABC подобные ему треугольники. Таким образом, треугольники ABC, AB_1C_1, BA_1C_1 и CA_1B_1 подобны.

Задача (https://olymp.bmstu.ru/**).** В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1 и CC_1. O – центр окружности, вписанной в треугольник $A_1B_1C_1$. $AB = \sqrt{2}+\sqrt{6}$. $AO = 2$. $CO = 2\sqrt{2}$. Найдите длину отрезка A_1B_1.

Решение. 1. 1) Согласно свойству 13 треугольники ABC и AB_1C_1 подобны. Докажем этот факт (см. рис. 11). Пусть H – ортоцентр треугольники ABC.

Из прямоугольных треугольников AA_1C и BB_1C находим: $\cos C = \frac{A_1C}{AC}$ и $\cos C = \frac{B_1C}{BC}$. Тогда $\frac{A_1C}{AC} = \frac{B_1C}{BC}$ и, следовательно, треугольники ABC и AB_1C_1 подобны по двум сторонам и углу между ними (угол С – общий), а коэффициент подобия треугольников равен $k = \cos C$; $\angle B_1A_1C = \angle BAC$.

Таким образом, интересующий нас отрезок $A_1B_1 = AB\cos\angle C =$
$= AB\cos(360° - 90° - 90° - \angle A_1\text{H}B_1) = -AB\cos\angle A_1\text{H}B_1 = -AB\cos\angle A\text{H}B =$
$= -\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\cos\angle A\text{H}B$.

2) Согласно свойству 12 стороны ортотреугольника $A_1B_1C_1$ образуют равные углы с соответствующими сторонами данного треугольника и ортоцентр остроугольного треугольника является точкой пересечения биссектрис ортотреугольника, а, значит, и центром вписанной в него окружности.

Проведем доказательство этого свойства ортотреугольника.

Так же как в первом пункте доказывается подобие треугольников ABC, A_1BC_1 и равенство $\angle BA_1C_1 = \angle BAC$. Следовательно, $\angle B_1A_1C = \angle BAC = \angle BA_1C_1$, то есть стороны A_1B_1 и A_1C_1 ортотреугольника образуют со стороной BC треугольников ABC равные углы. Так как AA_1 – высота треугольника ABC, то мы также получаем, что луч AA_1 является биссектрисой ортотреугольника.

Повторяя эти рассуждения для других треугольников, заключаем, что ортоцентр треугольника ABC, по отношению к ортотреугольнику является точкой пересечения его биссектрис (центром его вписанной окружности). Итак, точка O – ортоцентр треугольника ABC, то есть O *и* H – одна и та же точка.

С помощью теоремы косинусов из треугольника ABH найдем косинус угла AHB.

$$AB^2 = A\text{H}^2 + B\text{H}^2 - A\text{H} \cdot B\text{H}\cos\angle A\text{H}B,$$

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2 = 2^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2}\cos\angle A\text{H}B,$$

$$\cos\angle A\text{H}B = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$

3) Окончательно получаем

$$A_1B_1 = -\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\cos\angle A\text{H}B = -\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}{2} = 1.$$

Ответ: 1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев А.А. Сборник заданий по математике: учебное пособие / А.А. Голубев, Т.А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2015. – 160 с.

2. Голубев А.А. Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ–2017: учебное пособие / А.А. Голубев, Т.А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2017. – 124 с.

3. Голубев А.А. Практикум по математике для старшей школы: учебное пособие / А.А. Голубев, Т.А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2013. – 140 с.

4. Голубев А.А. Стандартные и нестандартные задачи по геометрии. Часть 1: Планиметрия: учебное пособие / А.А. Голубев, Т.А. Спасская. – Тверь: Тверской государственный университет, 2013. – 96 с.

5. Голубев А.А., Баранова О.Е. О подготовке школьников к ОГЭ и ЕГЭ: обсуждение и решение задач повышенного уровня сложности. В сборнике: Преподавание математики в школах Тверского региона. Сборник материалов в помощь учителю. Под редакцией Голубева А.А., Барановой О.Е. – Тверь, 2016. С. 208–231.

6. Голубев А.А., Спасская Т.А. Векторно-координатный метод решения геометрических задач. В сборнике: Преподавание математики в школах Тверского региона. Сборник материалов в помощь учителю. Под редакцией Голубева А.А., Барановой О.Е. – Тверь, 2017. С. 86–100.

7. Голубев А.А. Три способа решения одной геометрической задачи. В сборнике: Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области. Материалы Второй Всероссийской научно-практической конференции. Министерство образования и науки Российской Федерации; Тверской государственный университет; Тверская региональная общественная организация «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области». – Тверь, 2018. С. 40-45.

УДК 373.5.016:51

ОТЛИЧИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СЕЛЬСКОЙ ШКОЛЕ. «ПЛЮСЫ» И «МИНУСЫ» МАЛОЧИСЛЕННЫХ КЛАССОВ

Наталья Анатольевна Грибина
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Дмитровская основная общеобразовательная школа», д. Дмитровка
E-mail: ntaligribina1304@list.ru

Ключевые слова: *сельская школа, особенности преподавания, малочисленные классы.*

Аннотация. В работе рассматривается проблемы, с которыми сталкиваются учителя математики, преподающие в сельских малочисленных школах. Предлагаются некоторые пути решения этих проблем.

Сельская школа совсем не похожа на городскую школу или любой дугой тип. В небольших школах на селе, коих осталось за последние годы менее половины от прежнего числа, совершенно другие педагогические условия, и проблемы, с которыми непременно сталкиваются учителя, решаются нестандартными способами. Резкому сокращению численности школ способствовало ухудшение демографической ситуации, это привело к снижению численности детей школьного возраста на селе. Большинство молодых семей вынуждены были покинуть малую родину в поисках рабочих мест. Часто приходится слышать об экономической дороговизне обучения детей в малочисленной школе. Но школа на селе испокон веков была и будет центром культуры, сохранения народных традиций. Перед сельской школой стоят огромные социальные задачи: одна из главных, на мой взгляд, это укоренение растущего человека в родной местности и, конечно, воспитание и развитие школьника.

Я считаю, что малочисленная школа – это одна из перспективных моделей школы будущего. Малая наполняемость классов, расположение на природе всё это создаёт прекрасные условия для личностно-ориентированного обучения. В сельской школе складывается совершенно особая психолого-педагогическая ситуация.

Учителю, преподающему в сельской школе, при организации учебного процесса приходится учитывать ряд особенностей, которые влияют на выбор методов, средств и форм учебных занятий.

Классы имеют малую наполняемость, поэтому отсутствие одного или двух учеников на уроке, что остаётся совершенно незамеченным в большом классе, здесь существенным образом влияет на запланированный учителем тип урока, его структуру, сочетание видов учебной деятельности обучающихся. Учителю мгновенно приходится всё корректировать. В этом состоит немалая сложность преподавания математики, ведь в дальнейшем приходится вносить коррективы в учебно-тематическое планирование, так как невозможно переходить к изучению нового материала при отсутствии более половины обучающихся. В подобных ситуациях я провожу тренировочный урок или урок повторения пройденного. Если у учащихся имеются какие-либо пробелы в знаниях по изученному материалу, мы стараемся их устранить, или наоборот углубленно рассмотреть отдельные вопросы программы с хорошо успевающими детьми.

В условиях сельской малочисленной школы учитель математики имеет большую возможность ориентировать учебный процесс непосредственно на каждого обучающегося с учетом его индивидуальных особенностей. Это позволяет применять технологии разноуровневого обучения с элементами профилирования. При разработке темы и учебного занятия, я подбираю материал, рассчитывая не на абстрактного, а на конкретного ученика. С учётом индивидуальных особенностей продумываю методы и средства обучения. Задания подбираю для каждого ученика не только разные по уровню сложности, но и по интересу. Распределение упражнений по уровням сложности и по прикладной тематике позволяет учащемуся выбрать задание в соответствии со своими способностями и познавательными интересами.

Индивидуальные дифференцированные задания позволяют вовлечь в учебную работу всех обучающихся. Индивидуальный подход проявляется во внимательном и заботливом отношении учителя к каждому ребенку, в формировании положительного отношения к учебе, в поощрении успехов ученика. Дифференцированность вариантов самостоятельных работ позволяет учащимся успешно реализовывать свои потенциальные возможности, создаёт ситуацию успеха, что является неотъемлемой частью личностно ориентированного обучения.

Круг общения в небольшом классе достаточно мал и это требует использования в учебном процессе разнообразных форм и методов обучения. Основными методами, направленными на развитие ученика, являются методы проблемного обучения: частично-поисковый, исследовательский, проблемное изложение. Использование этих методов способствует включению обучающихся в активную познавательную деятельность. Сила восприятия, запоминания достигает высокого уровня, так как поставленную задачу учащиеся решают сами. Еще А. Дистервег писал: "Плохой учитель преподносит истину, хороший учит ее находить". Также активность обучающихся стимулирует использование технологии АМО, которая в последнее время стала особенно популярна. Элементы этой технологии я очень часто использую на своих уроках.

Большую роль в учебном процессе я отвожу проблемному обучению. Перед учениками ставлю проблему, предлагаю обучающимся подумать и предложить гипотезу для её решения, а затем в ходе совместного обсуждения решения и формулирования учениками выводов, мы «приходим» к новым знаниям. Совместное сотрудничество учителя и учеников на уроке эффективно лишь в том случае, если учитель может управлять работой учеников, то есть умеет правильно выделить и донести до них цель деятельности, умело организовать и направить учеников на достижение этой цели, спланировать результат их работы.

Вовлечение учеников в творческий поиск, их активность идет от сознания необходимости приобретений тех знаний и умений, которыми они овладевают.

Одним из возможных путей решения этого вопроса на уроках математики является связь изучаемого материала с жизнью. Необходимо показывать где и как используются полученные ими знания в науке, технике, сельском хозяйстве, быту, производстве.

Кроме того, что «маленькие» классы имеют множество плюсов, есть и негативные проявления, и в первую очередь это эмоциональная нагрузка учащегося, который весь урок находится в постоянном напряжении, ожидая вопрос и зачастую испытывая при этом стресс. Готовясь к уроку, я стараюсь предугадать подобную ситуацию и нейтрализовать её.

Ещё одна из серьёзных проблем в условиях малочисленного класса – это «правильная» оценка результатов учебной деятельности обучающегося. Все привыкли, что каждый ответ на уроке или выполненное задание должны быть оценены. Чем чаще ученик отвечает, чем чаще он узнает, правильно или неправильно он понял материал, сделал пример или решил задачу, тем интереснее ему учиться. Но с другой стороны, малая наполняемость класса приводит к тому, что учитель за урок должен поставить ученику несколько отметок за каждое его действие. Это приводит к уменьшению значимости отметок, выставленных за различные виды работы, так как в условиях их обилия обесценивается значимость тех, которые выставлены за самостоятельные и контрольные работы, ослабляется влияние каждой текущей отметки на итоговую, заметно притупляется эмоциональная реакция на отметку у детей и родителей. Все это приводит к снижению значимости оценки учебного труда в жизни школьника. Поэтому я на уроках оцениваю только наиболее значимые целостные комплексы знаний, связанные с конкретными учебными темами на заключительных этапах их изучения, а также этапы продвижения ученика, так как основные результаты учебного процесса нельзя свести только к функциональным знаниям, умениям и навыкам, они должны способствовать развитию личности, ее творческих способностей.

Важной задачей учителя математики в сельской школе является планирование урока таким образом, чтобы ученик на некотором этапе учебного занятия, в какой-то момент времени, перешёл от непосредственного контакта с учителем к общению с одноклассниками. Такую работу я стараюсь использовать на различных этапах урока: и при изложении нового материала, и при отработке знаний, и при контроле. Групповая или парная форма работы дает каждому ученику возможность развить свое мнение, обосновать свою точку зрения, так как обсуждение вопроса происходит с равными себе. Кроме того в это время я могу больше внимания уделить ученикам, нуждающимся в помощи. Но при этом важно помнить, что нельзя заменить все формы организации учебного процесса групповой или парной работой, так как она связана со значительным напряжением учащихся.

В ходе урока ученикам необходим краткий отдых. В целях предупреждения утомляемости, используя АМО (активные методы обучения), провожу динамическую релаксацию. Таким образом, в малочисленной школе учитель математики должен:

применять разноуровневое обучение, рассчитанное на конкретного ученика с его индивидуальными способностями и психологическими особенностями;

планировать способы получения обратной связи;

предусматривать в ходе урока возможности для переключения внимания, краткого отдыха с целью снятия эмоциональной перегрузки детей;

использовать как классические так и нетрадиционные формы и методы обучения;

выступать в учебном процессе не столько как источник информации, а как организатор деятельности обучающихся.

Содержание и структура учебного материала, способы его подачи учителем, в особенности организация работы учителя и учеников на всех этапах обучения, должны быть образцами бережного отношения к труду, времени и возможностям учеников, должны способствовать формированию у них умений учиться.

Современный урок требует научно обоснованного выбора методических приемов, которые тесно связаны с построением урока и организацией деятельности обучающихся. При подготовке к уроку я стараюсь учитывать не только особенности содержания, но и закономерности его усвоения и процесса обучения, продумываю приемы познавательной деятельности. Ведь всем хорошо известно изречение древних: лошадь можно подвести к воде, но нельзя заставить ее пить. Эта истина весьма применима и к процессу обучения. Без стремления школьника к овладению математическими знаниями никаких результатов достичь невозможно. Поэтому одной из главных задач является развитие познавательного интереса обучающихся, что в условиях сельской школы приобретает особую роль, так как невостребованность математических знаний в современном обществе (в сельской местности это проявляется особенно отчетливо) приводит: у детей к потере интереса к учению, а у родителей – к ослаблению заинтересованности в учебе своих детей.

Обязательным, на мой взгляд, является включение занимательного, исторического или прикладного материала, который непременно вызывает у школьников интерес к математике и способствует развитию мышления, созданию благоприятной эмоциональной обстановки учения. При планировании учебного занятия я отбираю подобные задания и по возможности предлагаю ребятам решить их в ходе урока. Выполнение нестандартных задач положительно влияет на весь дальнейший процесс обучения.

Совместная деятельность учителя и ученика, а, следовательно, успешное обучение на уроке, осуществляется при условии положительного отношения школьников к учебному процессу и их готовности к восприятию изучаемого. Деятельность ученика на уроке всегда подчинена главной задаче урока – усвоению основных элементов знаний на определенном уровне. Активную работу школьников на уроке можно обеспечить через разнообразные формы и средства их деятельности, через многообразные учебные ситуации, которые могут успешно решать и дополнительные задачи, например, воспитание и развитие ученика.

Сельская малочисленная школа традиционно испытывает самые большие трудности – и кадровые, и финансовые, и материально-технические. Педагогический состав за последние десять лет практически не пополняется молодыми специалистами, финансирование школ малой наполняемости очень ограничено. Но несмотря ни на что, сельская школа продолжает жить и развиваться, так как не может оставаться в стороне от перемен, происходящих в нашем обществе.

Перед сельской школой стоит много задач, все они требуют решения, поэтому учитель ищет пути адаптации образовательных программ для сельских школьников, продумывает организацию учебного процесса, работает над развитием ученика с учетом социокультурной среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбылева, А.Я. Трудности учителей и учащихся сельских малокомплектных школ [Текст] / Методист. – 2003. – №5. – с. 33.

2. Волкова, И. Качество математического образования: как его повысить? [Текст] / Сельская школа. – 2008. – №5. – с. 90.

3. Зайкин, М. Специфика малочисленного класса [Текст] / Сельская школа. – 1999. – №4. – с.88.

4. Ивлиева, Е. Преподавание математики в малочисленной сельской школе [Текст] / Сельская школа. – 2003. – №2. – с. 92.

УДК 004.9

УЧЕБНЫЕ БЛОЧНЫЕ СРЕДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ Scratch и Snap!: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ, ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Вера Владимировна Григорьева
Тверской государственный технический университет, Тверь
E-mail: pontida@list.ru

Виктор Вадимович Григорьев
ООО Прайм груп, Тверь
E-mail: tor7@list.ru

Ключевые слова: *информатика, преподавание программирования, школьники, студенты, методология, учебные среды программирования, блочные среды, Scratch, Snap!*

Аннотация. В статье рассматриваются учебные среды блочного программирования Scratch и Snap!, анализируются их возможности, преимущества и недостатки их использования. Статья может быть полезна для преподавателей информатики, желающих ознакомиться с возможностями этих сред, а также для тех, кто использует в своей работе Scratch и планирует использовать Snap!.

Блочные среды программирования представляют собой инструменты для создания программ, в которых используется создание кода путем добавления, перемещения, редактирования готовых заготовок – блоков. Блоки представляют собой визуальные элементы. Например, в виде блоков представляются типовые элементы алгоритмов (такие, как присваивание, передача управления, вызов процедур и т.д.). Для работы с блоками используются визуальные интерактивные редакторы. В настоящее время блочные среды программирования довольно часто применяются при изучении информатики и основ программирования в младшей и средней школе.

Одной из самых распространенных таких сред является созданный в Массачусетском технологическом институте Scratch. Вместе с блочным редактором кода в нем используются инструменты для создания спрайтов и управления их свойствами. Каждый из спрайтов может быть представлен размещаемым на рабочей области экрана («сцене») определенным изображением («костюмом»). С помощью блочного редактора программы можно заставить спрайты перемещаться по «сцене», менять «костюмы», издавать звуки, изменять свой размер и т.д. Кроме того, можно строить на сцене изображения методом «черепашьей» (turtle) графики, используя любой из спрайтов в качестве «черепашки». Scratch поддерживает множество «датчиков» – средств для определения текущего расположения спрайтов на «сцене» и их свойств. С его помощью можно программировать не очень сложные интерактивные интерфейсы, создавать мультфильмы и видеоигры. Scratch представляет собой событийно-ориентированный интерпретируемый ЯП с динамической системой типов данных. Как уже говорилось, описание алгоритмов, управляющих спрайтами, производится в Scratch в «блочном» стиле, фрагменты такого кода называют обычно скриптами. Для хранения информации используются переменные, они могут хранить числа или строки символов. Каждая из переменных может либо быть видима только в скриптах спрайта, в котором она определена, либо иметь глобальную видимость. Из более сложных типов данных поддерживаются списки, элементы которых могут принимать те же значения, что и переменные. В среде есть встроенные возможности для просмотра и корректировки значений элементов списков и переменных прямо на рабочем экране («сцене»). В Scratch возможна массовая рассылка (broadcast) сообщений. При необходимости автоматически поддерживается параллельное выполнение кода. В качестве примера распараллеливания выполнения алгоритмов приведем ситуацию, когда в качестве реакции на какое-то событие запускается и работает одновременно несколько скриптов. Скрипт, разославший такое сообщение, может продолжать работу либо сразу, либо (по специальному указанию) только после завершения работы всех порожденных процессов. Еще одна возможность Scratch – поддержка динамического клонирования спрайтов во время выполнения программы с возможностью запуска специальных скриптов для первоначальной инициализации клонов. В Scratch, начиная с версии 2.0 возможно создание собственных блоков – аналогов процедур в других языках программирования. В блоки можно передавать только входные параметры, явная передача выходных параметров не предусмотрена.

Snap! – еще одна набирающая популярность «блочная» среда программирования, которая весьма похожа на Scratch, но по возможностям программирования во многом превосходит его. Snap! разрабатывается в Калифорнийском университете. Для некоторых учебных задач он подходит значительно лучше, чем Scratch. Рассмотрим более подробно эту среду программирования, сконцентрировавшись на ее отличиях от Scratch.

Также, как и в Scratch, программирование на Snap! связано с созданием и настройкой спрайтов. Одно из отличий состоит в том, что в Snap! возможна *адресная* рассылка сообщений, т.е. сообщение может быть отправлено конкретному спрайту, оно может нести в себе параметры. Это напоминает отправку сообщений в языках ОП (например, в Smalltalk). Во многих ситуациях адресную отправку сообщений использовать целесообразнее принятой в Scratch «рассылки для всех», при которой любое сообщение рассылается непременно всем спрайтам, а сами эти спрайты должны потом отбирать нужную информацию. Тем не менее, иногда удобным является именно такое поведение – поэтому механизм «рассылки для всех» также сохранен.

В Snap! возможно создание собственных блоков типа «значение», то есть аналогов функций в других ЯП. За счет этого программирование становится более удобным. К примеру, при организации рекурсии не нужно изобретать способы хранения данных промежуточных вычислений. Рекурсию теперь можно использовать явно – также, как и в большинстве других языков программирования, причем Snap! поддерживает оптимизацию хвостовой рекурсии.

Самое важное отличие Snap! состоит в расширении состава объектов первого класса. В Scratch объектами первого класса являются *только* числа и цепочки символов (строки). В Snap! *все* данные относятся к объектам первого класса. Это расширяет возможности языка, открывая учащимся новые концепции программирования. Например, теперь можно создать список, элементами которого будут другие списки или получить из блока выходное значение типа список.

Snap! поддерживает как традиционное императивное программирование операций со списками, так и функциональный стиль работы с ними. Примеры императивных операций – заменить элемент списка с заданным номером, удалить элемент списка с заданным номером и т.д. Функциональный стиль использует блоки в режиме «значение» (аналоги функций в других ЯП), при этом используется рекурсия. Каждый из методов работы со списками использует свой набор блоков. На практике часто предпочтительно использование именно функционального стиля, так как в этом случае Snap! лучше оптимизирует процесс выполнения операций. На рисунках 1 и 2 представлены примеры созданных в блочном редакторе Snap! пользовательских блоков (скриптов), каждый из которых выполняет функцию удаления нечетных чисел из списка *Данные*, являющегося входным параметром. Выходной параметр блока – список, полученный из элементов с четными значениями исходного списка. Отличия – в стиле процедур и наборах блоков для работы со списками.

Рис. 1. Пример блока типа «значение» на языке Snap! в императивном стиле

Таким образом, все пользовательские блоки Snap! также являются данными (объектами первого класса). Можно трактовать их как лямбда-функции с поддержкой полных замыканий и использовать соответствующим образом. Объектами первого класса в Snap! являются и сами спрайты. Snap! поддерживает прототипный вариант ООП. Классы в явном виде не определяются, наследование происходит путем клонирования прототипа – уже имеющегося спрайта. Еще одна особенность Snap! – работа с продолжениями (точками сохранения состояния программной среды). Продолжения могут быть сохранены и использованы для перехода в некоторую указанную точку программы. При этом возможно автоматические сохранение и восстановление значений локальных переменных скриптов.

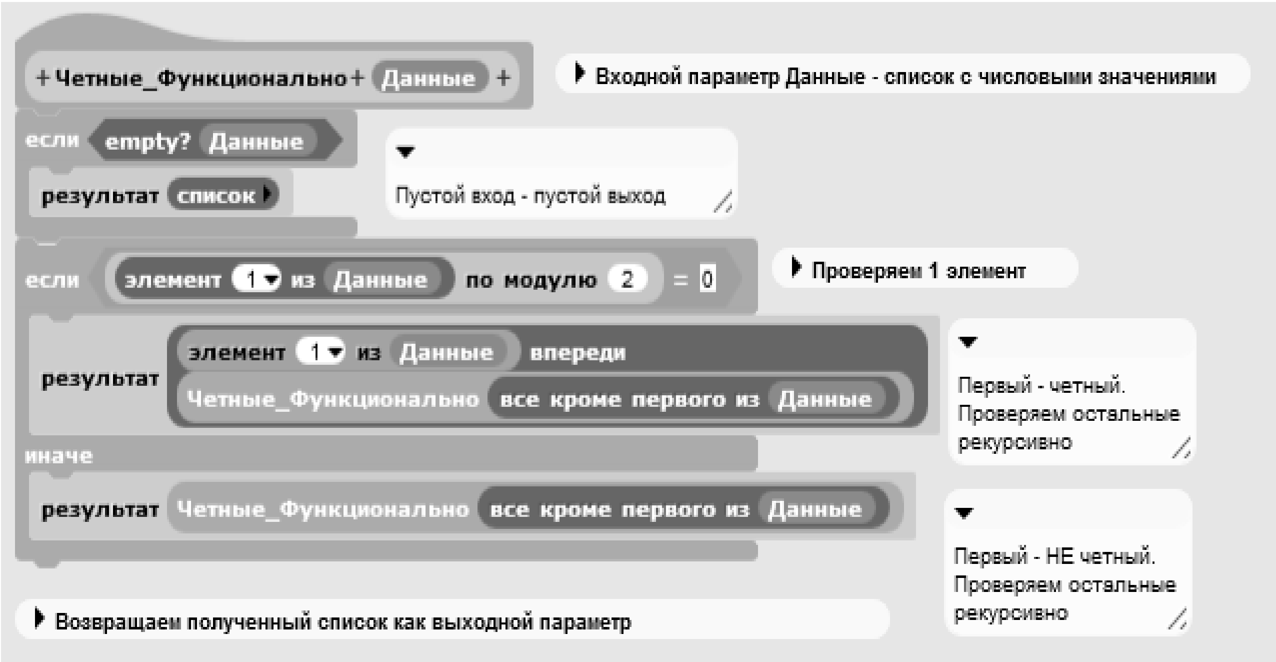


Рис. 2. Пример блока типа «значение» на языке Snap! в функциональном стиле

На рисунке 3 показаны примеры внешнего вида некоторых блоков из стандартной библиотеки для обработки объектов первого класса Snap!, которых нет в Scratch. Несмотря на то, что таких блоков не очень много, отличия в возможностях программирования в этих двух средах довольно значительны.

Приведем неполный список прочих расширений Snap!, отсутствующих в Scratch:

- Расширенные параметры собственных блоков. Поддержка режимов работы блоков “команда”, “генератор”, “значение”, “предикат”;
- Наличие дополнительной библиотеки блоков для удобства программирования;
- Поддержка вложенных (составных) спрайтов. Это удобная для анимации возможность установить связь между главным спрайтом и зависимыми спрайтами. После такой связки при движении главного спрайта зависимые спрайты будут передвигаться вместе с главным, при этом сохранится частичная управляемость зависимыми спрайтами;
- Возможность «на лету» создать новый костюм для спрайта из рисунка, прочерченного «пером» черепашки;
- Возможность указать размер «сцены» в точках (поддерживаются разрешения, большие, чем в Scratch) и установить повышенную частоту обновления сцены;
- Дополнительные инструменты отладки программ, инструменты для отображения вложенных списков и таблиц и многое другое.

Рис. 3. Стандартные блоки для обработки объектов первого класса Snap!, которых нет в Scratch

Конечно, у Snap! по сравнению со Scratch есть некоторые недостатки. Он уступает Scratch по удобству использования встроенных редакторов графики. Загрузка проектов происходит медленнее (но скорость исполнения загруженных программ примерно одинакова). Сообщество пользователей быстро растет, но пока его размеры скромнее сообщества Scratch. Обе среды имеют интерфейс для связи с различными аппаратными устройствами (например, для изучения робототехники).

В заключении рассмотрим сильные и слабые стороны блочных систем программирования.

По результатам исследований [3,5], основными положительными сторонами использования блочных сред в обучении программированию являются снижение нагрузки, связанной с изучением синтаксиса ЯП, возможность больше думать об алгоритмах программ. На начальном этапе обучения вся когнитивная нагрузка может быть снижена до восприятия набора цветных элементов, которые необходимо расставить в нужном порядке. Использование подобных сред ведет к снижению количества ошибок за счет использования типовых блоков, сочетания которых имеют предопределенный характер.

Среди недостатков можно выделить большой объем кода. С реально большими программами, представленными в виде блоков, работать проблематично. «Блочный» подход снижает скорость ввода и корректировки программ. Когда в сложном выражении нужно исправить пару символов, зачастую приходится “пересобирать” громоздкую конструкцию из блоков – в то время как при текстовом представлении программы достаточно просто перепечатать их.

Наконец, сама модель «спрайты как интерфейс» и ограниченный синтаксис блоков затрудняет выход за рамки простых учебных задач. Надо сказать, что в Snap! сделано очень многое для расширения этих рамок. Тем не менее, это всего лишь учебная среда. Она безусловно может пригодиться учащимся старших классов и даже студентам. Но в этом случае при принятии решения об использовании Snap! для обучения нужно обдумать альтернативу – работу с «настоящими» языками программирования. Некоторые сценарии использования Snap! вполне могут быть успешными (например, его изучение после курсов Scratch в младшей школе или как дополнения к курсам по промышленному языку). Более простой и имеющий большое сообщество Scratch на сегодняшний день – отличная учебная среда для первоначального обучения программированию детей и подростков, которая все больше применяется в младшей и средней школе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голиков Д.В. Знакомьтесь, это Snap! М.:Изд. решения, 2017. – 260 с.
2. В.Г. Рындак, В.О. Дженжер, Л.В. Денисова. Проектная деятельность школьника в среде программирования Scratch. Учебно-методическое пособие / Оренбургский государственный институт менеджмента. – Оренбург, 2009. – 180 с.
3. Learnable Programming: Blocks and Beyond / Communications of the ACM, June 2017, pp. 72–80.
4. Eric Roberts. Thinking Recursively ISBN 978-0471816522.
5. Mitchel Resnick, John Maloney, Andres Monroy-Hernandez and others. Scratch: programming for all / Commun. ACM 2009.

УДК 378.147:004; 378.018.43

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ СТУДЕНТАМ ВУЗА

Андрей Александрович Гусаров
Тверской государственный технический университет, Тверь
E-mail: Gusarov-A-A@yandex.ru

Александр Анатольевич Голубев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Golubev.AA@tversu.ru

Игорь Александрович Гусаров
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: iagusarov@gmail.com

Ключевые слова: eLearning, средства электронного обучения, методика дистанционного обучения, информатика.

Аннотация. В работе анализируются результаты многолетнего применения средств электронного обучения на базе Moodle v 2.8.7+ при изучении дисциплины «Информатика» базовой части Блока 1 направления подготовки бакалавров 08.03.01 Строительство в Тверском государственном техническом университете.

Введение. В современном образовании большое значение уделяется применению различных электронных средств обучения (eLearning) [1, 2]. Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования (ФГОС) в требованиях к условиям реализации образовательных программ предусматривают [1, раздел VII] обязательное применение электронной информационно-образовательной среды (далее ЭИОС) организации.

В Тверском государственном техническом университете (далее ТвГТУ) с 2009 года успешно функционирует электронная информационно-образовательная среда (ЭИОС) на базе системы электронного обучения Moodle [3]. Однако имеется ряд вопросов по практическому использованию eLearning в вузе. В статье описывается опыт применения электронных средств обучения на базе компонентов электронной информационно-образовательной среды ТвГТУ.

Средства электронного обучения эффективно используются в вузах для преподавания как естественнонаучных, так и гуманитарных дисциплин. Особенно удобно и целесообразно их применение на занятиях по информатике, т.к. выполнение лабораторных работ ведется на компьютерах с доступом в интернет.

Многолетний опыт таких занятий, по оценке авторов, дал следующие результаты:

- Средний балл успеваемости по группам вырос в среднем на 0,5.
- Объем материала, изучаемого в течение года, увеличился при уменьшении часов лекционных занятий в 2 раза.
- Взаимодействие студентов и преподавателя качественно увеличилось по времени за счет работы с электронным курсом, переписке по мессенджеру, проведения вебинаров.

Мнение студентов по этому вопросу следующее: 80% высоко оценивают эффективность использования электронных средств обучения на занятиях информатики и 9% считают их неэффективными (см.табл.1). В ходе анкетирования все желающие отвечали на вопрос: «На ваш взгляд электронные средства обучения эффективны как дополнительный источник получения знаний по предмету?». Опросы студентов проводились 4 года подряд после экзамена по дисциплине посредствам электронного тестирования.

Таблица 1. Результаты опроса студентов об эффективности электронных средств обучения

Варианты ответов	13/14-14/15 уч.гг.	16/17-17/18 уч.гг.	Среднее
Крайне эффективны	25,8%	15,1%	20,4%
Скорее эффективны	52,8%	66,0%	59,4%
Затрудняюсь ответить	12,6%	9,4%	11,0%
Скорее неэффективны	6,9%	7,5%	7,2%
Крайне неэффективны	1,9%	1,9%	1,9%

На данный момент у студентов ТвГТУ есть возможность использовать в образовательном процессе следующие средства электронного обучения на базе основных компонентов ЭИОС:

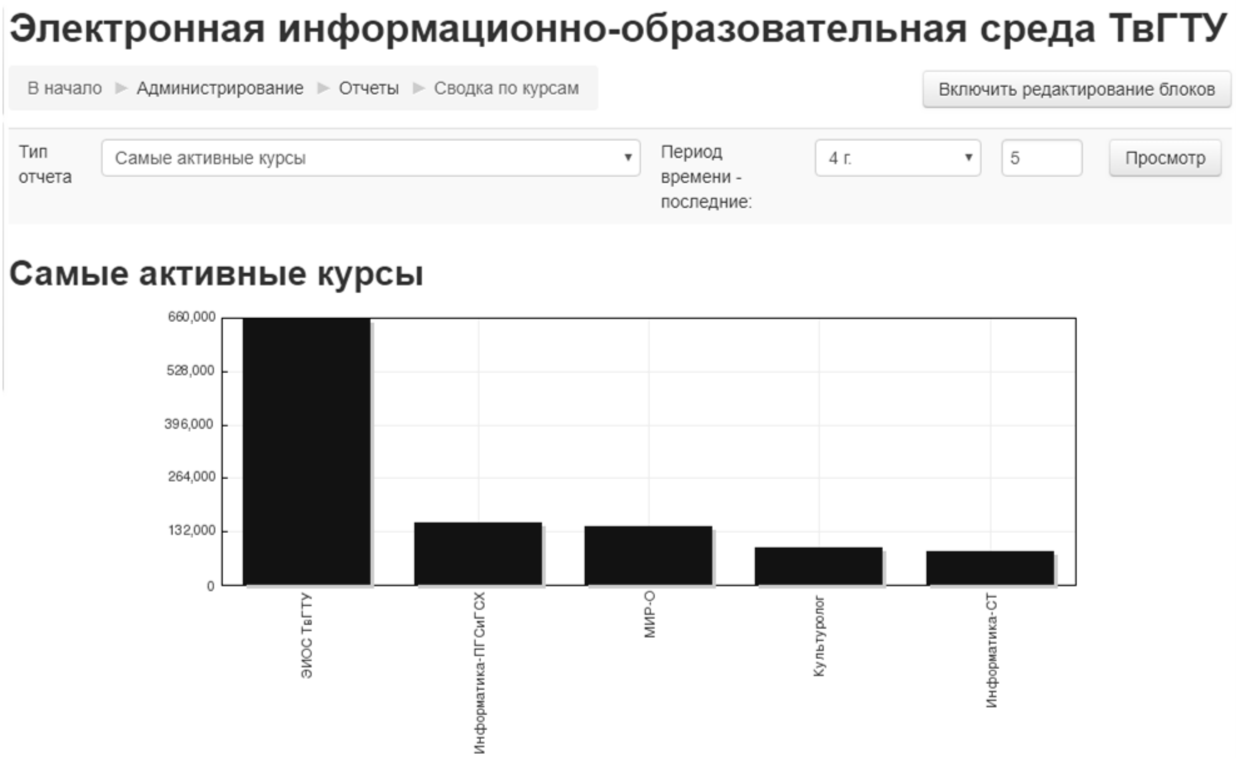
- Официальный сайт ТвГТУ
- Образовательный Интернет-портал
- Среда электронного обучения Moodle
- Платформа для проведения видеоконференций (вебинаров)
- База данных учебно-методических комплексов дисциплин
- Электронно-библиотечная система ТвГТУ
- Электронно-библиотечные системы сторонних организаций
- Сайт зональной научной библиотеки ТвГТУ
- Распределенный каталог научных публикаций ТвГТУ
- База данных нормативно-технической документации "Технорматив"
- Правовые электронные базы данных "Консультант Плюс" и "Гарант"
- Виртуальные лаборатории, тренажеры, имитаторы оборудования
- Система анкетирования сотрудников и обучающихся
- Система формирования электронного портфолио обучающихся

Рассмотрим место этих компонентов в образовательном процессе на примере преподавания информатики студентам первого курса строительных специальностей очной формы обучения за последние четыре учебных года.

Использование учебного курса Moodle

Универсальным средством электронного обучения является электронный учебный курс. Его популярность у студентов обусловлена прежде всего полнотой набора всех необходимых для изучения конкретной дисциплины средств и материалов. Своеобразная социальная сеть с ограниченным числом участников, которые решают одинаковые задачи. Например, учебный курс Moodle по информатике «Информатика – ПГСиГСХ» (преподаватель –

Гусаров А.А.) возглавляет рейтинг самых активных курсов ТвГТУ за последние 4 года (см.рис.1).



Учебный курс	Элемент курса	Пользователи	Активность на одного пользователя
Информатика-ПГСиГСХ	126 777	237	534,92

Рис. 1. Рейтинг самых активных курсов ТвГТУ за последние 4 года

Учебный курс Moodle (см.рис.2) существенно расширяет и упрощает возможности студентов по использованию различных средств обучения, т.к. сам состоит из набора всевозможных электронных средств и ресурсов [5]. Благодаря такому курсу, доступ, например, к заданиям, лекционным и методическим материалам всегда открыт. Нет надобности идти в библиотеку или искать книги в интернете, все подобрано преподавателем максимально по теме. Причем, теория может быть «упакована» не только в текстовых файлах, но и оформлена в виде элемента курса «Лекция» (более правильное название «Урок»). И тогда студенты получают качественный конспект преподавателя по заданной теме со всевозможными навигационными и дизайнерскими решениями. Прохождение такой Лекции своего рода квест, который можно ограничить по времени и/или назначить ему определенное время старта. Встроенные в Лекцию вопросы различного типа не только выполняют обучающую и контролирующую функции, но и помогают выстраивать индивидуальную траекторию обучения. Например, если ответ не верен, то доступ к следующей части материала закрывается и нужно перечитать предыдущие страницы или какую-то конкретную. Плюс ко всему за прохождение Лекции студент получает балл, начисленный системой автоматически по результатам его ответов и попыток. Преподавателю нет необходимости проверять студента, а студент видит свой реальный уровень освоения материала.

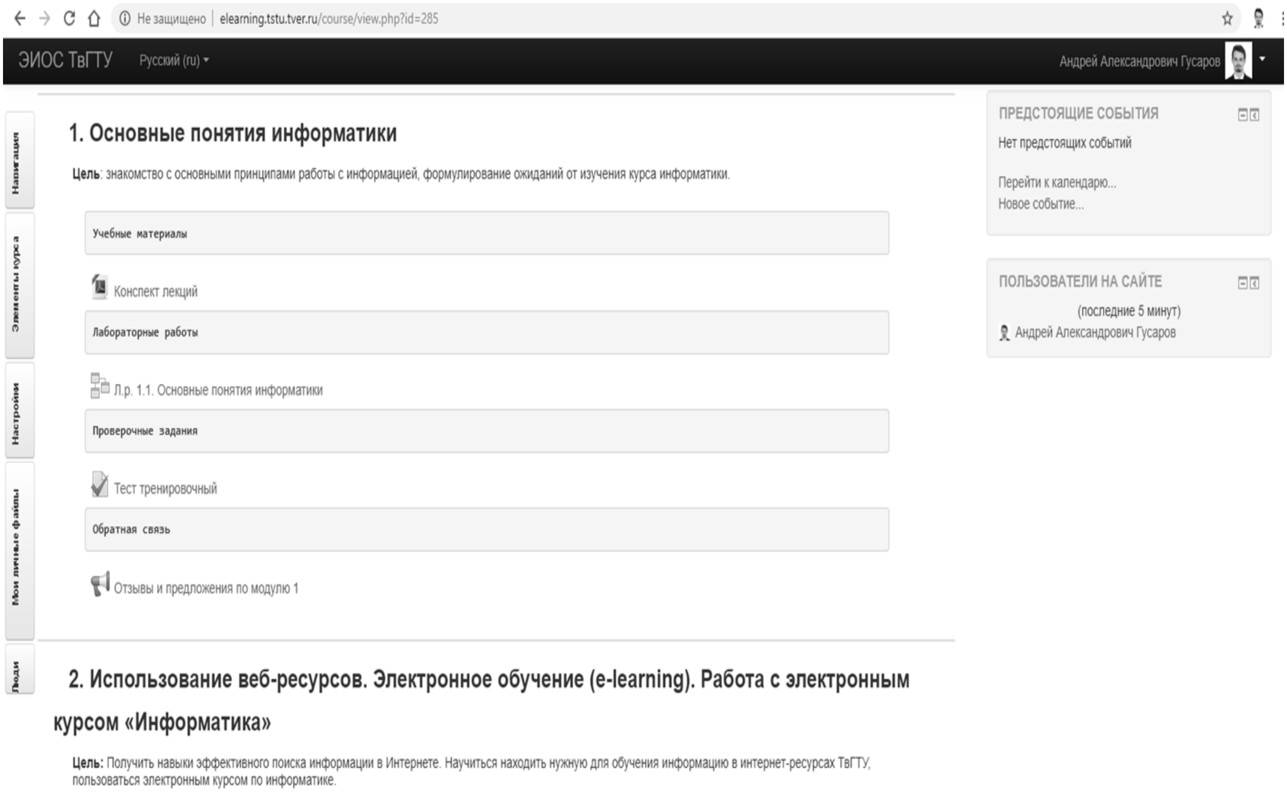


Рис. 2. Вид учебного курса Moodle «Информатика – ПГСиГСХ»

Из самых распространенных элементов учебного курса следует особо выделить Задание и Тест. С помощью Задания осуществляется очень качественное взаимодействие студентов и преподавателя. Студент получает формулировку и описание работы, а в ответ присылает результат ее выполнения. Форма выполнения работ может быть самой разнообразной: ответ в виде файла, в виде текста или вне курса. Преподаватель проверяет работы и выставляет оценки. Причем как одна, так и другая сторона могут выполнять это в удобное время. Тест же оценивается автоматически системой сразу после его прохождения. Все результаты, оценки и комментарии сохраняются в базе.

Также широко применяется в рамках учебного курса вебинар, как форма взаимодействия учитель-ученик, который частично может заменить традиционную лекцию в аудитории. Согласуется время, удобное для большинства участников образовательного процесса, и в прямом эфире преподаватель рассказывает тему, используя электронную презентацию. В процессе вебинара желающие могут задавать вопросы, брать слово и переписываться в чате. Результаты многократного анкетирования участников вебинаров позволяют сделать вывод, что такая форма взаимодействия имеет высокую оценку эффективности и удобства среди студентов.

Мы рассмотрели лишь самые крупные элементы учебного курса. Еще в арсенале у преподавателя имеются: Календарь, Форум, Сообщения (встроенный мессенджер), Гиперссылка, Глоссарий, Книга и т.д. Все эти средства и возможности учебного курса, умелое их применение делают его эффективным и удобным как для преподавателя, так и для студентов. Результаты опроса студентов говорят сами за себя (см.рис.3) – 89% участников анкетирования дали положительный ответ на вопрос «Как Вы считаете, электронный курс способствовал освоению учебного материала по информатике?».

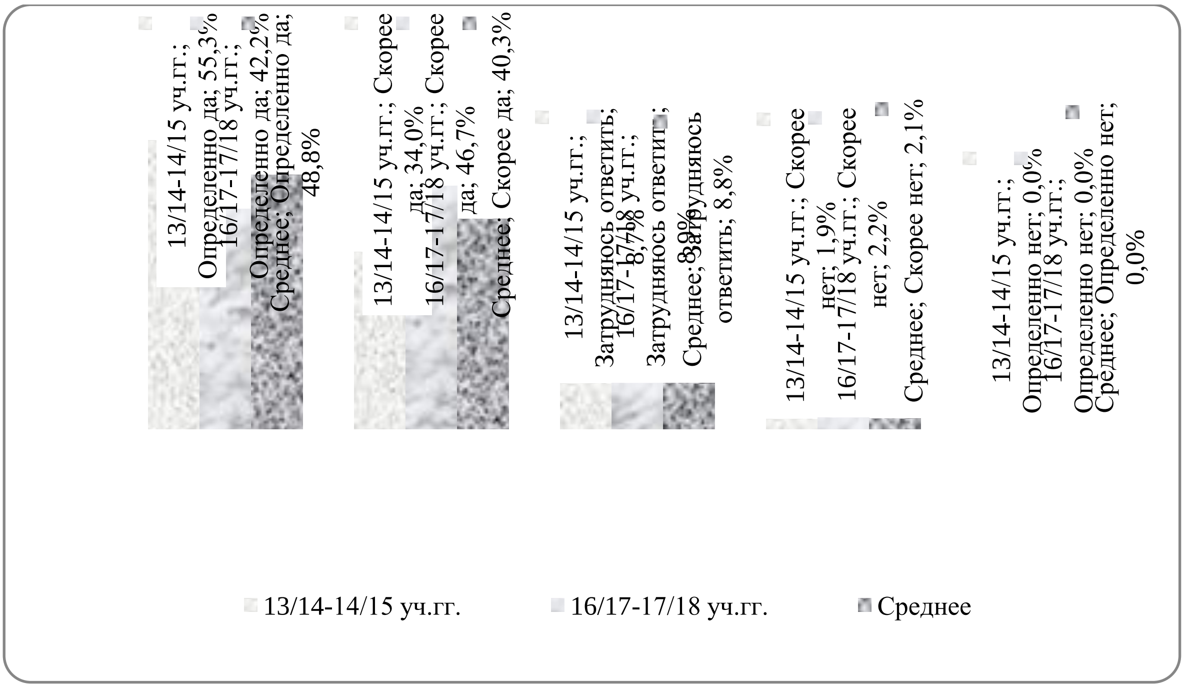


Рис. 3. Результаты опроса студентов на предмет эффективности использования учебного курса по информатике

Плюс ко всему все оценки, комментарии, файлы с работами и ответы хранятся на курсе сколь угодно долго и составляют электронный документ. А преподаватель может работать с электронной ведомостью группы и формировать различные отчеты в электронной форме.

Заключение. Применение средств электронного обучения становится все более актуальной задачей для преподавателей вуза. Она обусловлена рядом причин:

- Потребность современных студентов в быстром доступе к электронным материалам по дисциплине.
- Появившиеся широкие возможности предоставления студентам доступа к обширным объемам материалов по дисциплине, их систематизация и оптимизация.
- Понятная и удобная для студентов форма подачи учебного материала.
- Необходимость быстрого изменения содержания дисциплины в соответствии с новыми научными достижениями.

- Необходимость использования компьютера в процессе проведения лабораторных работ.
- Информатизация образования в целом.
- Освобождение преподавателя от рутинных операций.
- Необходимость в отслеживании динамики обучения и развития студента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральные государственные образовательные стандарты. Режим доступа: http://government.ru/department/33/events/ – Загл. с экрана.
2. Порядок применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ (Приказ Минобрнауки РФ от 23.08.2017 г. № 816): Режим доступа: http://cdokp.tstu.tver.ru/site.services/download.aspx?act=1&dbid=marcmain&did=103317 – Загл. с экрана.
3. Иванов, В.К. Концептуальные особенности электронной информационно-образовательной среды университета / ТвГТУ // Саморазвивающаяся среда технического вуза: научные исследования и экспериментальные разработки. Ч. 3. Материалы Всероссийской научно-практической конференции, 15 апреля 2016 г. – Тверь, 2016. – С. 3-7. Режим доступа: http://cdokp.tstu.tver.ru/site.services/download.aspx?act=1&dbid=marcmain&did=114401 – Загл. с экрана.
4. Иванов, В.К. Инновации в электронной информационно-образовательной среде университета: статья / Иванов, В.К., Белов, В.В. // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2018: сб. тр. междунар. науч.-техн. форума. – Рязань, 2018. – Т. 9. – С. 22–26. Режим доступа: http://cdokp.tstu.tver.ru/site.services/download.aspx?act=1&dbid=marcmain&did=13230 - Загл. с экрана.
5. Проектирование дистанционного курса на платформе Moodle 2.7. Учебно-методическое пособие / Составитель А.В. Худякова. – Пермь, ПГГПУ, 2014. – 32 с. Режим доступа: http://moodle.pspu.ru/pluginfile.php/485/mod_resource/content/7/ПРОЕКТИРОВАНИЕ_ДИСТАНЦИОННЫХ_КУРСОВ.pdf – Загл. с экрана.

УДК 377.8

ИСТОРИЯ КАФЕДРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА (КГУ, КГПИ) С 1938 ПО 1984 ГОДЫ

Анатолий Иванович Гусев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Gusev.AI@tversu.ru

Ключевые слова: *Калининский педагогический институт, Калининский государственный университет, кафедра математического анализа, Алексей Иванович Маркушевич, Павел Петрович Коровкин, Владимир Николаевич Никольский, Александр Моисеевич Рубинов, Владимир Георгиевич Шеретов.*

Аннотация. В статье содержится описание истории кафедры математического анализа в период с 1938 по 1984 годы.

История Тверского государственного университета достаточно подробно изложена в исторических очерках о Тверском государственном университете, издаваемых с 50-х годов прошлого века. В этой статье мы попытаемся более подробно восстановить историю возникновения и развития кафедры математического анализа математического факультета университета с момента её образования в октябре 1938 года до 1984 года.

Отметим, что процесс развития кафедры не являлся непрерывным и равномерным. В обозначенном промежутке времени мы выделяем три периода деятельности кафедры, которые связаны с конкретными личностями – заведующими кафедрой. Именно эти люди и именно в эти периоды внесли наибольший вклад в становление и развитие кафедры математического анализа. Считаем, что эта информация может быть полезной для понимания деятельности и оценки работы кафедры.

Основными источниками получения информации являются следующие.

- Архивные источники:
  - Государственный архив Тверской области (ГАТО), фонд Р-1213;
  - Тверской центр документации новейшей истории (ТЦДНИ), фонд 2981.
- Архивы кафедры математического анализа.
- Личные архивы сотрудников кафедры, математического факультета и университета.

1. Возникновение кафедры математического анализа в Калининском государственном педагогическом институте. 1938–1947. Время Алексея Ивановича Маркушевича

В начале 1937-1938 учебного года в Калининский педагогический институт им. М. И. Калинина пришел на работу Алексей Иванович Маркушевич. На тот момент ему было 26 лет, а основным местом его работы была кафедра математического анализа Московского государственного университета. В 1934 году Алексей Иванович защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, в 1938 году ему было присвоено учёное звание доцента по кафедре математического анализа МГУ.

Здесь уместно напомнить об истории учёных степеней и учёных званий. В 1918 году советская власть отменила учёные степени и звания для научных работников и преподавателей высшей школы, принятые в дореволюционной России. В 1934 году были введены двухступенчатая классификация для учёных степеней (кандидата наук и доктора наук) и учёных званий (доцента, профессора), определён перечень специальностей, по которым присваивались учёные степени, включавший учёные степени кандидата и доктора физико-математических наук. От соискателя учёной степени требовалось подготовить научную работу (диссертацию), основные результаты которой должны были быть опубликованы в открытых изданиях (в настоящее время из установленного списка). Учёная степень присваивалась по результатам проведения специальной публичной процедуры (защиты диссертации).

Документальным подтверждением учёной степени и учёного звания стали соответственно диплом кандидата (доктора) наук и аттестат доцента (профессора). Эти документы утверждала созданная тогда же высшая аттестационная комиссия (ВАК). Заработная плата для научных работников и преподавателей высшей школы стала зависеть от наличия учёной степени и учёного звания.

Алексей Иванович Маркушевич был одним из первых российских математиков, которые имели диплом кандидата наук и аттестат доцента, и одним из первых, а возможно и первым, дипломированным преподавателем в Калининском педагогическом институте.

В КГПИ Алексей Иванович был принят на должность доцента кафедры высшей математики физико-математического факультета. Заведующим этой кафедрой был в то время Владимир Модестович Брадис. Уже в марте 1938 года Алексей Иванович был утвержден в должности заведующего кафедрой высшей математики, а в октябре того же года на физико-математическом факультете организована новая кафедра, кафедра математического анализа, и первым заведующим этой кафедрой стал Алексей Иванович Маркушевич. Именно с этого момента – октябрь 1938 года – мы начинаем отсчитывать историю кафедры математического анализа Калининского педагогического института (в дальнейшем Тверского госуниверситета). Кроме того, именно с этого момента началось развитие математической науки и математического образования в Калинине (Твери). В следующих разделах мы расскажем еще о нескольких личностях, сыгравших значительную роль в истории развития нашей кафедры. Алексей Иванович Маркушевич является первой такой личностью.

Кстати сказать, рассматриваемый период относится к началу творческой деятельности Алексея Ивановича, послужной список которой очень обширен, многогранен и значителен.

В 1944 году Алексей Иванович защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. В 1946 году получил учёное звание профессора. К этому времени полностью определился круг его научных интересов – это различные разделы теории функций комплексной переменной. Широко известна его многократно переиздававшаяся книга «Теория аналитических функций» – наиболее значительное и обширное сочинение в этой области математических знаний.

Другой частью сферы творческой деятельности Алексея Ивановича Маркушевича являлась работа в системе Академии педагогических наук (АПН) и в системе образования Министерства просвещения РСФСР. В 1945 году он был избран членом-корреспондентом Академии педагогических наук РСФСР, в 1950 году стал действительным членом (академиком) АПН РСФСР и её вице-президентом (с 1950 по 1958 гг. и с 1964 по 1967 г.), в 1958-1964 годах был заместителем министра просвещения РСФСР.

Алексей Иванович являлся сторонником реформы преподавания математики в школе (1960–1970-е годы). Он руководил комиссией Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР, которая определяла содержание образования в средней школе, разрабатывал теорию школьного учебника, принимал участие в создании новых школьных учебников по математике, занимался вопросами усовершенствования подготовки школьных учителей математики.

Алексей Иванович был инициатором и организатором серий книг «Популярные лекции по математике», «Библиотека учителя» и автором нескольких книг из этих серий, а также инициатором и редактором пятитомного издания «Энциклопедия элементарной математики».

Алексей Иванович известен также как автор исследований по истории математики. Один из результатов этой деятельности книга – Маркушевич А. И. Очерки по истории теории аналитических функций. – 1951. – 127 с.

Рассматриваемый в этом разделе промежуток времени содержит период Великой Отечественной войны, поэтому, найденные архивные данные весьма неполны и ограничены. Известно, что два сотрудника кафедры всю войну провели на фронте. Это аспирант Николай Алексеевич Давыдов и доцент Павел Петрович Коровкин. Ниже мы приводим список кафедры высшей математики на март 1938 г. и список кафедры математического анализа на октябрь 1938 г. Дальнейшие найденные списки относятся к концу сороковых годов и соответствуют следующему периоду развития кафедры.

Состав кафедры высшей математики на март 1938 г.

	ИОФ	должность	степень, звание	год рожд.	стаж	парт.	образование
1	Алексей Иванович Маркушевич	зав. каф., профессор	к.ф.м.н., доцент	1908	3	б/п	Среднеазиат.ун-т, г.Ташкент, 1930. аспирантура МГУ
2	Владимир Модестович Брадис	профессор		1890	18	б/п	СПБ ун-т, 1915.
3	Сергей Васильевич Воронин	доцент			13	б/п	Моск. ун-т, 1906
4	Михаил Иванович Иванов	доцент			8		МГУ, 1920
5	Андрей Иванович Иванов	ассистент			4		КГПИ, 1926
6	Виктор Васильевич Зяблицкий	ассистент			5		МГПИ, 1934

7	Мария Васильевна Данилова	ассистент			7		КГПИ, 1932
8	Илья Андреевич Засыпкин	ассистент			15		1-е Московские курсы земледелия, 1913
9	Софья Георгиевна Куликова	преподаватель					МГУ, 1936
10	Ростислав Федорович Десслер	ассистент		1902	6		КГПИ, 1928

Состав кафедры математического анализа на октябрь 1938 г.

	ИОФ	должность	степень, звание	год рожд.	стаж	парт.	образование
1	Алексей Иванович Маркушевич	заведующий кафедрой, профессор	к.ф.м.н., доцент	1908	3		Среднеазиат.ун-т, г. Ташкент, 1930 г. аспирантура МГУ
2	Н. В. Селиванов	доцент				б/п	МГУ, 1924
3	Андрей Иванович Иванов	ассистент			4		КГПИ, 1926
4	Татьяна Васильевна Масленникова	ассистент		1911			КГПИ 1931

Одним из важнейших результатов деятельности Алексея Ивановича на кафедре математического анализа стало то, что за время своей работы он подготовил двух аспирантов, выпускников КГПИ, защитивших кандидатские диссертации сразу после окончания аспирантуры. Это Владимир Николаевич Никольский и Николай Алексеевич Давыдов. О первом из них будет рассказано в третьем разделе.

2. 1947–1958 годы. Время Павла Петровича Коровкина

Павел Петрович Коровкин пришел на кафедру математического анализа в 1939 году после окончания аспирантуры и защиты кандидатской диссертации в Ленинградском университете. На кафедре стало два дипломированных специалиста, что было большим достижением для провинциального ВУЗа того времени. Летом 1941 года Павел Петрович добровольцем ушел на фронт. Он начал войну в должности командира огневого взвода одного из зенитных дивизионов Западного фронта, а закончил в должности старшего помощника начальника противовоздушной обороны Дальневосточного фронта в войне с Японией. После демобилизации в феврале 1946 года Павел Петрович возвращается на должность доцента кафедры математического анализа КГПИ. В 1947 году он защищает докторскую диссертацию, в 1948 году получает учёное звание профессора. В феврале 1947 года с кафедры уходит Алексей Иванович Маркушевич, оставив своим преемником в должности заведующего кафедрой Павла Петровича. С этого момента начинается второй ключевой период развития кафедры. В первую очередь он характеризуется тем, что на кафедре ежегодно стали появляться новые аспиранты и в течение первых 15 лет (начиная с 1946 года) ими руководил Павел Петрович Коровкин.

Вся научная деятельность Павла Петровича Коровкина связана с теорией приближения функций. Его научным руководителем был академик Владимир Иванович Смирнов, который поставил ему задачу для кандидатской диссертации по теории приближений и, таким образом, определил тематику дальнейшей научной деятельности. Наиболее известный результат, теорему П. П. Коровкина о трёх функциях, после публикации которой Павел Петрович получил мировую известность, называют главным результатом теории приближений 20-го века (её называют также «Ядром Коровкина»). Павел Петрович получил эту теорему в то время, когда работал заведующим кафедрой математического анализа КГПИ. В 1959 году он опубликовал монографию «Линейные операторы и теория приближений» с изложением новых замечательных результатов. Она породила большое число исследований, которыми сразу стали заниматься, в том числе, многочисленные ученики Павла Петровича, и продолжают заниматься в наше время.

Состав кафедры математического анализа КГПИ в этот период был немногочисленным и устойчивым.

В 1949-1950 гг. кафедра работала в следующем составе.

	ИОФ	должность	степень, звание	год рожд.	образо-вание
1	Павел Петрович Коровкин	зав. каф., профессор	д. ф.-м. н. профессор	1913	ЛГУ
2	Владимир Николаевич Никольский	ст. препо-даватель	к. ф.-м. н.	1923	КГПИ 1944
3	Николай Алексеевич Давыдов	препода-ватель	к. ф.-м. н.	1917	КГПИ
4	Шулим Ийолович Могилевский	препода-ватель		1917	Казахский гос. ун-т
5	Татьяна Васильевна Масленникова	препода-ватель		1911	КГПИ 1931
6	Ростислав Фёдорович Десслер	ст. препо-даватель		1902	КГПИ

В 1950-1951 учебном году ушли с кафедры последние два человека из предыдущей таблицы и появился новый сотрудник.

7	Раиса Васильевна Невструева	ассистент			КГПИ

В 1951-1952 и 1952-1953 учебных годах состав кафедры был тем же, что и в 1950-1951 учебном году.

С 1954-1955 по 1956-1957 учебные годы кафедру образовывали четыре человека.

	ИОФ	должность	степень, звание	год рожд.	образо-вание
1	Павел Петрович Коровкин	зав. каф., профессор	д. ф.-м. н. профессор	1913	ЛГУ
2	Владимир Николаевич Никольский	ст. препо-даватель	к. ф.-м. н.	1923	КГПИ 1944
3	Николай Алексеевич Давыдов	препода-ватель	к. ф.-м. н.,	1917	КГПИ
4	Шулим Ийолович Могилевский	препода-ватель		1917	Казахский гос. ун-т

Наконец, в 1957-1958 учебном году состав кафедры увеличился на два человека. Это были Виктор Алексеевич Баскаков и Виктор Ильич Волков.

Физико-математический факультет имел два отделения – математики и физики. Кроме того, на каждом отделении имелась заочная форма обучения. Учебная работа преподавателей кафедры включала следующие виды работ:

- курсы лекций по математическому анализу на отделениях математики и физики;
- практические занятия по курсу математического анализа также на отделениях математики и физики;
- специальные курсы и специальные семинары;
- руководство курсовыми работами;
- выезды на консультационные пункты для работы со студентами заочного отделения. (Консультационные пункты располагались в некоторых районных центрах области.)

Заметим, что в учебном плане педагогических институтов не было дипломной работы. Квалификация выпускнику присваивалась по текущей успеваемости и государственным экзаменам. Экзаменов было три: специальность (в соответствии с факультетом или отделением), одна из общественных дисциплин, педагогика и методика предмета. В некоторых отдельных случаях по рекомендации заведующего кафедрой Учёный совет факультета мог разрешить выпускнику заменить государственный экзамен по специальности на защиту дипломной работы.

Приведенный перечень видов работ показывает, в частности, что в каждом из первых трёх-четырех семестров одновременно читались четыре курса математического анализа. Нагрузка членов кафедры, особенно в периоды, когда на кафедре было всего четыре человека, была очень напряженной. Большую помощь кафедре оказывали аспиранты Павла Петровича, которые выполняли значительную часть кафедральной нагрузки.

Мы выделяем здесь две группы аспирантов Павла Петровича. В первую группу отнесены аспиранты кафедры математического анализа КГПИ, которыми Павел Петрович руководил во время работы заведующим нашей кафедрой. Информация об этих аспирантах приведена в следующей таблице.

	ИОФ	год рожд.	образо-вание	годы обучения в аспирантуре	дата защиты
1	Александр Наумович Шеншев	1920	КГПИ	01.11.1946 – 01.11.1949	
2	Анатолий Сергеевич Жекулин	1921	КГПИ	1948 –(?)	
3	Виктор Алексеевич Баскаков		КГПИ	01.10.1950 – 01.10.1953	1955
4	Галина Никитична Виноградова		КГПИ	01.10.1950 – 01.10.1953	
5	Владимир Михайлович Манихин		КГПИ	01.10.1950 – 01.10.1953	
6	Исаак Маркович Шапиро		КГПИ	01.10.1950 – 01.10.1953	

7	Виктор Ильич Волков		КГПИ	1952 – 1955	1955
8	В.С. Зыкова		КГПИ		
9	Эдуард Николаевич Морозов		КГПИ	1953 – 1957	1958 (?)
10	Леонид Михайлович Зыбин		КГПИ	10.1953 – 10.1956	23.05.1968
11	Геннадий Аркадьевич Смирнов		КГПИ	1955 – 1958	2.07.1959

Ко второй группе отнесём аспирантов кафедры математического анализа, которыми Павел Петрович руководил в более поздние периоды. Информация об этих аспирантах приведена ниже.

	ИОФ	год рожд.	образо-вание	годы обучения в аспирантуре	дата защиты
1	Николай Борисович Тихомиров		КГПИ	09.1965 – 09.10.1968	14.11.1968
2	Вера Ивановна Андронова		КГПИ	10.1966 –10.1969	08.05.1969
3	Владимир Викторович Глуздовский		КГПИ	1969 – 1972	26.06.1973
4	Юрий Георгиевич Абакумов		КГПИ	1969 – 10.1973	27.12.1973
5	Виктор Фёдорович Ильин		КГПИ	10.1966 –10.1969	
6	Лев Яковлевич Каренин		КГПИ	10.1968 –10.1971	
7	Лев Борисович Менделевич		КГПИ	10.1968 –10.1971	
8	Владимир Петрович Сорокин		КГПИ	1971 – 1974	

В рассматриваемый период времени было принято, чтобы аспиранты кафедры присутствовали на заседаниях кафедры. Эти списки показывают, что нередко на заседаниях кафедры аспирантов присутствовало больше, чем преподавателей. При этом аспиранты должны докладывать не только результаты своей научной работы, но результаты учебной работы со студентами. Кроме того, как правило, одним из вопросов заседания кафедры было либо научное сообщение одного из преподавателей или аспирантов (не обязательно связанное с научной тематикой кафедральной работы), либо изложение вопроса математического анализа, не предлагаемого в стандартном курсе анализа для студентов, или вопроса методики преподавания математического анализа. Вопросы методики больше всего любил предлагать Павел Петрович, и эти вопросы всегда вызывали живое обсуждение.

Помимо очень большого числа научных статей и сообщений, Павел Петрович Коровкин опубликовал упомянутую уже монографию – «Линейные операции и теория приближений» (1959 г.), учебник – «Математический анализ» (в двух томах 1972, 1974 гг.), учебник – «Определённые интегралы и ряды», «Сборник задач по математическому анализу», написанный в соавторстве с Н. А. Давыдовым и В. Н. Никольским и переведённый на иностранные языки. Павел Петрович участвовал в написании серии брошюр для педагогов и старших школьников "Популярные лекции по математике", инициатором издания которой был Алексей Иванович Маркушевич. Одна из его брошюр «Неравенства» также переведена на иностранные языки.

Павел Петрович Коровкин работал заведующим кафедрой математического анализа КГПИ 11 лет. В 1958 году он был приглашен на должность заведующего кафедрой высшей математики Московского автодорожного института, МАДИ, (вместе с ним кафедру покинул Виктор Алексеевич Баскаков), где проработал до 1970 года. В 1970-1985 годах он работал заведующим кафедрой математического анализа Калужского педагогического института. Во время работы в Москве и Калуге Павел Петрович продолжал сотрудничать с Калининским пединститутом (Калининским университетом).

3. 1960 – 1984 годы. Время Владимира Николаевича Никольского

3.1. Владимир Николаевич Никольский

Владимир Николаевич Никольский родился через пять с половиной лет после образования Тверского пединститута (3 марта 1923 г.). Его отец, Николай Дмитриевич Никольский, был одним из инициаторов образования и первым ректором этого института. В 1944 году Владимир Николаевич окончил Тверской пединститут, в 1947 году – аспирантуру при кафедре математического анализа этого института под руководством Алексея Ивановича Маркушевича и до последних дней своей жизни работал в этом институте (потом университете) на кафедре математического анализа, пройдя все ступени преподавательских должностей от ассистента до заведующего кафедрой, декана факультета и проректора. Вся жизнь Владимира Николаевича Никольского связана с Российской образовательной средой, Калининским педагогическим институтом (университетом) и кафедрой математического анализа, заведующим которой он являлся с 1960 по 1975 годы. Впоследствии должность заведующего кафедрой математического анализа занимали его ученики – Людмила Александровна Маркова (1976-1981 годы) и Анатолий Иванович Гусев (2004-2015 годы).

Научная работа Владимира Николаевича Никольского, как и Павла Петровича Коровкина, связана с вопросами теории приближения. Отличие состояло в том, что Владимир Николаевич занимался теорией приближений в абстрактных пространствах, а Павел Петрович в пространствах непрерывных функций, общее в том, что и тот и другой были одними из первых математиков, применивших в теории приближений аппарат и терминологию функционального анализа.

Основными результатами теории приближений, которые получил Владимир Николаевич Никольский, являются следующие.

- Критерий элемента наилучшего приближения при аппроксимации элементами выпуклого множества в линейном нормированном пространстве (первый, отличный от известного следствия теоремы Хана-Банаха).
- Необходимое условие (рефлексивность исходного линейного нормированного пространства) в обобщенной проблеме Бернштейна о существовании элемента такого пространства, расстояние которого до

каждого из семейства заданных подпространств (выпуклых множеств) равно члену заданной последовательности действительных чисел. Дальнейшие продвижения в решении этой проблемы получены учениками Владимира Николаевича.

Владимир Николаевич Никольский принимал участие в работе многих российских и международных конференций, в том числе выступал с докладами на 3-м и 4-м всесоюзном математических съездах, 1-й и 2-й всесоюзной конференциях по конструктивной теории функций, международных конференциях по теории приближения функций, проведенных в Калуге (1975 и 1983 годы). В 1970 году в Калининском педагогическом институте прошла международная конференция «Применение функционального анализа в теории приближений», организатором которой был Владимир Николаевич.

По инициативе Владимира Николаевича, начиная с 1973 года, на кафедре математического анализа ежегодно выходит межвузовский сборник научных трудов «Применение функционального анализа в теории приближений». Наличие этого сборника сразу облегчило и ускорило процесс публикации аспирантов и сотрудников кафедры, а также сотрудников всего математического факультета. В течение первых десяти лет Владимир Николаевич был главным редактором этого сборника. Сборник издаётся и в настоящее время. В этом году в плане изданий кафедры 40-й выпуск.

С начала 60-х годов Владимир Николаевич был постоянным автором российского реферативного журнала «Математика» и реферативного журнала США «Mathematical Revues». Благодаря этому последний был доступен в факультетском кабинете математики.

Кроме должности заведующего кафедрой с 1964 по 1974 годы Владимир Николаевич занимал должность проректора по научной работе КГПИ и с 1976 по 1983 годы – должность декана математического факультета. За время его деятельности в должности проректора последовательно были организованы три специализированных ученых совета по присуждению ученой степени кандидата наук. Первый учёный совет (1967-1969 гг.) имел довольно широкую специализацию, он мог принимать к защите диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, педагогических наук, филологических наук, исторических наук и философских наук. В этом совете защитились шесть аспирантов кафедры математического анализа – три ученика П. П. Коровкина, три – В. Н. Никольского, один сотрудник кафедры методики преподавания математики и элементарной математики. Второй и третий учёный советы (1970-1972 и 1972-1975 гг.) обладали более узкой специализацией. Второй имел право принимать к защите диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям «Математический анализ» и «Физика твердого тела» и ученой степени кандидата педагогических наук по специальности «Методика преподавания математики». В этом совете защитились два аспиранта кафедры математического анализа – ученица В. Н. Никольского и ученик В. И. Волкова. Третий учёный совет имел право принимать к защите диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям «Функциональный анализ» и «Алгебра и теория чисел». В этом совете защитились семь аспирантов кафедры математического анализа – два ученика П. П. Коровкина, одна ученица и два ученика В. Н. Никольского и две ученицы А. М. Рубинова. Об Александре Моисеевиче Рубинове будет рассказано ниже.

Деятельность Владимира Николаевича Никольского в должности проректора сыграла значительную роль в основании и развитии издательского дела в нашем ВУЗе. В пединституте был создан редакционно-издательский отдел, установлено типографское оборудование, кафедры и отдельные сотрудники получили возможность выпускать научные труды, учебные пособия и другие виды документации.

В 1964 году в учебном плане педагогических институтов впервые появился учебный курс, связанный с электронно-вычислительными машинами. Курс был определен на кафедру математического анализа. Для работы с новой для кафедры тематикой был приглашён новый сотрудник Вячеслав Константинович Сорокин. В 1970 году на физико-математическом факультете появилась первая электронная вычислительная машина Урал 2. Это было физически и морально устаревшее устройство, списанное из академии ПВО и переданное институту. Тем не менее, на факультете появился вычислительный центр и парк электронно-вычислительных машин при нём.

Уже в университетское время (с 1972 г.) парк ЭВМ на факультете стал непрерывно расти и обновляться. Также появился и стал увеличиваться объём хоздоговорных работ. В 1972 году на факультете была организована кафедра вычислительной математики, которая занималась преподаванием дисциплин, связанных с вычислительной техникой.

Владимир Николаевич Никольский являлся членом Учебной комиссии по математике Министерства просвещения РСФСР (1961-1971 гг.), а также членом Научно-методического совета Министерства просвещения СССР (1968-1975 гг.). В частности, программа курса «Математический анализ», составленная Владимиром Николаевичем по поручению Министерства просвещения СССР, была утверждена министерством и рекомендована для использования в педагогических институтах.

С 1966 по 1970 годы в двух педагогических института России, а именно, в Ленинградском педагогическом институте им. А. И. Герцена и Калининском педагогическом институте им. М. И. Калинина, проводился эксперимент Министерства просвещения по апробации нового (экспериментального) учебного плана для специальности «Математика». В разработке этого плана принимал участие Владимир Николаевич Никольский. Он же был инициатором участия КГПИ в работе по этому экспериментальному плану и организатором всех работ в этом направлении. Сам Владимир Николаевич подготовил программу нового курса «Основания математики», написал для него учебное пособие (4 части общим объемом более 400 с.). Он же был редактором всех программ новых курсов и подготовленных новых учебных пособий.

Кроме того, ещё в 1964 году в издательстве «Просвещение» был издан «Сборник задач по математическому анализу» для пединститутов, одним из авторов которого являлся Владимир Николаевич Никольский (вместе с Н. А. Давыдовым и П. П. Коровкиным). Этот сборник неоднократно переиздавался в России и за границей и используется в настоящее время.

Уже будучи преподавателем университета, автор статьи ходил к Владимиру Николаевичу на лекции учиться лекторскому мастерству. Всегда удивляло, как он за ограниченный промежуток времени лекции в неторопливом темпе со всеми необходимыми доказательствами, напоминая известные факты и показывая, как они используются в данной ситуации, с рисунками хорошего качества и понятно мог изложить такое значительное количество информации. В нашей памяти Владимир Николаевич остался образцом лекторского искусства.

Начиная с 1961 года за время своей педагогической деятельности Владимир Николаевич подготовил 18 аспирантов, из них восемь защитили кандидатские диссертации.

В расположенной ниже таблице приведена информация об аспирантах Владимира Николаевича Никольского.

	ИОФ	год рожд.	образование	годы обучения в аспирантуре	дата защиты
1	Вадим Владимирович Локоть	1938	Дрогобычс-кий пед. ин-т	1961-1964	27.02.1969
2	Валентина Ивановна Кузнецова		КГПИ	1961-1964	
3	Александр Иванович Романов		КГПИ	1962-1965	
4	Аркадий Мотылевич Фломин		КГПИ	1962-1965	1966
5	Мария Николаевна Витина		КГПИ	1962-1965	
6	Иван Сергеевич Тюремских	1934	Белгородский пед. ин-т, 1959	1962-1965	28.12.1967
7	Тамара Васильевна Тузикова		КГПИ	1962-1965	
8	Вячеслав Иванович Андреев	1939	КГПИ, 1961	1963-1966	28.12.1968
9	Зинаида Леонидовна Бобыкина		КГПИ	1965-1968	
10	Саахаджи Азизович Азизов		КГПИ	1965-1968	
11	Дмитрий Анатольевич Шамардин (заочно)		КГПИ	1967-1971	
12	Нина Владимировна Днепровская	1940	Дальневосточ-ный пед. ин-т	1967-1970	16.04.70
13	Людмила Александровна Маркова	1946	Коломенский пед. ин-т	1968-1971	31.01 1974
14	Надежда Петровна Савастьянова			1970-1973	
15	Виктор Григорьевич Банин	1948	Благовещенс-кий пед. ин-т	1971-1974	29.05 1975

16	Сергей Васильевич Петров	1948	КГПИ 1971	1971-1974	
17	Анатолий Иванович Гусев	1948	КГПИ 1971	1972-1975	25.11.75
18	Юрий Александрович Сафонов	1952	КГУ	1977-1981	

За работу в области науки и образования Владимир Николаевич Никольский награжден медалью «За доблестный труд», знаком «Отличник народного просвещения», Почётной грамотой президиума Верховного Совета СССР и др.

3.2. 1972–1977 годы. Александр Моисеевич Рубинов

Александр Моисеевич Рубинов появился на математическом факультете КГУ в 1972 году уже будучи кандидатом физико-математических наук и доцентом. Сначала он работал на кафедре общей математики, а с 1973 года на кафедре математического анализа.

В 1962 году он закончил физико-математический факультет Ленинградского государственного университета и поступил в аспирантуру к Глебу Павловичу Акилову. В 1964 году перешел работать в Сибирское отделение Академии наук СССР и переехал в Новосибирск академик Леонид Витальевич Канторович, а вместе с ним его ученик Акилов. Вслед за своим учителем в Новосибирск переехал и Александр Моисеевич Рубинов. Здесь он перешёл в заочную аспирантуру ЛГУ и стал работать с июля 1964 года младшим научным сотрудником в Математико-экономическом отделе, который в то время создал Л. В. Канторович в Институте математики СО АН СССР. В мае 1965 года Александр Моисеевич защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. «Минимизация выпуклых функционалов на некоторых классах выпуклых множеств в банаховых пространствах». К началу 1972 года, т.е. к моменту появления в КГУ, у Александра Моисеевича вышли из печати две монографии: первая в соавторстве с В. Ф. Демьяновым, вторая – с В. Л. Макаровым. Кроме того, была готова к печати ещё одна монография (в соавторстве С. С. Кутателадзе), которая вышла из печати в 1976 году.

Александр Моисеевич был непревзойдённым мастером лекторского искусства. На его лекции возникало ощущение, что он может излагать материал как угодно долго и всё равно будет интересно. То же самое говорили и его студенты.

Александр Моисеевич Рубинов работал на нашей кафедре до 1977 года. В 1977 году он защитил диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук. Вскоре он вернулся в Ленинград, затем переехал в Баку, оттуда в гор. Бер-Шева (Израиль) и, наконец, в гор. Балларат (вблизи Мельбурна, Австралия). Здесь он работал до конца жизни.

Несмотря на непродолжительный срок работы на нашей кафедре, Александр Моисеевич внёс весьма значительный вклад в её развитие. Ниже мы приводим информацию о его учениках, подготовленных во время работы у нас. Только одна его аспирантка окончила аспирантуру без представления диссертации.

	ИОФ	год рожд.	образо-вание	годы обучения в аспирантуре	дата защиты
1	Тамара Хафизовна Макажанова	194?	Новосибир-ский ун-т	1972-1975	25.12.1975
2	Анна Павловна Швейдель	194?	Новосибирс-кий ун-т	1972-1975	25.12.1975
3	Виктор Александрович Хижняк	1946	Новосибирс-кий ун-т	1975-1979	27.12.1979
4	Владимир Алексеевич Левашов	1949	КГУ	1977-1981	1983
5	Сергей Николаевич Куженькин		КГУ	1978-1984	06.1984
6	Олег Михайлович Виноградов	1954	КГУ		
7	Игорь Александрович Дрожжин	1954	КГУ		
8	Евгений Викторович Сербский	1940	КГПИ		
9	Александр Яковлевич Заславский	1956	КГУ		

Значительный период истории кафедры математического анализа с 1991 по 2004 годы связан с именем доктора физико-математических наук, профессора Владимира Георгиевича Шеретова. Информацию о нём можно найти в следующих источниках:

1. https://www.tversu.ru/person/677
2. http://www.mathnet.ru/php/person.phtml?option_lang=rus&personid=20020
3. Шеретова Г. М., Шеретов Ю. В., Григорьева (Шеретова) В. В. К восьмидесятилетию со дня рождения профессора Владимира Георгиевича Шеретова. Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, ТвГУ. 2018. С. 4–7.

УДК 373.1

ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ПРОГРАММИРОВАНИЮ В ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ

Наталья Евгеньевна Давыдова
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород
E-mail: nata.dav@mail.ru

Ключевые слова: *факультативные курсы, образование, программирование, факультативные занятия, информатика.*

Аннотация. В статье описывается роль факультативных курсов по программированию в школьной программе, раскрываются основные правила и понятия курсов.

В современных школах уже в старших классах важной задачей обучения информатике является умение представить себя и свою работу, поставить цель и разработать план действий и прийти к конечному результату. Для того чтобы учащиеся смогли не только расширить кругозор, углубить знания, но и были способны разработать собственный проект, изучить дополнительную литературу, по интересующим их темам, преподавателями разрабатываются факультативные курсы. Выпускники школ должны обладать большим объемом навыков и знаний для работы с современными информационными технологиями в своей дальнейшей деятельности.

Школа на сегодняшний день стремится к применению дополнительных методик, которые направлены на формирование у школьников творческих способностей, развитию их мышления и общего развития. Понятно, что, если работать по обязательному минимуму содержания образования по информатике не всегда можно раскрыть потенциал ребенка, удовлетворить те потребности ребенка, связанные с получением новых знаний по интересующим его направлениям.

Факультативы – это небольшие специальные курсы, знакомящие учащихся с некоторыми областями знаний информатики, которые не рассматриваются в учебной программе. Каждый факультатив имеет свою цель, в основном они направлены на развитие способностей учеников, формирование познавательного интереса. Так и факультативы по информатике направлены не только на развитие знаний ребенка, но и на приобретение новых навыков работы за компьютером, освоение современных приложений, которые не проходят по школьной программе или более углубленное изучение стандартных приложений из школьного курса [1].

Факультативные занятия по информатике, проводятся в форме модульных групп по предложенной учебной программе, включающей в себя целевой план действий, банк информаций, руководство по достижению цели, реализуют образовательные запросы учащихся. При помощи факультативных курсов можно подготовиться к олимпиадам различного уровня [2].

На факультативах по информатике могут использоваться разнообразные формы и методы проведения занятий: лекции, практические работы, обсуждение заданий по дополнительной литературе, доклады учеников, написание рефератов, экскурсии, создание электронного материала, разработка технологического проекта.

В старших классах в большей степени факультативные занятия направлены на подготовку к единому государственному экзамену, но некоторые учителя организуют еще и курсы по выбору учеников. Курсы по программированию на различных языках пользуются высоким спросом, потому что многие ученики уже в школах знают в какой вуз хотят поступить и что для них курсы по программированию окажутся полезными, а навыки, полученные на занятиях, пригодятся для их последующей деятельности [1].

Вариант факультативного курса как программирование на может быть достаточно вариативным. Можно рассматривать различные языки программирования, различные среды программирования. Эта тема достаточно обширна и тематика задач, используемая для обучения, может быть основана на различном материале. Сейчас различных языков программирования очень много, например, набирающий популярность в школах язык программирования Phyton, он более легкий при изучении школьниками, в использовании не так сложен, если сравнивать с C++, либо с языком программирования Prolog. Если рассматривать язык программирования Visual Basic к достоинствам можно отнести простой синтаксис языка, который легко может освоить ученик, начинающий только изучать программирование.

Проблемы факультативных курсов заключается в педагогической неподготовленности учителя, когда учитель не обладает необходимыми знаниями, чтобы открыть тот или иной факультативный курс. Необходимо понимать материал, а также особенности организации проведения факультативных занятий:

1. Необходимо учитывать взаимосвязь в формах, методах и содержании учебной деятельности и факультативных занятий;
2. Активизировать самостоятельность учащихся в работе;
3. Использовать наглядные материалы, системы ключевых задач по темам на факультативных курсах;
4. Построение занятий таким образом, чтобы учебный процесс был как совместная исследовательская деятельность школьников.

При разработке плана обучения учащихся на факультативных занятиях по информатике основным видом деятельности можно выбрать самостоятельную работу, чтобы ученики могли научиться ставить задачу, находить решения и достигать поставленных целей. Также ученики могут готовить рефераты или доклады, работы такого рода развивает навыки самообразования, удовлетворения индивидуальных интересов учащихся [3].

Еще существует дистанционный вид факультативных курсов. Такая форма обучения дает возможность создания массового постоянного самообразования, всеобщего обмена информацией, независимо от места нахождения и временных поясов. Качество элективных курсов определяется выбранным материалом, по которому будут работать школьники. Здесь важно учесть все моменты, касающиеся построения образовательного процесса.

Программирование на Visual Basic в рамках факультативных занятий может быть интересен для школьников и понятен, так как его проходят по школьной программе. Этот язык можно изучать при помощи стандартной программы Microsoft PowerPoint, так как она всегда находится в свободном доступе для пользования. Школьники, которые будут заниматься по программе факультативного курса «Программирование на Visual Basic» смогут не только изучить основные алгоритмы работы языка, но также смогут расширить свои навыки работы с презентациями. При помощи Visual Basic for Application можно создавать не только функциональные кнопки, но и разрабатывать тесты, делать презентации более насыщенными функционально.

Программирование сегодня – это вторая грамотность. В большинстве школ основное внимание уделялось освоению современных информационных технологий. При разработке факультативных курсов по программированию нужно учитывать уже имеющиеся навыки учащихся. Материал достаточно обширный, но интересный и полезный. Факультативные курсы можно рассчитывать на 17 часов (1 час в неделю), либо на 36 часов, но уже на целый учебный год. Занятия должны быть интересными и познавательными, чтобы школьники не были сильно загружены, потому что у них есть основная программа обучения, которая стоит в приоритете факультативным занятиям.

Каждый курс по информатике имеет свои цели и задачи, которые отвечают всем нормам и требованиям. Они должны соответствовать теме курса, возрасту учащихся и программе. Курс необходимо разрабатывать, опираясь на материалы, которые проходят на уроках информатики. Курсы по программированию лучше рассчитывать на 9 – 11 классы, потому что у школьников уже будет необходимый багаж знаний, для результативной работы на внеурочных занятиях.

К концу обучения старший школьник должен овладеть умением самостоятельно мыслить, овладеть методикой и техникой самостоятельной умственной работы, самостоятельного добывания знаний, или, как говорят, овладеть умением самообучаться. И такая организация обучения, которая направлена на формирование и развитие этих умений, как нельзя лучше соответствует возрастным особенностям умственного развития старших школьников.

Важно на всем протяжении обучения заложить не только основы программирования, но и дать детям возможность получить более широкие представления о возможностях программирования. Поэтому особое значение стоит уделять факультативным занятиям, которые являются основой для более широкого изучения материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байбородова Л.В. Педагогическое сопровождение предпрофильной подготовки школьников // Ярославский педагогический вестник. – 2016. № 4. – 26 с.

2. Об организации внеурочной деятельности при введении федерального государственного образовательного стандарта общего образования: письмо Министерства образования и науки от 12 мая 2011 г. № 03-296. [Электронный ресурс]. – URL: http: // www.garant.ru/products/ipo/prime/ doc/55071318/.

3. Рожкова Е.Н. Основные положения организации внеурочной деятельности // Пермский педагогический журнал. – 2014. № 5. – 23 с.

УДК 004.921:547

ИННОВАЦИОННЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ-ХИМИКОВ

Ирина Юрьевна Егорова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Egorova.IY@mail.ru
Людмила Ивановна Ворончихина
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Voronchikhina.LI@tversu.ru

Ключевые слова: *компетентностный подход, инновационные технологии, метод проектов.*

Аннотация. В работе описаны основные методы, способы и средства переработки и управления информацией в области познавательной и профессиональной деятельности.

Целью освоения дисциплины является: формирование у студентов представлений о современных способах разработки, реализации и применения инновационных технологий в проектной деятельности. Подготовка студентов включает в себя формирование знаний о современных информационных технологиях и информационном пространстве в образовательной и научно-исследовательской сферах, выработка пользовательских навыков методами управления информацией. Формирование способности к определению круга задач в рамках поставленной цели, выбор оптимальных способов решений, с использованием действующих норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

В процессе обучения студенты овладевают навыками работы с компьютером в области познавательной и профессиональной деятельности; основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки и управления информацией, а также навыками работы с офисными пакетами Word, PowerPoint [1, 3]. Используют для обработки результатов научных экспериментов и графического отображения данных программу Excel и специализированный пакет Origin8.1. [2]. Приобретают навыки создания уравнений химических реакций и схем с помощью редакторов химических формул ChemSketch, ISIS Draw 2.4, а также создают тексты с таблицами, сносками, схемами и диаграммами и т.п. с использованием текстового редактора Word. Изучают основные требования, предъявляемые к созданию научных проектов и к написанию краткого отчета после завершения эксперимента. К моменту завершения обучения по данной дисциплине студенты владеют методиками выбора оптимальных способов решений в рамках поставленной цели.

Оценка уровня знаний, приобретения навыков и сформированности компетенций осуществляется в виде выполнения обучающимися заданий в ходе аудиторных занятий, самостоятельной работы, выполнения контрольных работ, проектирование и создание электронных обучающих материалов для дистанционных образовательных технологий и научных публикаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каймин В.А. Информатика: учебник для студентов вузов, обучающихся по естественно-научным направлениям и специальностям / В. А. Каймин. – 6-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 283 с.

2. Исакова О.П., Тарасевич Ю.Ю., Юзюк Ю.И. Обработка и визуализация данных физических экспериментов с помощью пакета ORIGIN. – М.: Издательство "Либроком", 2013. – 138 с.

3. http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Kaimin_Informatika_6izd_2010.pdf.

УДК 373.5.016:519.2

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ШКОЛЕ

Елена Михайловна Ершова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Ershova.EM@tversu.ru

Ключевые слова: *статистика, статистические данные, учебник, преподавание.*

Аннотация. В работе рассматриваются проблемы преподавания математической статистики в курсе средней школы.

Термин «статистика» происходит от латинского слова «status», что означает «состояние». Первоначально, когда статистика начала оформляться в научную дисциплину, данный термин относился к системе описания фактов, характеризующих состояние государства. В этом смысле статистика возникла в XVI в. в Италии, а затем распространилась во Францию, Голландию и Германию.

Статистика имеет древние корни и многовековую историю развития. Она зародилась еще в античные времена, как результат потребностей развития общества, например: подсчет населения, скота, учет земельных угодий, имущества и т. д. Однако произвольные толкования статистических данных, отсутствие строгой научной базы статистических прогнозов позволили в конце XIX в. английскому премьер-министру Б. Дизраэли не без основания заметить: «Есть три вида лжи: просто ложь, наглая ложь и статистика». Только в XX в. появилась математическая статистика — наука, основанная на законах теории вероятностей. Соединение накопленных к этому времени практических методов обработки данных с математическим аппаратом теории вероятностей превратило эти две отрасли человеческого знания в мощный инструмент для исследования законов природы и общества.

Сегодня статистика не ограничивается информацией о состоянии государства, а проникает практически во все сферы человеческой деятельности. Например, в политике для предсказания результатов выборов проводятся предварительные выборочные опросы избирателей. Экономическая статистика изучает изменение цен, спроса и предложения на товары, прогнозирует рост и падение производства и потребления. Медицинская статистика изучает эффективность различных лекарств и методов лечения, вероятность возникновения некоторого заболевания в зависимости от возраста, пола, наследственности, условий жизни, вредных привычек, прогнозирует распространение эпидемий. Демографическая статистика изучает рождаемость, численность населения, его состав (возрастной, национальный, профессиональный). В целом, статистика применяется практически во всех сферах человеческой деятельности: в строительстве, финансовом деле, медицине, юриспруденции, биологии, психологии, социологии, метеорологии и т.д.

Это означает, что большинству выпускников школ в дальнейшем обучении потребуется статистика. В связи с этим преподавателям хотелось бы, чтобы к ним приходили студенты, владеющие, по крайней мере, основами предмета, которых не приходилось бы обучать с нуля, как это происходит в настоящее время.

Поэтому становится вполне понятной необходимость включения элементов статистики в школьный курс математики. Дискуссии по этому поводу ведутся уже более 100 лет, еще с конца XIX в. Позднее, в 60-70-х годах XX в. также делались попытки такого включения, но они оказались безуспешными. На рубеже веков к этому вопросу вновь вернулись. Окончательно решение о включении в образовательный стандарт статистики и теории вероятностей было принято в 2004 г. Это вызвало немало проблем из-за отсутствия учебников, методической базы, опыта преподавания данных разделов, единой системы преподавания, недостаточной компетентности преподавателей, несогласованности в определении содержания, необходимого для успешного усвоения и понимания основ теории вероятностей и статистики и его соответствия содержанию и требованиям государственного стандарта по математике.

Предметом математической статистики является изучение случайных величин по результатам наблюдений, для получения которых необходимо провести обследование соответствующих объектов. При этом задача математической статистики заключается в обработке результатов наблюдений, называемых также статистической информацией, т.е. числовых данных о массовых явлениях, значениях наблюдаемых характеристик объектов. Таким образом, источником статистической информации является реальный опыт, эксперимент, наблюдение, измерение, производимые над реальными объектами и явлениями окружающего мира. Статистика начинается с реальных данных реального опыта; этим она отличается от теории вероятностей, которая изучает математические модели реальных явлений и имеет дело лишь с мысленными экспериментами.

Тем не менее, эти два раздела математики нельзя разделять. Статистика использует методы исследования, основанные на математическом аппарате теории вероятностей. Поэтому математическая статистика и теория вероятностей неразрывно связаны между собой, постоянно взаимодействуют, и между ними не существует четкой и общепризнанной границы. В связи с этим серьезным недостатком преподавания данных разделов в школе является обособление теории вероятностей от идей и подходов математической статистики, что приводит к отрыву теории вероятностей от практики, зачастую превращая ее в абстрактную науку.

В настоящее время статистика включает в себя весьма обширное содержание:

1) сбор статистических данных, что не является самоцелью, а служит лишь первичным этапом исследования;

2) определение тех закономерностей, которые могут быть установлены на основе статистических данных (Эти закономерности обычно проявляются не как точный закон, а только как общая тенденция, с колебаниями и отклонениями от неё в отдельных случаях.);

3) разработка приемов статистического наблюдения и анализа статистических данных.

Статистическая информация о результатах наблюдений или экспериментов может быть зарегистрирована и представлена в различных формах: 1) выборка - запись результатов в порядке их получения; 2) вариационный ряд, т.е. упорядоченная по возрастанию выборка; 3) статистический ряд (таблица); 4) интервальный ряд; 5) графическое представление: столбчатая диаграмма, полигон частот, гистограмма, круговая диаграмма.

Поэтому, согласно требованиям стандарта основного общего образования по математике школьники должны изучить:

- представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- средние результатов измерений;
- понятие о статистическом выводе на основе выборки.

По окончании обучения необходимо знать/понимать вероятностный характер многих закономерностей окружающего мира и примеры статистических закономерностей и выводов; уметь:

- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики;
- вычислять средние значения результатов измерений;
- находить частоту события, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, таблиц, и понимания статистических утверждений.

В настоящее время вероятностно-статистическая линия в том или ином виде изложена авторскими коллективами практически всех школьных учебников, которые различаются как логикой построения курса, так и характером его взаимосвязи с другими разделами математики.

Автором было проведено сравнение изложения элементов статистики в учебниках четырех различных групп авторов. Результаты приведены в следующей таблице:

	Алимов	**Макарычев**	**Дорофеев**	**Колягин**
Среднее арифметическое, размах, мода, медиана	9, 11 класс	7 класс	8 класс	9 класс
Генеральная совокупность, выборка, репрезентативность выборки	9, 11 класс	8 класс	9 класс	9 класс

Таблица частот, полигон частот	9, 11 класс	8 класс	9 класс	9 класс
Интервальный ряд, гистограмма	9, 11 класс	8 класс	9 класс	9 класс
Дисперсия и среднее квадратическое отклонение ряда.	11 класс	–	9 класс	9 класс

Таким образом, раздел статистики в учебниках Ш.А. Алимова и др. впервые появляется в 9 классе, но эта часть из [4] полностью повторяется в [5] с добавлением одной новой темы, что не имеет смысла, т.к. учителям приходится тратить время на повторное изучение ранее пройденного материала. Кроме того, гистограмма получает такое название в [5], а в [4] носит название «столбчатая диаграмма». Смысл подобного переобозначения непонятен, т.к. приводит только к путанице.

В учебниках Ю.Н. Макарычева и др. статистика изучается в 7-м (см. [6]) и, большей частью, в 8-м классе (см. [7]), где, по сравнению с другими учебниками, более подробно рассказывается по сбор и группировку статистических данных, излагается их наглядное представление в виде столбчатых и круговых диаграмм, полигона и гистограммы.

Учебники Г.В.Дорофеева и др. ([8] и [9]) содержат наибольший объем информации по статистике. В [9], единственном из рассмотренных учебников, изучается упрощенный ряд и способы нахождения его характеристик, а также статистическое оценивание вероятности по частоте.

Учебник Ю.М.Колягина и др. [10] практически повторяет [5]. Общим недостатком этих двух книг является то, что интервальный ряд вводится только на примере, а общего способа его построения (хотя бы одного из нескольких возможных) не указывается.

Итак, подводя итоги, следует отметить, что каждый из рассмотренных учебников имеет свои достоинства и недостатки. Однако главная проблема заключается в том, что школьники, занимающиеся по разным учебникам, в одних и тех же классах изучают разный материал, в связи с чем при переходе в другую школу или при изменении авторов учебника на следующий учебный год (что нередко случается, особенно после окончания 9 класса, что подтверждает проведенный опрос студентов) ребята вынуждены повторно изучать одни темы, совершенно пропустив другие. Следует отметить, что это касается не только статистики. Таким образом, необходимо выработать единый стандарт обучения, при котором на каждом году обучения будут изучаться конкретные, строго определенные темы.

Статистику нельзя преподавать отдельно, ведь она тесно связана с другими разделами математики. Про связь с теорией вероятностей уже говорилось. Кроме того, при изучении статистики повторяются проценты и доли, когда речь идет о частотах; функциональные зависимости при построении полигонов; таблицы, диаграммы. Обработка статистической информации может проводиться на компьютерах, чем ребята с удовольствием занимаются. Значит, нужно сильнее подчеркивать межпредметные связи, чтобы статистика не стояла особняком.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Е. Захарова, Ю. М. Высочанская *Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе*. – М., «Бином». 2015г.
2. Е.А.Бунимович, В.А.Булычев *Основы статистики и вероятность.* – М., Дрофа. 2008 г.
3. Ю.Н.Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко *Преподавание теории вероятностей и статистики в школе* // «Математика в школе» №7 2009 г. стр. 13-29.
4. Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин *Алгебра 9 класс*. – М., Просвещение. 2011 г.
5. Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин *Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы*. – М., Просвещение. 2012 г.
6. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова под ред. С.А.Теляковского *Алгебра 7 класс*. – М., Просвещение. 2009 г.
7. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова под ред. С.А.Теляковского *Алгебра 8 класс*. – М., Просвещение. 2007 г.
8. Г.В.Дорофеев, С.Б.Суворова, Е.А.Бунимович, Л.В.Кузнецова, С.С.Минаева *Алгебра 8 класс*. – М., Просвещение. 2010 г.
9. Г.В.Дорофеев, С.Б.Суворова, Е.А.Бунимович, Л.В.Кузнецова, С.С.Минаева *Алгебра 9 класс*. – М., Просвещение. 2010 г.
10. Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева, Н.Е.Федорова, М.И.Шабунин *Алгебра 9 класс*. – М., Просвещение. 2014 г.

УДК 372.851.2(07)

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ

Виктор Владимирович Иванов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Ivanov.VV1@tversu.ru

Ключевые слова: *текстовые задачи, текстовые задачи с параметром, решение в общем виде, подбор значений параметра, составление текстовых задач с параметром.*

Аннотация. В работе рассматриваются текстовые задачи, содержащие в условии параметр. Приводятся исследования решений полученных уравнений в зависимости от значений параметра, обсуждается правдоподобность полученных результатов. Показаны возможности составления текстовых задач с параметром.

Среди заданий итоговых испытаний, различных олимпиад часто встречаются задачи, содержащие параметр. Их решение вызывает у большинства учащихся затруднение. Текстовые задачи с параметром, как задачи с конкретным содержанием, позволяют на основе анализа встречающихся в жизни ситуаций постепенно подготовить учащихся к решению и исследованию линейных и квадратных уравнений, содержащих параметр.

Уравнения, составленные по условию текстовых задач, в которых одна из величин определена не числом, а какой-либо буквой (параметром), будут содержать буквенные коэффициенты. Несмотря на то, что эти уравнения можно решить, не при всяком значении параметра сами задачи имеют осмысленное решение (например, известные 1,5 землекопа). Чтобы найти допустимые с точки зрения здравого смысла числовые значения параметра, необходимо провести исследование полученных решений. Соответствующие рассуждения способствуют созданию и закреплению у учащихся отчетливых представлений, относящихся к конкретным случаям зависимостей между величинами, воспитывают умение ориентироваться в разнообразных возможных соотношениях между данными и искомыми величинами на основе естественных логичных рассуждений, опирающихся на диктуемые здравым смыслом соображения о взаимной обусловленности числовых данных. Подбор значений параметра развивает навыки сопоставления и оперирования с величинами, основанными на воображаемых, но возможных в данной конкретной ситуации действиях над ними. После получения ответа все возможные значения неизвестного необходимо проверить по сделанным ограничениям на значения параметра.

Постановка вопросов в текстовых задачах с параметром должна быть основана на реально происходивших процессах, подбор числовых данных иметь познавательную ценность. Решение таких задач содействует созданию у учащихся отчетливых представлений о полученных соотношениях.

Приведем решения нескольких текстовых задач, содержащих параметр.

Задача 1. Расстояние между портами Абракас и Барракас равно 200 км. Туристы, опоздавшие на час, решили догнать пароход на катере. Определите возможные значения скорости катера V км/ч, если туристам удалось догнать пароход, скорость которого 20 км/ч, до того, как он прошел половину пути.

Решение. Пароход проходит половину пути (100 км) за 100 : 20 = 5 (часов). Катер это же расстояние должен преодолеть за промежуток времени меньший, чем 5 – 1 = 4 (часа).

Следовательно, скорость катера V должна быть больше 100 : 4 = 25 км/ч.

Из решения задачи получаем, что $V \in (25; +\infty)$. Максимальное значение скорости катера можно предложить учащимся выбрать самостоятельно, исходя из разумных предположений.

Задача 2. Расстояние между портами Абракас и Барракас равно 200 км. Туристы, опоздавшие на час, решили догнать пароход на катере. Определите возможные значения скорости катера V км/ч, если туристам удалось догнать пароход, скорость которого 20 км/ч, до его прихода в Барракас за t часов (t – натуральное число).

Решение. Пароход выходит из порта на 1 час раньше катера и за время $(t + 1)$ часов проходит путь $20\,(t + 1)$ км. Катер, скорость которого V км/ч, догонит пароход при условии, что за время t часов проходит путь Vt км, равный $20\,(t + 1)$ км: $V\,t = 20\,(t + 1)$. Откуда:

$$V = \frac{20(t+1)}{t} = 20 + \frac{20}{t}.$$

Пароход находится в пути между портами Абакас и Барракас 10 часов (200 км : 20 км/ч = 10 ч). Так как туристам удалось догнать пароход до его прихода в Барракас, то значения t – натуральные числа от 1 до 8.

t ч	1	2	3	4	5	6	7	8
V км/ч	40	30	$26\frac{2}{3}$	25	24	$23\frac{1}{3}$	$22\frac{6}{7}$	22,5

При t = 9 ч туристы достигнут порта Барракас одновременно с пароходом, что противоречит условию задачи.

Задача 3. Из порта Абракас в порт Барракас, расстояние между которыми равно 50 км, вышел пароход со скоростью 10 км/ч. Туристы, опоздавшие на 2 часа, решили на катере догнать пароход до его прихода в Барракас. Определите возможные значения скорости катера V км/ч, если через t часов (t – натуральное число) после выхода парохода из Абракаса туристам удалось его догнать.

Решение задачи аналогично предыдущей. Для t и V получаем две пары значений.

t ч	3	4
V км/ч	30	20

При t = 5 ч туристы достигнут порта Барракас одновременно с пароходом, что противоречит условию задачи.

Задача 4. Туристы на байдарке прошли против течения реки a км (a – натуральное число) и вернулись в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если она выражается натуральным числом.

Решение. Пусть скорость байдарки в стоячей воде равна V км/ч. Тогда скорость байдарки при движении по течению реки равна ($V + 3$) км/ч, а против течения реки – ($V – 3$) км/ч.

Время движения байдарки против течения реки составляет $\frac{a}{V-3}$ часов. Время движения байдарки по течению реки составляет $\frac{a}{V+3}$ часов. Из условия задачи получаем:

$$\frac{a}{V-3}-\frac{a}{V+3}=3.$$

После преобразований приходим к квадратному уравнению относительно V: $V^2 = 2a + 9$. Решив это уравнение с учётом $V > 0$, получим $V = \sqrt{2a+9}$ км/ч.

Согласно условию задачи $a > 0$. С увеличением расстояния a скорость байдарки возрастает. Из практики известно, что реальная скорость туристической байдарки в стоячей воде при продолжительном движении, как правило, не превосходит 9 км/ч [1]. Тогда с учетом приведенного ограничения получаем значения a и V.

a км	8	20	36
V км/ч	5	7	9

Задача 5. Туристы на байдарке прошли против течения реки 20 км и вернулись в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше. Скорость течения реки равна a км/ч. Найдите все значения скорости течения реки, при которых скорость байдарки в стоячей воде заключена в пределах от 5 до 9 км/ч.

Решение. Пусть скорость байдарки в стоячей воде равна V км/ч. Тогда скорость байдарки при движении по течению реки равна ($V + a$) км/ч, а против течения реки – ($V – a$) км/ч.

Время движения байдарки против течения реки составляет $\frac{20}{V-a}$ часов. Время движения байдарки по течению реки составляет $\frac{20}{V+a}$ часов. Из условия задачи получаем: $\frac{20}{V-a}-\frac{20}{V+a}=3.$

После преобразований приходим к квадратному уравнению относительно a: $3a^2 + 20a – 3V^2 = 0$. Согласно условию задачи $a > 0$. Получаем решение этого уравнения:

$$a=\frac{-10+\sqrt{100+9V^2}}{3}.$$

Подставим предельные значения скорости байдарки в стоячей воде в полученное выражение для a:

$$\frac{-10+\sqrt{100+9\cdot 5^2}}{3}\le a\le\frac{-10+\sqrt{100+9\cdot 9^2}}{3}.$$

Скорость течения реки

$$a \in \left[\frac{-10+\sqrt{325}}{3}; \frac{-10+\sqrt{829}}{3}\right].$$

Проверим правдоподобие полученного результата. Приближенное значение наименьшей скорости течения реки (≈ 2,7 км/ч) характерно для многих равнинных рек в летний период. Приближенное значение наибольшей скорости течения реки (≈ 6,3 км/ч) характерно для равнинных рек в период весеннего половодья и при выпадении обильных осадков в течение нескольких дней летом и осенью [2].

Задача 6. Туристы на байдарке прошли против течения реки 20 км и вернулись в пункт отправления, затратив на обратный путь на a часов меньше. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите все значения a, при которых скорость байдарки в стоячей воде заключена в пределах от 5 до 9 км/ч.

Решение. Пусть скорость байдарки в стоячей воде равна V км/ч. Тогда скорость байдарки при движении по течению реки равна $(V + 3)$ км/ч, а против течения реки – $(V - 3)$ км/ч.

Время движения байдарки против течения реки составляет $\frac{20}{V-3}$ часов. Время движения байдарки по течению реки составляет $\frac{20}{V+3}$ часов. Из условия задачи получаем: $\frac{20}{V-3} - \frac{20}{V+3} = a.$

После проведения преобразований приходим к уравнению относительно a: $aV^2 - 9a = 120$. Получаем решение этого уравнения:

$$a = \frac{120}{V^2 - 9}.$$

Тогда для $V = 5$ км/ч имеем $a = 7{,}5$ ч. При $V = 9$ км/ч $a = 5/3$ ч = 1 ч 40 м.

Если скорость байдарки в стоячей воде заключена в пределах от 5 до 9 км/ч, то на движение по течению реки ей потребуется времени от 1 ч 40 м до 7,5 ч меньше, чем на движение против течения реки.

Покажем на конкретных примерах, как из задач 7 и 11 составить задачи 8, 9, 10, 12, 13, 14, содержащие параметр. В качестве основы для составления задач с параметром можно использовать [3, 4, 5, 6].

Задача 7. Два велосипедиста одновременно отправились в 192-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость второго велосипедиста.

Задача 8. Два велосипедиста одновременно отправились в пробег длиной a км (a – натуральное число). Первый ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость второго велосипедиста, если она выражается натуральным числом.

Задача 9. Два велосипедиста одновременно отправились в 192-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на a км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость второго велосипедиста, если *a* – натуральное число.

Задача 10. Два велосипедиста одновременно отправились в 192-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на *a* часов раньше второго. Найдите скорость второго велосипедиста, если *a* – натуральное число.

Задача 11. Предприятие получило заказ изготовить 60 приборов к определенному сроку. Применение более совершенного оборудования позволило в месяц выпускать на 2 прибора больше, чем предполагалось, и выполнить заказ на месяц раньше срока. Сколько приборов в месяц предполагало изготавливать предприятие первоначально?

Задача 12. Предприятие получило заказ изготовить *a* приборов к определенному сроку. Применение более совершенного оборудования позволило в месяц выпускать на 2 прибора больше, чем предполагалось, и выполнить заказ на месяц раньше срока. Сколько приборов в месяц предполагало изготавливать предприятие первоначально (количество приборов – натуральное число)?

Задача 13. Предприятие получило заказ изготовить 60 приборов к определенному сроку. Применение более совершенного оборудования позволило в месяц выпускать на *a* приборов больше (*a* – натуральное число), чем предполагалось, и выполнить заказ на месяц раньше срока. Сколько приборов в месяц предполагало изготавливать предприятие первоначально (количество приборов – натуральное число)?

Задача 14. Предприятие получило заказ изготовить 60 приборов к определенному сроку. Применение более совершенного оборудования позволило в месяц выпускать на 2 прибора больше, чем предполагалось, и выполнить заказ на *a* месяцев раньше срока (*a* – натуральное число). Сколько приборов в месяц предполагало изготавливать предприятие первоначально (количество приборов – натуральное число)?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скорость байдарки: средняя и максимальная скорость байдарок по реке [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://russplav.com/blog/skorost-baydarki. – Дата обращения: 27.02.2019. – Загл. с экрана.

2. Водно-моторный клуб «Невод». Скорость течения воды в реках по периодам навигации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://клубневод.рф/page.php?p=27. – Дата обращения: 27.02.2019. – Загл. с экрана.

3. Иванов В.В. Решение текстовых задач/В.В. Иванов.– Тверь, 2013.– 144 с.

4. Чулков П.В. Арифметические задачи / П.В. Чулков. – М., 2018. – 64 с.

5. Шевкин А.В. От исследовательских текстовых задач к задачам с параметром / А.В. Шевкин // Математика в школе. – 2018. – № 8. – С. 36–42.

6. Шевкин А.В. Текстовые задачи в школьном курсе математики. 5-11 классы / А.В. Шевкин. – М., 2019. – 246 с.

УДК 376.1

МОДЕЛИ И ПРИНЦИПЫ ИНТЕГРАЦИИ СЕМЬИ И ШКОЛЫ, КАК УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Геннадий Альбертович Игнатьев
Тверской государственный университет, Тверь
e-mail: ignatjev@mail.ru

Сергей Николаевич Куженькин
Тверской государственный университет, Тверь
e-mail: kuzhenkin@mail.ru

Ключевые слова: *принципы интеграции, познавательная активность, коммуникативные навыки.*

Аннотация. В работе рассматривается применение принципов и методов интеграции семьи и школы как условие повышения качества школьного образования.

Интеграция в педагогике – это сложное структурное понятие, которое трактуется как состояние целостности, гармоничного единения вкупе с процессом по достижению этой целостности. Интеграция может рассматриваться, как педагогическая концепция и как система идей и методов. Это понятие настолько глубоко, что при детальном рассмотрении возникает вероятность отклонения от сути этого явления в сторону упрощённых, давно сформулированных понятий, как взаимодействие, совместная деятельность и т.д. Этого отклонения допускать не следует, но стоит обратить внимание, что при невозможности существования искусственной интеграции (интеграция естественна), начало её активно.

Принципы интеграции

1. Изучение индивидуальных особенностей семьи ребенка

Изучение индивидуальных особенностей ребенка, большей частью сформированных в семье, должно начаться с изучения этой семьи. Воспитательный потенциал семьи обусловлен многими социальными (политическими, экономическими, демографическими, психологическими) факторам объективного и субъективного характера. Для изучения ученика могут использоваться методы анкетирования, наблюдения и беседы с родителями. Изучение будет наиболее полным, если научить родителей простым диагностическим методам и их результаты обсудить совместно. Эффективность использования всех этих методов будет высокой, если при их использовании исключить со стороны семьи и школы критику, осуждение, недоверие и закрытость по отношению друг к другу.

2. Информированность о деятельности партнера

Переход к новому типу взаимоотношений возможен в условиях открытости школы и семьи. Отечественные и зарубежные исследования раскрывают, из чего складывается открытость учебного заведения, включающая «открытость внутрь» и «открытость наружу». Придать школе «открытость внутрь» значит сделать педагогический процесс более свободным, гибким, дифференцированным, стремиться к гуманизации отношений между детьми, педагогами, родителями. Открытость отношений во многом зависит именно от педагога, который должен показать пример открытости. Чтобы у каждого участника интеграционного процесса возникло личное желание, готовность открыть себя необходимы следующие условия: доверие родителей к педагогу, желание родителей посещать школу, заинтересованность педагогов в помощи со стороны родителей, доверие педагога к родителям.

Открытость школы позволит родителям наблюдать жизнь школы «изнутри». Постепенно они начинают понимать объективность многих трудностей, и тогда у них вместо претензий к педагогу возникает желание помочь, принять участие в улучшении жизни ребенка.

3. Согласованность педагогических действий предполагает, что при интеграции учителей и родителей может существовать несколько точек зрения на организацию и осуществление этой деятельности. Практическая реализация принципа согласованности требует создания единой воспитательной системы как на занятиях, так и во внеурочное время. Поэтому необходима коррекция и координация этих точек зрения. При этом согласованность педагогических действий произойдет если

- учителя и родители примут общую программу своей деятельности.
- учителя и родители будут понимать и принимать свою роль в достижении этой цели, а также роль и значимость своего партнера;
- совместные педагогические действия будут управляемы и организованы по времени;
- каждый участник совместной деятельности будет следить за выполнением своих функций;
- будет налажена информированность партнеров о деятельности друг друга
- учителя и родители увидят позитивные результаты совместной деятельности и смогут провести совместный анализ ее.

4. Участие родителей в принятии решений класса и школы

Родители и другие члены семьи могут значительно разнообразить жизнь детей в рамках школы и класса, внеся свой вклад в воспитательно-образовательный процесс. Принципы информированности и согласованности действий предполагают включение родителей в управленческую деятельность. Решение проблемы демократизации управления школой осложняется как объективными факторами современной жизни общества, так и субъективными, десятилетиями складывающимися в рамках школы.

На особом месте стоит совет школы, который на первом этапе своего становления должен доказать свою способность быть действенным органом по защите интересов всех субъектов школы.

Школьный совет – незаменимое средство, организации школьного самоуправления и включения родителей в процесс управления школой и классом.

К критериям оценки эффективности деятельности школьного совета можно отнести следующие показатели:

- степень реализации потребностей всех субъектов школьной деятельности;
- участие родителей в школьной жизни в качестве равноправных партнеров педагогов и детей;
- совершенствование образовательного процесса, разработка перспектив развития школы;
- гармонизация взаимоотношений всех субъектов образовательного процесса.

5. Психолого-педагогическая подготовленность субъектов интеграции

Педагогическая культура – это компонент общей культуры человека, в котором находит отражение накопленный предыдущими поколениями и непрерывно обогащающийся опыт воспитания детей. Педагогическая культура служит основой воспитательной деятельности родителей. От уровня их педагогической культуры зависит успешность и результативность домашнего воспитания детей, а также возможность сотрудничества с учителем.

Психолого-педагогическое просвещение родителей с целью повышения их педагогической культуры должно стать важнейшим направлением деятельности школы. К этой деятельности привлекаются не только педагоги-предметники, работающие в классе, но и врачи, психологи, руководители кружков и секций. Определяя содержание и формы психолого-педагогического просвещения, коллективу школы необходимо учитывать уровень подготовленности родителей и конкретные потребности в повышении педагогической культуры той или иной семьи.

6. Уважение партнеров

В каждой семье свои привычки, традиции, свои отношения, свои способы воспитания детей. Чтобы установить тесное сотрудничество с семьей, школе надо не только знать ее специфику, но и ценить те усилия, которые родители затрачивают на воспитание детей. Конечно, в семейном воспитании допускается много ошибок, но родители стремятся всеми силами воспитать своего ребенка хорошим человеком. Поэтому в каждой семье, кроме ошибок, существуют и положительные моменты воспитания. То положительное, что есть в каждой семье, и нужно усиливать, всячески поддерживать. Уважительное отношение учителей по отношению к родителям проявляется

- в терпеливом и внимательном отношении к тому, что делают родители;
- в умении слышать и понимать то, что говорит и делает родитель;
- в способности видеть положительное в деятельности родителей;
- в преодолении командно-административного поведения по отношению к родителям и детям;
- в готовности уделить необходимое время родителям, если они приходят в школу.

Интегративная модель направлена на повышение качества математического образования учащихся, что обуславливает следующие направления деятельности учителей и родителей, как партнеров: развитие познавательной активности ученика, развитие коммуникативных навыков.

7. Развитие познавательной активности ученика

Познавательная активность - это личностное свойство, «которое приобретается, закрепляется и развивается в результате особым образом организованного процесса познания и с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся». При формировании этого важного качества личности влияние семьи имеет важнейшее значение. Поэтому учителям и родителям необходимо иметь представление о тех условиях, которые способствуют развитию познавательной активности ученика. К ним можно отнести: личную заинтересованность ученика в получении знаний, уровень учебных умений и навыков учащегося.

Для успешного выполнения одного и того же задания неуспевающий ученик приложит больше усилий – физических и интеллектуальных, нежели отличник. Значит, и результат его деятельности можно оценить как более значимый. Поэтому учебная деятельность ученика должна быть организована по следующей цепи: 1) установка на деятельность (эмоциональная подготовка ученика на решение учебной задачи); 2) обеспечение деятельности, операций (создание условий для успешного решения); 3) сравнение полученных результатов с предполагаемыми.

Для ребенка необходимо создать атмосферу успешности его учебной деятельности. Для достижения этого родители и педагоги могут руководствоваться следующими правилами:

- являться примером для ребенка;
- любить ребенка, что должно проявляться в делах;
- слушать, что говорит ребенок, и ценить это;
- поощрять ребенка за успехи в выполнении и завершении чего-либо;
- позволять ребенку делать собственные ошибки и учиться на этом опыте;
- быть не слишком критичным к недостаткам ребенка;
- предоставлять ребенку возможность встречаться с новыми сложными задачами и успешно решать их, накапливая новый опыт;
- уважать ребенка как личность, даже если не согласен с ним, уважать достоинство ребенка.

8. Развитие коммуникативных навыков

Интеграционная модель определяет новый уровень взаимодействия, при котором формируется общая культура человека, культура общения. Общение сопровождает основные виды деятельности человека и происходит в семье, школе, общественных местах и т.д. Культура общения, или коммуникативная культура, помогает организации общения по установлению контактов, их развитию, согласованию, налаживанию и корректировке для выражения своей личности.

Главными компонентами коммуникативной культуры являются: культура слушания и культура говорения. Повысить культуру слушания можно, если не допускать типичные ошибки:

- Перебивание собеседника во время его сообщения негативно сказывается на ходе беседы. Большинство людей перебивают друг друга неосознанно.

Руководитель чаще перебивает подчиненных, а мужчины – женщин. Если это все же случилось, нужно постараться тут же восстановить ход мыслей собеседника.

- Поспешные выводы заставляют собеседника занять оборонительную позицию, что сразу же возводит преграду для конструктивного общения.

- Поспешные возражения часто возникают при несогласии с высказыванием говорящего. Зачастую человек не слушает, а мысленно формулирует возражения и ждет очереди высказаться. Затем увлекается обоснованием своей точки зрения и не замечает, что собеседник пытался сказать то же самое.

- Непрошеные советы обычно дают люди, не способные оказать реальную помощь. Прежде всего нужно установить, что хочет собеседник, совместно поразмыслить или получить конкретную помощь.

К основным постулатам культуры говорения относятся:

1. Постулат личностных качеств говорящего человека:

- информированность и компетентность – свободное владение предметом речи;
- уверенность в себе, в своем знании, в умении установить нужный контакт со слушателем;
- объективность в оценке информации и способов ее сообщения;
- неравнодушие - заинтересованность и увлеченность предметом речи;
- дружелюбие и искренность.

2. Постулат отношения к партнеру:

- установка на взаимодействие, сотрудничество;
- стремление увидеть проблему с точки зрения партнера, вовлечь его в соразмышление;
- уважительное отношение к партнеру, интерес к его суждениям;
- умение выслушать собеседника.

3. Постулат релевантности (*от* англ. *уместный*, *относящийся к делу*) устной речи:

- говори по существу дела;
- говори то, что важно в данной ситуации;
- соотноси отбор и предъявление информации с запросами и ожиданиями партнера.

4. Постулат информированности:

- говори в меру: столько, сколько необходимо для достижения цели общения;
- не говори того, на что у тебя нет достаточных оснований;
- выстраивай доказательства последовательно и аргументированно.

5. Постулат языковой информированности речи:

- говори ясно и кратко;
- говори так, чтобы тебя нельзя было понять неправильно, истолковать двусмысленно;
- используй речевые клише в соответствии с нормативными правилами стиля речи, принятого в данной ситуации общения.

Интеграционный процесс, организованный в рамках школы, позволяет сделать вывод об эффективности педагогических воздействий со стороны учителей и родителей. Существенными являются следующие признаки эффективности:

- позитивность внутришкольного управления;
- позитивная культура преподавательской деятельности;
- повышение педагогической культуры родителей;
- высокие требования ожидания учителей и родителей и высокие образовательные притязания учащихся;
- общее (у педагогов и родителей) видение состояния и перспектив школы и наличие вытекающих отсюда совместных целей;
- взаимосогласованные методы обучения у разных учителей;
- ясно определенные права и обязанности учеников и их родителей;
- партнерские отношения между семьей и школой;
- целенаправленный и гибкий отбор и применение учителями и родителями различных воспитательных и образовательных методик, их сочетаний и т.п.

Термин «позитивность» очень существенен в данном контексте. Речь идет о сочетании общей доброжелательности и конструктивной атмосферы с мыслительной и поведенческой стратегией.

Разработанная теоретическая конструкция – интегративная модель взаимодействия семьи и школы, включающая принципы интеграции, условия ее реализации, а также признаки эффективности – может рассматриваться как один из вариантов, помогающих защитить семью и школу от негативных воздействий социально-экономической ситуации в стране. Это, как следствие, повысит воспитательный потенциал семьи и школы, качественно изменит знания учащихся, поможет определить и скорректировать их ценностные ориентиры и поведенческие мотивы, что входит в задачи экспериментальной части работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильинский И.М. «Школа России: разнообразие форм, ресурсы, перспективы» М.: СоцИс VI, 2006.
2. Зубок Ю.А. «Риск в образовании молодёжи» М.: СоцИс III, 2006.
3. Климантова Г.И. Государственная семейная политика современной России М.: Наука, 2004.

УДК 376.1

ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЦИИ СЕМЬИ И ШКОЛЫ, КАК УСЛОВИЕ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ[1]

Геннадий Альбертович Игнатьев
Тверской государственный университет, Тверь
e-mail: ignatjev@mail.ru

Лидия Алексеевна Чагрова
Тверской государственный университет, Тверь
e-mail: chagrova@mail.ru

Ключевые слова: *интеграция семьи и школы, проверка домашнего задания, организация математического кружка.*

Аннотация. В работе рассматривается практическая реализация интеграции семьи и школы в двух направлениях: проверка домашнего задания и организация математического кружка.

На рубеже XX – XXI веков Россия живёт в условиях политических и социально-экономических трансформаций. В связи с нарастающим темпом социальных изменений наиболее актуальным сегодня является вопрос о стабилизации человеческих отношений. Педагогика определяет семью, как колыбель воспитания человека от древних времён по сей день, а также в обозримом будущем. «Человеческим делают нас отец и мать, а человечными – делает нас воспитание», – говорил немецкий писатель Карл Юлиус Вебер. Взаимосвязь и взаимоотношения семьи и ребёнка, а так же ребёнка и общества, в частности школы, через свою семью – вот объект для тщательного изучения сегодня.

Исходя из предпосылок и основных принципов интеграции, её практическую реализацию можно сосредоточить на двух направлениях работы с родителями: привлечение внимания родителей к проверке домашнего задания ребёнка и организация математического кружка.

Задача состоит в том, чтобы организовать математический кружок и методически правильно организовать процесс проверки домашнего задания по математике. В этот процесс должны быть максимально вовлечены все участники интеграционного процесса. Это обеспечит нам: укрепление внутрисемейных связей; повышение педагогической культуры родителей; повышение интереса ребёнка к предмету; повышение качества математического образования.

Структурно задача по правильной организации проверки домашнего задания градируется на ряд существенных аспектов: постановка домашнего задания педагогом; привлечение родителей к проверке домашнего задания; повышение интереса ребёнка к домашнему заданию; организация места выполнения и проверки домашнего задания.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 17–03–00818–ОГН и 18–011–00869.

Работа педагога сводится к тому, чтобы:

- акцентировать внимание родителей на важности предмета;
- информировать родителей о содержании домашнего задания и о возможных трудностей при его выполнении;
- самостоятельно просветить родителей по всем интересующим их вопросам, не дожидаясь возникновения проблемной ситуации (основные критерии в ходе проверки домашнего задания, обозначить каждому родителю математические способности его ребёнка и т.д.);
- помочь систематизировать процесс проверки домашнего задания (методические рекомендации);
- нацелить детей на совместную работу в плане выполнения домашнего задания по математике (уделить время в конце урока на краткий обзор домашнего задания, вести практику оценивания домашней работы).

Родители, в свою очередь должны обеспечить выполнение следующих аспектов:

- строгое следование выбранному графику проверки;
- незамедлительно решение методических и практических вопросов;
- возможность творческого подхода (смена условий, формы проверки);
- терпение, собранность и поощрение.

Безусловно, важнейшим условием правильной организации этого процесса является верная мотивация ребёнка. Детское участие и заинтересованность обосновываются следующим:

- решение творческих интересных задач (М.Ю. Шуба «Занимательные задания в обучении математике», В.Н. Касаткин «Необычные задачи математики»);
- интерпретация заданных задач родителями и педагогами примерами из собственного житейского опыта;
- разнообразие форм проверки (беседа, прогулка, игра);
- поощрение родителями и педагогами (этот нюанс ни в коем случае не должен стать доминирующим. Поощрение должно проводиться таким образом, чтобы оно было приятным дополнением к проверке, но не целью).

Далее, необходимо методически верно построить сам процесс проверки домашнего задания в пространстве и времени.

Помимо выбора времени важную роль здесь играет выбор пространства, места, в котором будет происходить образовательный процесс.

Этот момент безусловно важен и не нов. Обычно место устраивается таким образом, чтобы ребёнку было комфортно. Известно, как трудно сосредоточить внимание детей на учёбе, особенно при отсутствии здоровой мотивации. Место проверки домашнего задания (оно может совпадать и с местом выполнения) должно отвечать следующим критериям:

- достаточная освещённость (рядом с окном, на столе яркая лампа);
- мобильность (близкое расположение всевозможных справочных материалов; писчих, чертёжных, вычислительных принадлежностей);
- простор (поскольку проверка в нашем случае предполагает участие как минимум двух человек);

- общая комфортная атмосфера (возможно, способствующее звуковое оформление; цветовая гамма и т.д.).

При решении вышеуказанных задач, проверка домашнего задания становится важным и при этом эффективным методическим этапом в образовательном процессе. Правильная организация проверки домашнего задания по математике, как одна из возможностей осуществления интеграции, повысит педагогическую культуру родителей, математические знания учащихся и образовательный потенциал школы.

Для преодоления барьера между школой и семьёй, для качественного продуктивного заполнения информативного пространства между родителями и профессиональными педагогами требуется взаимная открытость между ними, проникновение в сферы деятельности друг друга. Для реализации интеграции в этом направлении, предлагается ввести математический кружок специального вида.

Организация кружка должна осуществляться по следующим этапам:

- Организация места;
- Организация времени;
- Организация проведения.

Организация места. Оборудование специального места в кабинете математики - момент, несущий информативную, психологическую и образовательную функции.

Эти функции выполняются следующим образом.

Информативная функция:

- Экран успеваемости (график, диаграммы);
- Исторический экскурс в математику по ныне изучаемой теме;
- Формулировка изучаемой в данный момент темы, краткий обзор.

Важно отметить, что при выполнении этой функции активно привлекаются дети. Они могут сами изготовить экран успеваемости, стенгазету с историческим экскурсом, на специально выделенной доске обновлять тему урока. Это привлечение очень важно, т.к. детское участие лежит в основе интеграции.

Психологическая функция:

- Размещение стенда с математическими грамотами детей;
- Выставка наиболее успешных школьных работ по математике;
- Меблировка, книги.

Эта функция важна для комфортного налаживания отношений в треугольнике родители-дети-учитель.

Образовательная функция:

- Таблицы;
- Необходимый инструментарий.

Организация времени. Этот вопрос нужно решать с родителями, но важно выяснить так же и мнение детей для осознания ими важности собственного участия.

Организация проведения. Математический кружок структурно и содержательно должен отличаться от факультатива. Поэтому особое внимание уделяется месту проведению кружка. Т.е. в уютной комфортабельной атмосфере (мягкая мебель, чаепитие, узкий круг) можно не только решать математические задачи, но и привлекать так же иные виды педагогической деятельности.

Кружок должен быть демократичен, т.е. первые несколько встреч осуществляются с подачи педагога, далее тема и форма проведения определяются сообща, причём родителям важно слышать и прислушиваться к мнению детей, а педагогу к мнению родителей.

На время проведения кружка возможно привлечения специалистов из разных областей – образованных, культурных, значимых людей со своим мнением, точкой зрения, мыслями по поводу математики. Для родителей возможно приглашение психолога.

Для достижения большей заинтересованности детей нужно варьировать формы проведения кружка (просмотр фильма, викторины, конкурсы с призами). Нельзя строить проведение в форме «сухого» доклада, докладом можно лишь обозначить тему для дальнейшей «живой» беседы.

Не трудно заметить, что приведённые примеры реализации интеграции на практике также взаимообуславливают и взаимодополняют друг друга. Понятно, что при практической реализации интеграции основными критерием успешности реализации является выполнение принципов интеграции. Здесь наиболее полно раскрыты следующие принципы:

- Изучение индивидуальных особенностей семьи ребенка (реализуется на кружке посредством общения);
- Информированность о деятельности партнера (информативные записки; участие в кружке);
- Согласованность педагогических действий (при проведении кружка педагог может отметить основные методические компоненты для качественной проверки домашнего задания, родители могут делиться своими мнениями с педагогом и между собой);
- Психолого-педагогическая подготовленность субъектов интеграции (явление интеграции не ново, но работы по изучению, развитию и реализации интеграции требуют значительных умственных и физических затрат. Реализация этого принципа – одна из важнейших задач современной педагогики);
- Уважение партнеров (партнёры в данном случае – это дети, родители и учитель. Этика их отношений повышается при совместном решении одних задач, именно это и повышает функциональность и потенциал каждого отдельно взятого участника интеграции – их соединение, дополнение и взаимопонимания друг друга на качественно новом уровне, на уровне интеграции).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильинский И.М. «Школа России: разнообразие форм, ресурсы, перспективы» М.: СоцИс VI, 2006.
2. Климантова Г.И. Государственная семейная политика современной России М.: Наука, 2004.

УДК 004.451.9

LINUX В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ

Даниил Александрович Кокорин
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: dakokorin@edu.tversu.ru

Ключевые слова: *операционная система, свободное программное обеспечение, пользователь.*

Аннотация. Linux служит бесплатной заменой операционной системе Windows как в образовании, так и в некоммерческих целях.

Сегодня операционные системы как никогда раньше оказывают грандиозное влияние на методы работы с информацией. Их регулярное улучшение и оснащение новым функционалом значительно меняет нашу повседневную деятельность за компьютером в лучшую сторону, облегчая решение привычных для пользователя задач. Помимо применения в собственных некоммерческих целях, в наши дни также актуален вопрос об использовании операционных систем в образовании.

В наши дни самая популярная ОС – Microsoft Windows – охватывает более 85% рабочих станций и персональных компьютеров на всём земном шаре (по статистике веб-аналитики "Net Applications" на 2018 год [3]). Проблема выбора заключается в том, что Windows наиболее прорекламированная из всех существующих, и потому многие пользователи не знакомы с альтернативами, опережающие её во многих аспектах. Кроме того, российские образовательные учреждения тратят огромные средства за поддержание ОС на десятках машин в одном компьютерном классе (нередко покупают готовые ПК с предустановленной Windows).

Операционная система Microsoft часто подвергается критике за использование нерациональных методов для привлечения новых пользователей (например, вынужденные обновления старых версий ОС до новой), необратимые последствия после возникновения проблем с безопасностью (нередко после обновлений), а также сбор персональных данных против воли пользователей.

Linux (третья популярная в рынке операционных систем [3]) предлагает свою альтернативу, которая более толерантна и дружелюбна в вышеперечисленных аспектах.

Что такое Linux?

В 1991 году проект Linux, созданный финским студентом Хельсинского университета Линусом Торвальдс, был ответом операционной системе MINIX, который на тот момент был ограничен для обучающихся целей (обладал проприетарной лицензией). Весь набор программ для MINIX был заменён аналогами, написанными GNU Project – проектом по разработке и распространению свободного ПО. Linux заинтересовал множество организаций, таких как NASA, Dell, IBM и многие другие, которые стали пользоваться ОС в коммерческих целях. Некоторые из них добивались выхода из монополии Microsoft в сфере операционных систем. Сейчас имеет множество направлений в мире информационных технологий, от научных калькуляторов до космических станций.

Преимущества над Windows

•Свободное и открытое ПО. Linux относится к категории "свободное программное обеспечение с общедоступными исходными кодами". Это означает, что каждый пользователь продукции имеет права ("свободы") на неограниченное использование, изменение и распространение копий (не только бесплатных). А также вместе с продуктом поставляется его исходный код, который можно изучить или изменить (пользователи могут делиться с разработчиками потенциальными уязвимостями и ошибками, найденными в исходном коде). В то время как Windows распространяется с закрытым исходным кодом, и его собственником является корпорация Microsoft.

•Цена. В основном Linux распространяется бесплатно (!) в виде различных дистрибутивов – в форме, готовой для установки и удобной для сопровождения и обновлений, – и имеющих свой набор системных и прикладных компонентов, как свободных, так возможно и проприетарных.

•Безопасность. Linux менее уязвим к внешним нападениям, поскольку большая часть работы в ОС связана с организацией пакетов, скачиваемых из официального репозитория. Каждый новый пакет (или новая версия пакета) проверяется дистрибьютором на стадии тестирования перед тем, как он появится для публичном доступа, потому вероятность возникновения опасностей при работе с пакетами минимальна. Кроме того, для подтверждения изменений над системой требуется права суперпользователя (root, есть во всех Linux ОС), он и только он может выполнять опасные действия, оказывающие какое-либо влияние на операционную систему.

•Идеален для программирования. В Linux необязателен большой набор инструментов (например, среда разработчика) для того, чтобы начать писать новый код. Достаточно получить в официальном репозитории необходимые библиотеки и компиляторы для того или иного языка программирования, потом написать код в терминале (или текстовом редакторе) и запустить его. Также Linux поддерживает языки Bash и Python, с помощью которых можно написать скрипты для более гибкой и быстрой работой с файлами.

•Приватность. Исходя из того, что Linux является свободным ПО, у него нет как такового собственника в широком смысле. Кроме того, ОС не собирает персональные данные пользователей против их воли и не вынуждает использовать те или иные настройки системы без их ведома.

•Надёжность. Linux не принуждает перезагружать ПК после каждой установки обновления системы/ПО. Вместо этого пользователь сам решает время их применения (можно запланировать перезагрузку ПК утилитами at, crontab или shutdown), а между тем может продолжить работу как ни в чём не бывало.

Выбор дистрибутива. Когда школе предоставляется свободный выбор дистрибутива Linux, всегда встают вопросы: какой начальный набор пакетов, каков план их обновления и т.д. Выбор не ограничивается дистрибутивом, и, практически, каждый из них по мере установки ОС позволяет выбрать необходимый набор пакетов, а также графическое окружение. Нужно выбрать ту оболочку, которая будет приносить наибольший комфорт пользователям и не отбирать необходимую часть ресурсов ПК для работы.

Одним из предпочтительных кандидатов остаётся Xubuntu. Это поддерживаемый сообществом (неофициальными разработчиками, фанатами) аналог знаменитого проекта Ubuntu. Его рабочая среда Xfce служит легковесной альтернативой GNOME (который по умолчанию поставляется с родительской ОС) и KDE (соответственно, Kubuntu), имеет минималистический интерфейс, экономно использующий память и другие ресурсы ПК. Использует репозиторий Ubuntu для поддержания большого набора пакетов [5].

Как и многие другие ОС наших времён, Xubuntu распространяется для 64-битных архитектур ПК. Особенностями такого издания являются поддержка 64-битных библиотек и приложений, повышенная планка максимально допустимого размера ОЗУ и улучшенная производительность. Использование 64-битных ОС рекомендовано на архитектурах ПК, имеющих регистры разряда 64 бита (потому они и называются 64-разрядными), а также при имеющемся ОЗУ, размера больше или равному 4 ГБ.

Надо заметить, что Canonical Ltd (популяризатор Ubuntu) закончила поддержку 32-битных ОС в октябре 2017 года с выходом версии 17.10 собственного проекта. Похожую судьбу ждут и прочие дистрибутивы, созданные на его основе, в ближайшем будущем. Для большинства компьютеров, попадающих в категорию «32-битные архитектуры», придётся в дальнейшем искать другое решение (которых, к сожалению, или, к счастью, осталось совсем немного).

Набор пакетов. В этой части будут показаны альтернативны программ, используемых как в учёбе, так и дома.

<u>Графические редакторы</u>:

•<u>GIMP</u>. Свободный растровый редактор, заменяет Adobe Photoshop. Активно развивается с 1996 года и пополняется новыми инструментами.

•<u>Pinta</u>. Аналог знаменитой Paint.NET (эксклюзивной для Microsoft Windows), служит простым редактором растровых изображений. Имеет более ограниченный функционал по сравнению с GIMP.

<u>Текстовые редакторы</u>:

•<u>Mousepad</u>. Стандартный редактор, используемый в Xfce, поддерживающий подсветку скобок (выделяет соответствующую закрытую скобку для ближайшей открытой: помогает в программировании), отображение номер строк, смену цветовой схемы, поведение клавиши Tab (например, вставка нескольких пробелов вместо символа табуляции) и многое др.

•<u>Gedit</u>. Аналог Mousepad, стандартный редактор в GNOME (доступный в репозитории Ubuntu), добавляющий поддержку плагинов (сторонних расширений), а также проверку орфографии (пользовательский словарь), вставку текущей даты и времени в различных форматах и подсветку текста, соответствующую тому или иному языку программирования.

<u>Среда разработчика</u>:

•Geany. Легковесная (~15 МБ) и простая в использовании. Поддерживает более 60 языков, включая Pascal, C. В особенностях лежат поддержка плагинов, гибко настраиваемый интерфейс, автозавершение слов и др.

Офисный пакет:

•LibreOffice. Содержит в себе текстовый (Writer) и табличный процессор (Calc), программу для подготовки и просмотра презентаций (Impress), векторный графический редактор (Draw), систему управления базами данных (Base) и редактор формул (Math). Программы совместимы с файлами, созданными в Microsoft Office.

Просмотр электронных книг (PDF, DvJU):

•Xpdf. Простое приложение для просмотра PDF. Может читать зашифрованные файлы, а также позволяет извлекать изображения и конвертировать книгу в PostScript или текст.

•Evince. Стандартный пакет в GNOME для просмотра файлов форматов PDF, dvju, XPS и многие другие. Призван заменить множество приложений одним простым, но функциональным.

Мультимедиа:

•VLC. Свободный проигрыватель медиафайлов большого множества форматов, а также сервер для трансляции потока аудио/видео по сети. Для работы с медиафайлами не требуются расширения или дополнительные библиотеки: всё, что необходимо, уже «вшито» в приложение.

Средства интернет:

•Firefox. Второй в мире по популярности веб браузер и первый среди свободного ПО. В особенностях лежит адаптация под конфигурацию машины, позволяющая сэкономить потребляемые ресурсы во время работы в интернете. Обеспечивает конфиденциальность персональных данных пользователей при помощи шифровки сохранённых паролей в хранилище.

•Filezilla. Свободный FTP-клиент (программа для упрощения доступа к FTP серверу), оснащённый настраиваемым интерфейсом с поддержкой смены оформления, возможностью перетаскивания объектов (курсором мыши), синхронизации каталогов и поиска на удалённом сервере (не только Linux ОС).

•Thunderbird. Свободная почтовая программа, разработанная Mozilla Foundation (они же написали Firefox). Также предназначена для работы с группами новостей и календарём (при установке официального расширения Lightning).

Обучение:

•GNU Octave. Система для математических вычислений, использующий совместимый с MATLAB язык высокого уровня. Может использовать официальные расширения для решения линейных алгебраических задач, различных дифференциальных уравнений, интегрирования функций на конечных и бесконечных интервалах и многое другое.

•Claroline. платформа для электронного электронного обучения (eLearning) и электронной деятельности (eWorking), позволяющая учителям создавать эффективные онлайн-курсы и управлять процессом обучения и совместными действиями на основе веб-технологий. Переведённая на 35 языков, Claroline обладает обширным сообществом пользователей и разработчиков по всему миру. Используется не только школами и университетами, но также и тренинговыми центрами, ассоциациями и компаниями. Платформа настраиваемая и предлагает гибкую среду для разработки под конкретный заказ.

Запуск приложений Windows. Если задача по поиску свободного (может и закрытого) ПО для Linux считается невозможной, то пользователям предлагается установить *Wine* – программный интерфейс, нацеленный на исполнение 16-, 32- и 64-битных приложений, созданных исключительно для Microsoft Windows, без необходимости её установки. Для работы программ он воспринимает системные вызовы приложений к библиотекам операционной системы и подменяет их своими. Таким образом, эмуляции процессора, аналогично другим эмуляторам (вирт. машинам), не происходит, и приложения могут выполняться в Wine почти так же быстро, как и в «родной» ОС (а в некоторых случаях и быстрее).

Для каждой (тестированной) программы на официальном веб-сайте существуют результаты тестов, исполненных волонтёрами данного проекта, и к каждому прилагается документация по успешному запуску того или иного приложения (если это вообще возможно).

Wine требует навыки работы с командной строкой, но к нему предлагается надстройка *PlayOnLinux*, которая позволяет легко установить приложения Windows с помощью графического интерфейса. В официальном репозитории Ubuntu доступны старые версии обоих пакетов, поэтому рекомендуется добавить в ОС официальные репозитории Wine и PlayOnLinux перед скачиванием.

Заключение. Linux, определённо, заслуживает внимания не меньше Windows, несмотря на то, что система очень молода. Благодаря статистике мы всё чаще убеждаемся в её популярности и важность в сегодняшнем мире информационных технологий, в том числе образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Роберт Лав*. Ядро Linux: описание процесса разработки = Linux Kernel Development. — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2012. — 496 с. — ISBN 978-5-8459-1779-9.

2. *Бенжамин Мако Хилл и др.* Ubuntu Linux: официальный учебный курс = The Official Ubuntu Book. — М.: Триумф, 2008. — 384 с. — ISBN 978-5-89392-332-2.

3. Operating system market share // NetMarketShare. 2019. URL: https://www.netmarketshare.com/operating-system-market-share.aspx (дата обращения: 7.03.2019).

4. 11 Reasons Why Linux Is Better Than Windows // It's FOSS. 2019. URL: https://itsfoss.com/linux-better-than-windows/ (дата обращения: 7.03.2019).

5. Ubuntu Flavours // Ubuntu. 2019. URL: https://www.ubuntu.com/download/flavours (дата обращения: 7.03.2019).

6. Wine // Википедия. [2019—2019]. Дата обновления: 28.01.2019. URL: https://ru.wikipedia.org/?oldid=97756350 (дата обращения: 7.03.2019).

УДК 004.432.4

РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ СТУДЕНТА

Татьяна Сергеевна Колесникова
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород
E-mail: tanipotemkina@gmail.com

Ирина Николаевна Беляева
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород
E-mail: ibelyaeva@bsu.edu.ru

Ключевые слова: *экспертная система, программирование, SWI-Prolog, декларативный язык.*

Аннотация. Данная статья посвящена развитию интеллектуальных способностей студентов высших учебных заведений посредством создания экспертных систем на языке логического программирования SWI-Prolog. Показан переход на нелинейную модель обучения, обусловливающий оптимизацию образовательного процесса. В статье освящены возможности, которыми обладает язык программирования Prolog, описаны преимущества его использования для развития мышления обучающихся. Статья содержит описание разработанной экспертной системы по выбору sound-системы.

Одной из приоритетных задач современного образования является всестороннее развитие личности. Обучение в высшей школе направлено не только на приобретение профессиональных знаний и навыков, но и предполагает удовлетворение потребности личности в интеллектуальном, нравственном и культурном совершенствовании [3, с. 8].

Совокупность учебных дисциплин, лежащая в основе образовательного процесса, выступает в качестве средства развития интеллектуальных способностей студента. Некоторые дисциплины предполагают переход на нелинейную модель обучения, эффективность которой обусловливается движением от постановки цели до этапа контроля через самостоятельное или частично самостоятельное исследование проблемы. Особенно результативна данная модель по отношению к дисциплинам, предусматривающим активное использование компьютерных технологий [3, с. 21]. Одной из таких дисциплин является программирование, в рамках которого изучаются процедурные и объектно-ориентированные языки. При этом большим потенциалом для развития мыслительных способностей студентов обладает обучение программированию на декларированном языке Prolog.

Данный язык является наиболее развитым и распространенным по сравнению с другими императивными языками. К областям применения Prolog относятся экспертные системы, искусственный интеллект, обработка естественного языка и онтология [1, с. 10].

Prolog характеризуют возможность обратного логического вывода, построения структуры управляющей логики как вычисления с откатами; принцип принятия отрицания как неудачи, варьирование имен сущностей.

Важной особенностью Prolog выступают предикаты, которые в унарном виде определяют свойства своих аргументов, а в совокупности с несколькими аргументами описывают отношения между ними [1, с. 15].

Наличие сервисных функций, выраженных через специализированные предикаты, позволяет реализовать пролог как язык общего назначения.

Выполнение программы на Prolog сводится к оцениванию единственного целевого предиката, который имеет ряд правил и фактов, значения которых программа должна интерпретировать как истинные. Поиск решения осуществляется через механизмы логического вывода [4, с. 6].

Простота и немногочисленность синтаксических конструкций языка обуславливает легкость его освоения. При этом Prolog-программа всегда используется для решения задачи из определенной предметной области, что определяет особенности написанных на данном языке экспертных систем [2, с. 6].

Основной единицей оперирования экспертной системы являются формализованные знания, представленные в памяти ЭВМ в виде изменяемой и дополняемой базы данных, а сама экспертная система представляет собой совокупность программ или программное обеспечение, выполняющее роль эксперта в решении задачи из определенной области [1, с. 14].

Экспертная система представляет собой комплексный, сложный продукт, поэтому ее разработка требует участия различных специалистов таких, как:

— Эксперт конкретной предметной области, для которой создается экспертная система. Его задача определить знания, свойственные данной проблемной области для обеспечения полноты и правильности введения их в экспертную систему.

— Инженер по знаниям – специалист по разработке экспертных систем, который осуществляет помощь эксперту при выявлении и структурировании знаний, выборе наиболее адекватного для решения данной проблемы инструментальные средства, занимается их программированием и представлением стандартных функций, используемых в правилах, вводимых экспертом.

— Программист – специалист, ответственный за разработку инструментальных средств, включающие основные компоненты экспертной системы, посредствам связывания их со средой их использования [2, с. 22].

В учебном процессе все эти функции выполняет студент, что обусловливает развитие не только навыков программирования на декларативном языке, но и формирование абстрактного, глубокого, разностороннего мышления, навыков самоконтроля, умения планировать, оценивать, структурировать данные, а также происходит ознакомление с конкретной предметной областью, которой посвящена экспертная система.

Также стоит отметить, что особенности данного языка и возможность самостоятельного выбора предметной области будущей экспертной системы позволяют создавать индивидуальную образовательную траекторию в зависимости от уровня подготовки студента.

Так, нами была разработана экспертная система на языке декларативного программирования Prolog, предназначенная для выбора sound-системы в соответствии с потребностями пользователя.

Исследование вопроса выбора звуковой системы показало, что при создании экспертной системы необходимо учитывать несколько групп характеристик, позволяющих потребителю ориентироваться не только по качеству и мощности звука, но и по удобству взаимодействия со звуковой системой, ее адекватности размерам и дизайну помещения, в котором она будет расположена, а также по характеристикам производителя. Посредством данных характеристик составляется предикат, описывающий конкретную модель sound-системы. Таким образом, в ходе изучения информации о Sound-системах нами были выделены 18 основных характеристик, совокупность которых в сочетании с названием отдельной модели звуковой системы позволяет идентифицировать каждую представленную в базе знаний единицу согласно параметрам пользователя.

Таким образом, каждая модель звуковой системы описывается в базе знаний в следующем виде:

model('название модели', 'тип звуковой системы', 'фирма производитель', 'тип расположения', 'тип аудиосистемы', 'количество предметов в комплекте', 'мощность', 'материал корпуса', 'звуковой диапазон', 'тип разъема', 'наличие беспроводного подключения', 'цена', 'вес', 'размер', 'цвет', 'страна производитель', 'совместимость', 'наличие радио', 'тип управления').

База знаний экспертной системы по выбору Sound-системы содержит описание тридцати моделей устройств. Стоит отметить, что первый объект предиката model содержит не только название модели звуковой системы, но и текст, разделенный знаками переноса строк. Это обеспечивает удобство при выводе результата пользователю.

Так как база знаний состоит из большого числа моделей звуковых систем, отбор которых осуществляется по ряду характеристик, каждая из характеристик в свою очередь может иметь от 2 до 15 значений, реализация программы в консольном режиме не удобна для пользователя. Поэтому программа была организована нами в непосредственной связи с объектами графического интерфейса. Для реализации графического интерфейса нами была использована объектно-ориентированная библиотека XPCE [4, с. 3].

Запуск программы можно осуществить как в режиме консоли, ведя после «?»- команду *run*, либо щелкнув на ярлык программы, после чего на рабочем столе появится окно графического интерфейса.

Пользователю необходимо выбрать значения характеристик из выпадающих списков и после чего нажать кнопку «Пуск».

Запуск программы осуществляется правилом *run*, которое включает в себя ряд объектов из графической библиотеки, записанных в виде предикатов.

Предикат *new(Dialog, ...))* используется для создания нового объекта – экранной формы, который имеет аргумент *dialog*, определяющий заголовок объекта – «Ваш помощник при подборе Sound-системы». То есть создается окно, в котором будет реализован графический интерфейс пользователя [2, с. 43].

Предикат *send_list(Dialog, append,[new(...)...].* – вызывает метод *append,* отвечающий за добавление элементов в объект, для окна графического интерфейса. Данный объект имеет в качестве третьего аргумента список, состоящий из объектов *N1..N18* представляющих собой перечень характеристик звуковой системы. Чтобы обеспечить выбор значений каждой характеристики используется метод *menu()*, отвечающий за выпадающий список. Значения выпадающего списка задаются посредствам предиката *send_list* каждому объекту характеристики. Например: *send_list(N1, append, ['_','2_0','2_1','5_1'])* [2, с. 48].

Данный подход обеспечивает возможность не только просмотра пользователем уже выбранных характеристик, но и их изменение как до вывода программой результатов отбора, так и после.

Отбор результатов производится программой по нажатию кнопки «Пуск», работа которой определяется через объект *button(поиск, and(message(@prolog, assert_employee,MyQuest, N1?selection, N2?selection...).* Нажатие кнопки инициирует отправку сообщения элементу *@prolog* с указанием правила для обращения через функцию *assert_employee* и данных, отобранных в выпадающих списках N [2, с. 39].

Отбор значений характеристик происходит благодаря методу *selection.* Переменные, с которыми работает программа, определяет функция поиска *assert_employee(FrmList,N1,N2,N3,N4,N5…).*

Команда *send(FrmList, clear)* очищает память, содержащую результаты поиска, а сами результаты отправляются в поле вывода командой *send_list(FrmList,append,X).*

Нажатие на кнопку «Выход» инициирует выполнение команды *button(выход, message(Dialog, destroy)), отправляющее директиву destroy* объекту Dialog с целью его закрытия.

Физические величины, такие как положение и размер определяются для графического окна через методы:

send(MyQuest,alignment,center),

send(MyQuest,size,size(100,10)),

send(Dialog,open(point(50,300))) [4, с. 13].

Стоит отметить, что программа способна выводить несколько результатов, если это предполагает запрос пользователя. Множественный вывод дает пользователю возможность выбора среди похожих по характеристикам звуковых систем наиболее оптимального для себя варианта.

Пример работы программы при наличии нескольких совпадений представлен на рисунке 1.

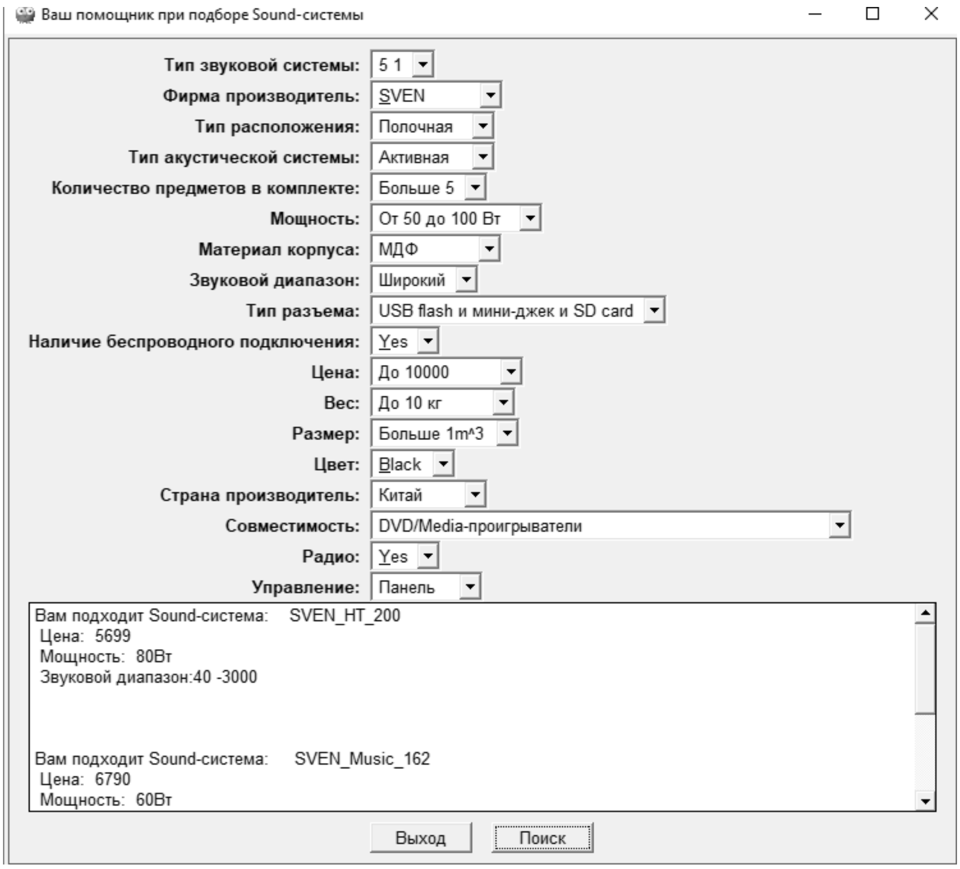


Рис 1. Результат работы экспертной системы

Таким образом в ходе разработки экспертной системы было проведено определение задач, изучение предметной области разрабатываемой экспертной системы и извлечение необходимых знаний с их последующим анализом и структуризацией, осуществлена работа по концептуализации и формализации данных посредством представления на декларативном языке. Данную деятельность можно рассматривать как фактор, активизирующий мыслительные процессы, а этапы реализации и тестирования экспертной системы как фактор, способствующий развитию самостоятельности и самоконтроля личности студента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Большакова Е.И. программирование на языке Пролог: Учебное пособие. / Е.И. Большакова, Н.В. Груздева. – М.: Издательский отдел факультета ВМК МГУ им. Ломоносова; МАКС Пресс, 2013. – 112 с.

2. Муромцева Д.И. Введение в технологию экспертных систем. – СПБ: СПБ ГУ ИТМО, 2005. – 93 с.

3. Нелинейная модель российского высшего образования в макрорегионе: теоретическая концепция и практические возможности: монография / Г. Е. Зборовский, П. А. Амбарова, В. С. Ка- ташинских, А. К. Клюев, А. А. Кузьминчук, С. В. Кульпин, М. В. Певная, Н. В. Шаброва, Е. А. Шуклина / под ред. Г. Е. Зборовского. – Екатеринбург: Гуманитарный университет, 2016.– 336 с.

4. Татжибаева О.А., Разработка экспертных систем: методические указания к расчетно-графическим работам по дисциплине «Системы искусственного интеллекта» - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 23с.

УДК 37.036

ВЛИЯНИЕ МЕГАТРЕНДОВ ОБЩЕСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ НА МЕТОДИКУ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ В ШКОЛЕ

Наталья Станиславовна Кольева
Северо-Казахстанский государственный университет им. М. Козыбаева
Казахстан, Петропавловск
e-mail: nkoleva@mail.ru
Елена Владимировна Шевчук
БОУ «Лицей», Калачинск
e-mail: evshevch@mail.ru
Андрей Владимирович Шпак
БОУ «Лицей», Калачинск
e-mail: andrey.v.shpak@gmail.com

Ключевые слова: *методика преподавания информатики****,*** *мегатренд, STEM-образование, BigData.*

Аннотация. В статье проанализированы основные мировые тенденции, которые могут повлиять на существующие подходы к преподаванию информатики в школе.

Вопросы методик и технологий преподавания информатики в школе изучаются в течение всей истории существования информатики как школьного предмета. В многочисленных работах современных исследователей изложен положительный опыт и методики применения информационных технологий в учебном процессе. Однако авторы статьи считают, что методики преподавания информатики в школе должны постоянно эволюционировать так же, как и эволюционируют парадигмы образования в зависимости от трансформации трендов общества.

Анализ работ, посвящённых исследованиям мегатрендов общепланетарного общественного развития с последующим выявлением вытекающих из этих мегатрендов тенденций в системе образования [1] позволил авторам статьи выявить несколько тенденций, которые актуализируют необходимость совершенствования методик преподавания в школе, и в первую очередь, методик преподавания информатики, как предмета, содержание которого наиболее зависимо от степени информатизации общества.

Наше общество живет в так называемом «информационном стрессе», в условиях непрерывно растущих потоков различной информации. Современный человек за месяц получает и обрабатывает столько же информации, сколько человек XVII века – за всю жизнь. Проблема "больших данных", или BigData – это проблема создания и использования технологий для работы с большими объемами информации. На фоне постоянного и бессистемного роста источников различного рода информации данные стали сложнее и разнообразнее по структуре, кроме того, сама индексация данных также становится все более бессистемной.

С каждым новым периодом времени становится все труднее оценить полезность постоянно растущих данных. По оценкам IDC[2], к 2020 году доля полезной информации составит всего 35% от всей сгенерированной.

Авторы считают, что в условиях, когда объемы мировой информации ежегодно увеличивается на треть, а в свободном доступе (в сети Интернет) качество и достоверность информации слабо контролируема, одной из основных целей преподавания информатики должно стать развитие:

- навыков поиска достоверной и актуальной информации в условиях «BigData»,
- навыков обработки больших объемов информации (в том числе навыков структурирования информации, выбора оптимальных вычислительных ресурсов для обработки информации, включая не только собственные ресурсы, но и виртуальные (облачные) вычислительные среды);
- способностей на основе обработанной информации самостоятельно генерировать новую.

Проблема современного мира – это острая нехватка времени. Многие современные учёные обратили внимание на вопрос ускорения времени, и эту проблему вообще можно было бы считать вымышленной, если бы не теория относительности А. Эйнштейна. Кроме того, ускорение времени состоит в прямой связи с таким феноменом, как сжатие пространства. Ускорение времени дает о себе знать во всех сферах жизнедеятельности, в том числе и в образовании.

Ученые отмечают, что чем крупнее город, тем выше скорость жизни. Существует мнение, что в крупных городах даже классическая литература читается труднее, чем в небольших уездных городах, и это потому, что текст написан в ином ритме, нежели тот, в котором живут крупные города [3].

Мало кто из современных школьников читает крупные по объему романы. Одна из теорий – ритмы произведений прошлых веков («Война и мир», например), уже давно непонятны современникам: «…читать его в том же ритме, в каком он писался, можно лишь где-нибудь в деревне у печи» [3].

То же самое можно сказать и об исследованиях. Если раньше сложные расчеты, например, сопровождающие проектирование техники, делались «вручную», и занимали довольно продолжительное время, то в настоящее время это просто недопустимо, все расчеты более точно и намного быстрее делаются вычислительными системами. Этим вопросам посвящено много исследований в области физики, психологии и философии, но так или иначе, хоть теория и многим кажется спорной, проблема ускорения времени есть, и она должна порождать реакцию системы образования.

Авторы считают, что в условиях «ускорения времени», одной из основных целей в процессе обучения информатике должно стать развитие:

- навыков скорочтения в процессе анализа источников;
- навыков поиска оптимальных вычислительных сред для выполнения различных типов «рутинных операций»;
- навыков формализации сложных задач исследования с целью «делегирования» нетворческих видов работы вычислительным средам и прикладным программам;

- навыков самостоятельного поиска и использования современных технологий, ускоряющих процесс учебно-исследовательской деятельности.

В последние годы интернационализация образования является ключевым фактором его трансформации, и он неуклонно усиливается и его значение растет. Возрастают потоки не только «мобильных» студентов, но и «мобильных» школьников. Уже и для школьников стало привычным участие в международных конкурсах, обучение в международных школах и учебных оздоровительных лагерях, и в других международных мероприятиях.

Авторы считают, что в условиях интернационализации одной из основных целей в процессе обучения информатике должно стать развитие:

- навыков поиска источников на других языках (в том числе с использованием автоматических «переводчиков», «поисковиков» на различных языках);
- навыков сравнительного анализа русскоязычных источников с контентом на других языках (по исследуемой тематике).

Хорошо известно, что сегодня от выпускников требуются не просто хорошие предметные компетенции, а главным образом междисциплинарные компетенции. STEM представляет собой интегрированный подход обучения, в рамках которого академические научно-технические концепции изучаются в контексте реальной жизни. Исходя из того, что главное место в STEM-обучении (аббревиатура от Science — естественные науки, Technology — технологии, Engineering — инжиниринг, проектирование, дизайн, Mathematics — математика) отводится практике, авторы считают, что в современной школе этот подход логично и необходимо применять в процессе обучения учебно-исследовательским видам деятельности именно на уроках информатики.

Авторы считают, что в условиях мирового тренда и повышения общественного спроса на STEM-профессии и компетенции, одной из основных целей в процессе обучения информатике должно стать развитие:

- навыков выявления возможных межпредметных связей с предметом учебно-исследовательской деятельности;
- навыков поиска новых технологий и систем математического моделирования, соединяющих разрозненные знания нескольких предметов, включая предмет исследования, в единое целое;
- навыков использования новых технологий и систем математического моделирования в процессе учебно-исследовательской деятельности.

В настоящее время получила развитие так называемая «теория поколений» Хоува-Штрауса (США). В России ее адаптацию осуществила Евгения Шамис [4]. Принципиальное свойство нового поколения «Digital Natives», или цифрового поколения (более часто так говорится о тех, кто рожден после 2000 года), заключается в том, что они рождены в век высоких технологий. Ими оно пользуется практически «с пеленок», а в виртуальном мире эти дети ощущают себя, как в реальной жизни. Они всегда пытаются быть мобильными, доступными «on-line», а значит, этим детям зачастую уже привычнее и удобнее и учиться, используя виртуальность. Представители этого поколения выросли в мире, где ощущается уже с первого класса постоянный дефицит свободного времени. Именно поэтому они адаптировались к необходимости очень быстро оценивать и просеивать огромные объемы информации.

Авторы считают, что учитывая исследования ученых (возможно и спорные) в области психологии поколения, рожденного после 2000 г., при обучении школьников необходимо акцентировать внимание на облачные и мобильные технологии поиска и обработки информации в реальном времени, а также технологии оценки объективности и достоверности информации.

Приобщение школьников к исследовательской работе в настоящее время также рассматривается как один из трендов образования, позитивно влияющее в дальнейшем на становление современной, востребованной социумом, творчески мыслящей личности.

К сожалению, по вполне объективным причинам не всегда удается внедрять элементы формирования научно-исследовательской деятельности на каждом отдельно взятом предмете, хотя очень многие учителя выделяют время для формирования соответствующих компетенций.

Однако авторы считают, что в школе целесообразно ввести факультатив «Основы организации исследовательской деятельности». Введение этого факультатива позволит более эффективно и системно сформировать общие компетенции и навыки самостоятельной исследовательской деятельности (по сравнению с элементами обучения исследовательским навыкам в рамках отдельных предметов) за счет:

- системного подхода к обучению (изучения общих, а не частных принципов и технологий проведения основных этапов исследования по различным предметам);
- изучения новых информационных технологий и способов адаптации их для решения задач из различных предметных областей;
- изучения общих подходов к математическому и компьютерному моделированию явлений и процессов из различных предметных областей;
- обеспечения гибкости содержания факультатива (при необходимости, содержание факультатива легче адаптировать к постоянно изменяющимся тенденциям общества и новым информационным технологиям, чем менять содержание соответствующих разделов в рамках нескольких разных предметов);
- удобства реализации в рамках факультатива элементов STEM-обучения (в рамках отдельно взятых предметов STEM-обучение более затруднительно).

В этой статье авторы не ставили перед собой цели принимать или ставить под сомнение результаты исследований современных ученых (теории, мегатренды и тенденции). В наше время скорость изменений, происходящих в обществе, существенно опережает скорость разработки новых методик обучения, но, по мнению авторов, система образования должна своевременно реагировать на изменения в обществе.

В статье рассмотрены основные, с точки зрения авторов, тенденции, которые побуждают внести коррективы в устоявшиеся методики преподавания информатики. Безусловно, необходимо постоянно проводить научные исследования в этой области, развивать как общие, так и частные методики обучения, учитывающие современные реалии развития общества.

Рекомендации, описанные выше, были успешно апробированы авторами статьи в школах России и Казахстана [5, 6], а также реализовывались в рамках создания учебников по информатике для школ РК [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мегатренды. Основные траектории эволюции мирового порядка в XXI веке: Изд. второе, испр. и доп. / Под редакцией Т.А. Шаклеиной и А.А. Байкова. – М.: АСПЕКТ ПРЕСС, 2014. – 448 с.
2. Постолатий В. BigData шагает по планете. Российская Бизнес-газета – Инновации №896 (18). – URL: http://www.rg.ru/2013/05/14/infa-site.html (дата обращения: 26.02.19).
3. Троицкий С.А. Ускорение времени // Серия “Symposium”, Философия старости: геронтософия. Выпуск 24 / Сборник материалов конференции Санкт-Петербург: Санкт-Петербургское философское общество, 2002. – С.66-71.
4. Никонов Е., Шамис Е. Теория поколений. Дата выхода на ЛитРес: 23 августа 2017. – URL: https://www.litres.ru/e-nikonov / (дата обращения: 26.02.19).
5. Шпак А.В., Шевчук Е.В. К вопросу формирования навыков учебно-исследовательской деятельности школьников с учетом мегатрендов и основных мировых тенденций общественного развития. Учебно-исследовательская деятельность учащихся: реалии и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Омск: Издательский центр КАН, 2018. – 190 с.
6. Шпак А.В., Шевчук Е.В. Информационно-образовательная среда. Опыт и перспективы. Palmarium Germany. Copyright © 2016 by the author and LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH& Co. KG-99 с.
7. Шевчук Е.В., Кольева Н.С. Информатика. Учебник для 8 классов общеобразоват. школы. – 3-е изд. Утвержден МОН РК, Алматы: Изд-во «Мектеп», 2012. – 128 с.

УДК 535.31

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ В ЗАДАЧАХ ПО ОПТИКЕ

Юлия Васильевна Кузнецова
Академическая гимназия ТвГУ им.П.П. Максимовича,
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: kuznecova_y_v@mail.ru

Ключевые слова: *геометрический смысл производной, уравнение касательной, парабола, фокус параболы*

Аннотация. Затронуты проблемы освещенности темы геометрического смысла производной в физических задачах по оптике при изучении курса физики в классах физико-математического профиля.

Вузовская физика отличается от школьной более широкой и более глубокой проработкой научного содержания, имеющего в основном сходную структуру вплоть до практического совпадения в названии ряда тем и разделов [1], [2]. При этом глубина проработки, главным образом, отличается уровнем применяемого математического аппарата, начиная с первой же лекции или практического занятия. Необходимым условием для сближения уровней знаний выпускников средней школы по физике с требуемым уровнем студентов, поступивших на 1-й курс технических вузов, является максимальная корреляция уровней математического аппарата, используемого в школьной физике, и математического аппарата вузовской физики. При изучении физики в образовательном учреждении недостаточно используются получаемые школьниками знания (например, по элементам математического анализа) даже по программе нынешнего курса школьной математики. В рамках решения данной задачи необходима пересмотр школьной программы по математике и перенос в неё большего количества тем по такому разделу как «Математический анализ», поскольку несмотря на плодотворную работу при проведении многочисленных реформ в образовании существует проблема согласования содержания и последовательности преподавания разделов физики и математики. Данная проблема возникла в связи с ростом объема необходимых знаний в результате совершенствования компьютерных технологий. Благодаря осуществлению многочисленных изменений многие идеи были реализованы для школьников старших классов школы с углубленным изучением физики и математики[3]. Однако до сих пор сплоченность при преподавании физических и математических наук в средней школе не достигнута.

Знакомство с этой проблемой и участие автора данной статьи в ее решении началось с преподавания курса физики в Академической гимназии Тверского государственного университета им. П.П. Максимовича. При работе в профильном классе физико-математической ориентации очень важно раскрыть то, что производная успешно применяется при решении различных прикладных задач в науке, технике и жизни. Современные школьные учебники по физике практически полностью исключают понятия геометрического смысла производной, несмотря на то, что оно встречается во многих физических задачах, особенно в таких разделах как «Механика» и «Оптика».

При этом, основными целями и задачами факультативного курса или практикума по решению физических задач» являются:

- знакомство обучающихся с основными типами физических задач: расчётными, качественными, графическими, технического содержания;
- формирование знаний, умений и навыков решения физических задач, в том числе повышенной сложности;
- ознакомление с разными способами решения физических задач: логическим, математическим (арифметическим, алгебраическим, графическим, геометрическим) и экспериментальным.

В связи с вышеизложенным, в данной статье хотелось на примере задач по оптике показать необходимость изучения темы производной и ее геометрического смысла.

Задача 1. На каком расстоянии d_{min} надо поместить предмет от собирающей линзы с фокусным расстоянием F, чтобы расстояние от предмета до его действительного изображения было наименьшим?

Решение. Выполним рисунок (см. рис.1). Используем формулу тонкой линзы с учётом правила знаков: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, из которой выразим расстояние от оптического центра собирающей линзы до предмета: $f = \frac{Fd}{d-F}$. Расстояние от предмета до его действительного изображения $s = d + f = \frac{d^2}{d-F}$. Исследуем последнее выражение, для чего найдём производную от s по d и приравняем её нулю:

$$s'_d = \frac{2d(d-F) - d^2}{(d-F)^2} = \frac{d^2 - 2dF}{(d-F)^2} = 0.$$

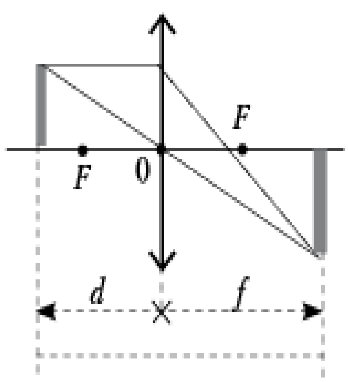


Рис. 1

Из равенства $d^2 - 2dF = 0$ следует $d_{min} = 2F$. При этом значении d расстояние от предмета до его действительного изображения будет наименьшим: $s_{min} = 4F$.

Задача 2. Доказать, что лучи света, параллельных оси параболы, отражаясь в параболе, собираются в ее фокусе F.

Доказательство. Согласно законам оптики, отраженный луч света будет лежать в той же секущей плоскости, причем этот луч образует с касательной к параболе такой же угол, как и падающий. Все лучи, параллельные ОУ, после отражения пересекутся в одной точке оси ОУ, в фокусе зеркала (рис.2).

Фокус параболы имеет координаты F (0, 1/4a) [4].

Пусть $E(x_0, a(x_0)^2)$ – произвольная точка параболы (рис. 2). Из закона отражения света вытекает, что величины углов, образуемых с касательной PE падающим лучом AE и отраженным лучом EF, равны между собой (на рисунке углы α). Необходимо доказать, что AE параллельна оси Oy, что равносильно равенству углов ∠FEP=∠FPE. Это означает, что треугольник FPE равнобедренный, т.е. PF=FE.

Вычисляем FE: $FE = \sqrt{(ax_0^2 - \frac{1}{4a})^2 + x_0^2} = |ax_0^2 + 1/4a|.$

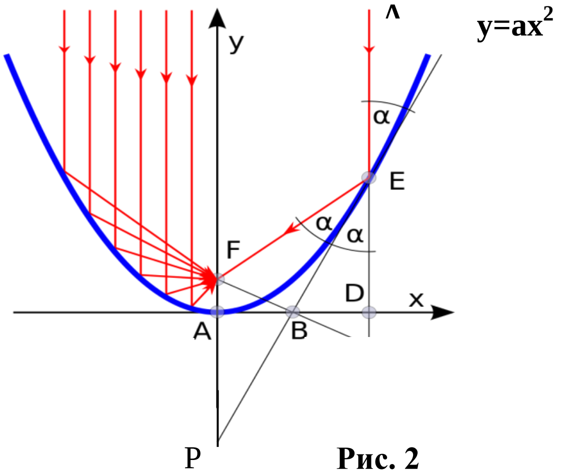


Рис. 2

Для вычисления PF запишем уравнение касательной EP. Так как производная $y^{/} = 2ax$, это уравнение имеет вид: $\mathrm{y} - \mathrm{ax}_0^2 = 2\mathrm{ax}_0(\mathrm{x} - \mathrm{x}_0)$.

Полагая в нем $x = 0$, найдем ординату точки P : $y = -ax_0^2$. Следовательно, по модулю отрезки PF и FE будут равны.

В рассмотренной задаче мы доказали фундаментальное геометрическое свойство параболы. То есть, для любой параболы существует такая точка, называемая фокусом, и такая прямая, называемая директрисой, что расстояние от произвольной точки параболы до фокуса и до директрисы одинаковы.

Результаты задачи 2 широко используются в разделе «Оптика» при объяснении материала по зеркалам. Как известно, поверхность, получающаяся при вращении параболы вокруг своей оси, называется параболоидом вращения. Широкое применение в науке и технике имеют параболические зеркала, имеющие форму параболоида вращения, которые позволяют создать пучок параллельных лучей [5]. На этом свойстве параболического зеркала основано устройство параболических телескопов и антен, оно используется при изготовлении прожекторов, фонарей, различных проекторов (фар, прожекторов, коллиматоров). Если параболическое зеркало освещается пучком лучей света, параллельно оси ОУ, то сечение этого зеркала плоскостью, проходящую через ось ОУ представляет собой параболу.

Делаем вывод, что производная успешно применяется при решении различных прикладных задач в науке, технике и жизни.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., Сотский Н.Н. Физика: учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровни. – М.: Просвещение, 2010.

2. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровни. – М.: Просвещение, 2010.

3. Хуторской А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций // Интернет–журнал "Эйдос". – 2005. – 12 декабря.

4. Бронштейн И. Парабола // Квант. – 1975. – № 4. – С. 9-16.

5. Атлас по технике. – Пер. с исп. – М: ОЛМА-ПРЕСС Экслибрис, 2003. – 96 с.

УДК 378.147:547

ТЕХНОЛОГИИ В КОМАНДНОЙ РАБОТЕ

Алла Степановна Левина
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: Levina.AS@tversu.ru
Олег Евгеньевич Журавлев
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: Zhuravlev.OE@tversu.ru

Ключевые слова: *игровые технологии и моделирование, компетентностный подход.*

Аннотация. В работе рассматривается, как игровые технологии и моделирование способствуют созданию целостного представления о профессиональной и коммуникативной компетентности, развитию аналитического и практического мышления.

Реформы высшего образования направлены на развитие самостоятельности, инициативности и творчества обучаемых. Это предполагает ориентацию на активные методы овладения знаниями. К их числу можно отнести игровые технологии. Применение игровых технологий в изучении химии – это особая форма развития внутренней мотивации, познавательных и творческих способностей обучаемых.

Игровое моделирование способствует созданию целостного представления о профессиональной и коммуникативной компетентности, приобретению социального опыта, развитию аналитического и практического мышления [1]. Способность осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде. Всё выше перечисленное с успехом реализуется при командной работе обучаемых: действие одного участника невозможно без одновременных и предшествующих действий другого (других).

Девиз командной игры – «от предложения каждого к общему мнению, сами планируем, сами готовим, сами проводим, сами анализируем». Вклад каждого члена команды в игру определяется коэффициентом индивидуального участия. Оптимальной формой командной работы являются деловые и ролевые игры. Они позволяют сместить акцент с «системы знаний» на «систему навыков, умений, способов поведения, приемов творчества», т.е. на деятельность для конкретной профессии, должности и т.д. Для реализация игровой ситуации необходимо иметь следующие элементы игровой модели: цели игры, сценарий, комплект ролей и функций игроков, правила игры, комплект деловой документации и систему оценивания.

В перечне деловых и ролевых игр, разработанных на основе химических дисциплин, можно использовать: «метод мозгового штурма» и его модификации, КВН, «Что? Где? Когда?», проблемные конференции («Ядохимикаты: за и против»), брейн-ринг «Четыре Э» (экология, энергия, эффективность обучения, экономика), «Квартальный отчет в НИИ», «Проектируем товары бытовой химии», «Химия и решение экологических проблем», «Счастливый случай», «Производство аммиака в промышленности», «Парадоксы науки» и ряд других. Каждый участник одновременно выступает в роли: «генератора идей», «понимающего» и «критика» [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панфилова А.П. Игровое моделирование в деятельности педагога: учеб. Пособие для студ. высш. учеб. заведений – М.: «Академия», 2008. -385 с.
2. Исаев Д.С. Учебная книга по химии.– Тверь: Изд-во «СФК-офис», 2015. –368 с.

УДК 378.147:547

ВВЕДЕНИЕ В КОНЦЕПЦИЮ САМОРАЗВИТИЯ

Алла Степановна Левина
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: Levina.AS@tversu.ru
Олег Евгеньевич Журавлев
Тверской государственный университет», Тверь
E-mail: Zhuravlev.OE@tversu.ru

Ключевые слова: *саморазвитие, инновационная деятельность, становление естественных наук.*

Аннотация. В работе рассматриваются цели и задачи формирования творческой личности, способной к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности.

Одной из важнейших проблем, стоящих перед высшей школой, является повышение качества подготовки специалистов, формирование творческой личности, способной к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Стратегия саморазвития обеспечивает качественное преобразование отношений человека с действительностью, давая по существу новое решение проблемы, «выход» за пределы ситуации, задавая для индивида организацию «нового пространства», нового изменения жизни.

Духовное развитие личности происходит тогда, когда она движется к определению смысла жизни, лежащего вне своего собственного «Я», стремится к продолжению себя в других. Это уже хорошо просматривается при знакомстве с историческим материалом по развитию и становлению естественных наук, в том числе химии.

Великих мудрецов и философов древности (Пифагор, Сократ, Платон, Аристотель, Демокрит и др.) интересовали суть веществ и процессов. Они искали ответ на вопрос «Почему?». Древние греки первыми занялись тем, что сегодня называется химической теорией. Другим важным вопросом у греков был вопрос о делимости материи. Но атомистическая теория оставалась не популярной в течение двух тысячелетий после Демокрита. Пять веков алхимия контролировалась арабами. Самыми талантливыми алхимиками были - Гебер, Разес, Авицена.

С началом крестовых походов (с 1096г.) алхимия переместилась в Европу. Переводятся арабские труды по алхимии на латинский язык. Видными европейскими алхимиками были – Альберт Великий, Роджер Бэкон, Луллий, Либавий, Парацельс.

В химии переход от простого качественного описания к количественным измерениям был осуществлен лишь спустя столетие после открытия законов движения Ньютоном (1687г.).

Открытие водорода, кислорода, углекислого газа, новой теории процессов горения, логической системы химической номенклатуры, открытие урана и циркония – всё позволило заложить новый фундамент химической науки.

Без изучения даже краткого исторического материала по химии невозможно реализовать траекторию саморазвития и самоорганизации обучаемых для достижения высот профессиональной деятельности в современном мире.

УДК 373 (1174)

МОНИТОРИНГ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ КАК ИНСТРУМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ОБРАЗОВАНИЯ

Елена Владимировна Лошкарева
ГБУ Тверской области «Центр оценки качества образования», Тверь
E-mail: gu_to_coko@mail.ru

Ольга Анатольевна Нестерова
МОУ СОШ №29, Тверь
E-mail: tverschool29@mail.ru

Светлана Юрьевна Щербакова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: shchsv@yandex.ru

Ключевые слова*: *педагогический мониторинг, образовательные достижения, качество образования, управление качеством образования.

Аннотация. Мониторинг образовательных достижений обучающихся рассматривается в аспекте управления качеством образования, в частности математического образования, на различных уровнях.

Термин «мониторинг» появился перед проведением Стокгольмской конференции ООН по окружающей среде в 1972 г. Под мониторингом было решено понимать систему непрерывного наблюдения, измерения и оценки состояния окружающей среды. Появление понятия «мониторинг» (с латинского языка *monito*r - напоминающий, надзирающий) связано со становлением и развитием информационного общества, которое нуждалось в объективных и субъективных сведениях о состоянии тех или иных объектов и структур.

Вскоре мониторинговая деятельность как вид деятельности перестала быть прерогативой только технических профессиональных сфер, она активно внедряется в управленческие, социологические, психологические и педагогические профессиональные области.

Мониторинг используется в тех случаях, когда в построении какого-либо процесса необходимо постоянно отслеживать происходящие в реальной предметной среде явления с тем, чтобы включать результаты текущих наблюдений в процесс управления.

В педагогической науке и практике использование мониторинга возможно в двух аспектах.

- Во-первых, как педагогическая технология образовательной деятельности, способствующая решению актуальных образовательных задач.

- Во-вторых, как средство получения информации в процессе проведения научных исследований или управленческого контроля.

В связи с этим появляется понятие «педагогический мониторинг» учебных достижений, представляющий собой целостную систему взаимосвязанных и взаимозависимых компонентов: диагностики, контроля, оценки, коррекции и прогнозирования.

Были выявлены педагогические условия, обеспечивающие эффективность организации процесса мониторинга образовательных достижений обучающихся, а именно:

– оптимальное использование комплекса критериев и показателей мониторинга в совокупности с основными компонентами системы управления качеством - качеством реализации образовательной деятельности, качеством условий его протекания и качеством образовательных результатов;

– проверка соответствия уровня образовательных достижений обучающихся требованиям федеральных государственных образовательных стандартов проводится с помощью специально разработанной системы измерителей;

– сама система измерителей должна быть инвариантна по отношению к различным типам школ, учебным планам, программам и учебникам. Это потребовало операционализации стандартов в индикаторах; установление критериев, по которым возможно судить о достижении стандартов.

Система измерителей может быть представлена в различных формах, но должна отвечать определенным требованиям: содержательная валидность, т.е. полное соответствие содержанию проверяемого учебного материала; надежность, т.е. обеспечение воспроизводимости полученных при проверке результатов; объективность, т.е. независимость от личности проверяющего. Такого рода стандартизация создает условия, позволяющие проводить сравнительный анализ результатов тестирования и получать общую картину динамики развития системы образования региона.

В рамках реализации комплексного проекта модернизации образования Тверской области и создания региональной системы оценки качества образования на территории Тверской области с 2007 года началось регулярное проведение мониторинга образовательных достижений обучающихся начальной, основной и средней школы.

Введение федеральных государственных образовательных стандартов (далее – ФГОС) сначала начального общего, затем основного общего и среднего общего образования [1–3] потребовало введения новой системы оценки образовательных достижений и, следовательно, новых подходов к проведению мониторинга, а именно:

- введение комплексной оценки достижения предметных, метапредметных, личностных результатов освоения образовательных программ;

- ориентация контрольных измерительных материалов (далее – КИМ) не только на проверку освоения знаний и умений, а на оценку способности обучающихся применять эти знания в различных ситуациях, при решении учебно-познавательных и учебно-практических заданий;

- использование стандартизированных измерительных материалов, обладающих надежными характеристиками;

- ориентация полученных результатов на управление качеством образования на различных уровнях;

- представление результатов по уровням достижения освоения ФГОС (повышенный, высокий, базовый, пониженный, недостаточный);
- выявление классов/обучающихся группы риска;
- выявление обучающихся с высоким уровнем подготовки.

Основными целями мониторинга образовательных достижений являются исследование уровня освоения обучающимися базового содержания образовательных программ по математике начального общего, основного общего и среднего общего образования, определение их готовности к успешному продолжению обучения на следующем уровне, а также накопление информации и выявление тенденций развития математического образования школьников.

В ходе проведения мониторинговых исследований происходит апробирование и отбор наиболее объективных и надежных показателей для региональной системы оценки качества образования.

При проведении мониторингового обследования используются специально разработанные контрольные измерительные материалы, прошедшие профессиональную экспертизу и получившие одобрение.

Отбор содержания контрольных измерительных материалов производится в соответствии с целью мониторинга: выявить уровень владения обучающимися основными знаниями и умениями по математике, а также уровень сформированности ряда универсальных учебных действий - правильное восприятие учебной задачи, контроль и самоменеджмент в процессе выполнения задания в соответствии с возрастными возможностями школьников.

Содержание заданий контрольных измерительных материалов ориентировано на требования федеральных государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего общего образования к предметной подготовке по соответствующим программам. При этом должна быть обеспечена полнота проверки уровня освоения программного содержания (контента) и объективность оценки выполнения заданий КИМ. В содержании КИМ региональных диагностических/проверочных работ представлены спецификация и кодификаторы, содержащие проверяемые основные элементы содержания, умения и способы деятельности, которыми должен овладеть каждый школьник на соответствующем этапе обучения, а также система оценивания.

Выявленные в ходе анализа результатов многолетних мониторинговых обследований тенденции позволяют уже на этапе разработки КИМ спрогнозировать возможные результаты выполнения диагностических работ. Среди наиболее слабо освоенных обучающимися тем и разделов выделяются текстовые задачи и задания с геометрическим содержанием как базового, так и повышенного уровня.

Тем не менее, задания такой сложности присутствуют в открытом банке заданий ОГЭ и ЕГЭ и включаются в экзаменационные и проверочные работы. Следовательно, обучающиеся должны быть, по крайней мере, знакомы с многообразием формулировок, за которыми кроется известный учебный материал. Например, одно из заданий диагностической работы для 8 класса (2016-17 год) основано на простой известной еще из курса начальной школы зависимости «скорость-время-путь». Более того это задание формирует основания для умения решать текстовые задачи на движение, и значит должно быть освоено большинством обучающихся. Однако верно его выполнили менее половины тестируемых – 41%.

1. Проанализируем более подробно результаты решения текстовых задач, представленные в процентном выражении в таблице ниже.

	Доля обучающихся, справившихся с заданием			
	8 класс	**9 класс**	**10 класс**	**11 класс**
Текстовые задачи	А7 – 26 %(Б) А8 - 32 %(П)	А7 – 73,3% (Б) А8 - 12,7 % (П)	А6 – 43 % (Б)	А6 – 50 % (Б)

Для лучшего понимания предмета озабоченности авторов статьи приведем тексты заданий, указанных в таблице.

8 класс. Задание А7, базовый уровень сложности: «Число хвойных деревьев в сквере относится к числу лиственных как 17:33. Сколько в сквере хвойных деревьев, если общее число деревьев равно 500?».

Задание А8, повышенный уровень сложности: «Баржа прошла по течению реки 40 км и, повернув обратно, прошла ещё 30 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч».

Верно эти задачи решили меньше трети обучающихся. Причем задача А7, для решения которой необходимо понимать зависимость между величинами, выражающуюся их отношением вызвала большую трудность. А ведь с понятием отношения величин знакомство происходит уже в начальной школе.

10 класс. Задание А6, базовый уровень сложности: «Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов позже автомобилиста».

С точки зрения построения математической модели две последние задачи сводятся к составлению и решению дробно-рационального уравнения, и не должны вызывать трудностей в решении. Однако и в 10 классе справились с этим заданием менее половины тестируемых.

11 класс, Задание А6, базовый уровень: «Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 16 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?»

Эта задача может быть решена как алгебраически, так и арифметически путем логических рассуждений, без введения неизвестных и составления уравнения. Это означает, что она могла бы быть предложена как задача повышенной сложности уже в начальной школе. Тем не менее, ее верно решили только половина учеников 11 классов, что может свидетельствовать о недостаточной сформированности культуры логических рассуждений.

Такой объективно полученный на большом массиве тестируемых (около 10 000 человек ежегодно) результат позволяет утверждать, что уменьшение количества уроков математики в школьном расписании ведет к сокращению времени, которое школьники занимаются математикой, что в свою очередь вызывает снижение уровня их логического мышления,

Как следует из таблицы выше текстовые задачи на всех этапах обучения верно решают не более половины участников обследования.

Можно много и убедительно говорить о важности текстовых задач как примеров моделирования практических ситуаций на языке знаков и формул, как заданий для развития умения работать с информацией, выбирая математически важную информацию, как богатого материала для развития мыслительных приемов. При этом текстовым задачам много внимания уделяется в начальной школе. Тем не менее, наибольшие затруднения вызвали именно текстовые задачи. Данные задания проверяют умение планировать ход решения задачи, строить арифметическую или алгебраическую модель предложенной сюжетной ситуации, оценивать правильность построенных моделей, соотносить полученные результаты с реально возможными (Например, врач не может прописать принимать лекарство по 300 таблеток ежедневно, как было указано в ответе учеником).

Такие показатели еще раз подтверждают трудность освоения этого вида учебных заданий и детерминируют необходимость усиления работы с ними. Однако отсутствие в школьном курсе математики самостоятельной темы «Текстовые задачи» затрудняет формирование умений, тем более навыков их решения.

Тестовый характер мониторинговых работ не позволяет провести подробный анализ причин получения того или иного неверного ответа при выполнении каждого отдельного задания. Это возможно сделать, только восстановив ход рассуждений обучающегося. Поэтому для выявления причин затруднений и ошибок, допущенных обучающимися, рекомендуется подробно проанализировать их решения в черновиках. Тогда по результатам теста, дополненного для большей объективности анализом учителя можно будет условно определить кому из обучающихся и как повысить уровень умений по решению текстовых задач.

Следовательно, особая роль и ответственность принадлежат учителю при выборе места и времени для решения текстовых задач на каждом этапе обучения в соответствии с содержанием учебного материала.

Результаты проведения мониторинга оформляются в виде отчета с использованием показателей: статистика по отметкам (доля обучающихся, получивших по итогам выполнения работы оценки: «2», «3», «4», «5») на уровне региона и образовательных организаций; распределение первичных баллов; выполнение заданий (в % от числа участников) на уровне региона и образовательных организаций); освоение обучающимися проверяемых знаний и умений по блокам содержания курса математики. Отчет обязательно содержит выводы и методические рекомендации по использованию материалов для управления качеством образования на региональном, муниципальном уровнях и уровне отдельных образовательных организаций.

Полученная в ходе мониторинга информация позволяет проанализировать различные стороны математической подготовки обучающихся, диагностировать затруднения, в том числе с целью профилактики неуспешности сдачи ОГЭ и ЕГЭ, разработать и реализовать коррекционную работу с обучающимися по выявленным проблемам, предоставляет возможность наметить пути совершенствования процесса обучения и его учебно-методического обеспечения с целью повышения качества математического образования в регионе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приказ Минобрнауки России от 06.10.2009 № 373 (ред. от 31.12.2015) «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования».

2. Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897 (ред. от 31.12.2015) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».

3. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012№413 (ред. от 29.06.2017 № 613) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования».

УДК 004.652, 004.056, 004.7, 004.45

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ОТ СПАМА

Мария Александровна Мамонова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: mamamonova@edu.tversu.ru

Валентина Михайловна Цирулева
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: VTsiruljova@mail.ru

***Ключевые слова*:** база данных, спам, защита от спама, наивный байесовский классификатор, метод опорных векторов, черный список.

Аннотация. В работе рассматриваются математические методы, применимые для защиты от почтового спама. На основе этих методов осуществлена программная, разработана базы данных и реализовано форматирование данных для их обучения.

В связи с высокими показателями доли спама в интернет трафике в современных информационных технологиях весьма актуальна тема защиты от спама. Злоумышленники ради цели обретения новой целевой аудитории и собственной наживы распространяют по сети массу рекламной информации – спама, рассылая её людям без их ведома и согласия. К примеру, по сведениям «Лаборатории Касперского» средняя доля спама составила в мировом почтовом трафике за первый квартал 2017 года 55,9 %, а в январе 2018 года в российском почтовом трафике – 59,5 %. Большой объем спама может привести к нарушению таких основополагающих принципов информационной безопасности, как доступность и конфиденциальность. Спам запрещен законодательно.

Целью работы является исследование и сравнительный анализ эффективности двух различных математических методов защиты почтового сервера от спама: наивного байесовского классификатора и метода опорных векторов, в соединении этих методов с методом черных списков. На основе этих методов создано веб-приложение «Почта», реализующее указанные методы, разработана база данных для этого приложения, проведены вычислительные эксперименты и осуществлен анализ результатов.

Наивный байесовский классификатор (НБК, NBC). НБК – простой вероятностный классификатор, основанный на применении теоремы Байеса со строгими (наивными) предположениями о независимости [1]. Формула Байеса имеет вид [2], [3], [4]: $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$, где P(A|B) –апостериорная вероятность – вероятность наступления события A при условии, что наступило событие B; P(B|A) – вероятность наступления события B при условии, что наступило событие A; P(A) – априорная вероятность – вероятность наступления события A; P(B) – вероятность наступления события B.

Рассмотрим эту формулу применительно к классификации спама.

Пусть T – множество классов, состоящее из двух элементов: класс спам-сообщений (S) и класс «белых» писем (NS). Пусть M – входящее сообщение, имеющее некоторый набор признаков (слов) $\{fm_i\}_{i=1}^{n}$. Предполагаем, что все признаки сообщения M независимы друг от друга, а также неважно, в каком порядке они идут. При сделанных допущениях получим следующие формулы [4]:

$$P(T|M) = \frac{P(M|T)P(T)}{P(M)} ,$$

$$P(M|T) = P(f_1, \dots, f_n|T) = P(f_1|T)P(f_2|T) \dots P(f_n|T) .$$

Отсюда для нашего случая получаем

$$P(T, f_1, \dots, f_n) = P(T) \prod_{i=1}^{n} P(f_i|T) .$$

Рассмотрим теперь классификацию сообщений по классам «спам» / «не спам» (S / NS):

$$P(S|M) = \frac{P(M|S)P(S)}{P(M)} = \frac{P(S)\prod_{i=1}^{n} P(f_i|S)}{P(M)} ,$$

$$P(NS|M) = \frac{P(M|NS)P(NS)}{P(M)} = \frac{P(NS)\prod_{i=1}^{n} P(f_i|NS)}{P(M)} .$$

Далее получим функцию правдоподобия – совместное распределение выборки из параметрического распределения как функцию параметра:

$$\frac{P(S|M)}{P(NS|M)} = \frac{P(S)}{P(NS)} \prod_{i=1}^{n} \frac{P(f_i|S)}{P(f_i|NS)} . \quad (1)$$

Чтобы избежать на практике работы с близкими к нулю значениями, что является неудобным и малоэффективным, в формуле (1) используют логарифмирование. Таким образом получаем логарифмическую функцию правдоподобия:

$$\ln \frac{P(S|M)}{P(NS|M)} = \ln \left(\frac{P(S)}{P(NS)} \prod_{i=1}^{n} \frac{P(f_i|S)}{P(f_i|NS)} \right).$$

Далее устанавливаются границы значений логарифма, которые и будут определять принадлежность входящего письма к определенному классу. Например, это может быть (-∞; 0) – не спам, (0; ∞) – спам.

Способ байесовской классификации спама широко применяется в большинстве современных почтовых серверов.

Метод опорных векторов. Метод опорных векторов, или SVM (от английского support vector machine) позволяет для исходного набора данных (обучающей выборки) получить функцию, которая решала бы задачу дальнейшей классификации данных, не относящихся к обучающей выборке. Каждый объект классификации, представляет собой вектор p-мерного пространства (точку), т.е. набор из p упорядоченных чисел, при этом каждый вектор (в случае классификации спама) принадлежит одному из двух классов: класс S – спам, которому соответствует значение -1, и класс NS – не спам, которому соответствует значение 1.

Метод опорных векторов основывается на распределении данных, представленных точками (векторами) в пространстве, на кластеры и их разделении так называемыми гиперплоскостями [5], [6].

Применим метод для определения спама. Имеется обучающая выборка $X^{edu} = \{x_i, c_i\}_{i=1}^{n}$, где n – количество объектов выборки, $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^r)$ – r-мерный вектор объекта, $c_i \in \{-1, 1\}$ – определитель класса объекта как спам (в случае $c_i = -1$) или не спам-письма (в случае $c_i = 1$).

Обычно векторы x_i нормируют и рассматривают все действия в квадрате r-мерного пространства [0, 1] x…x [0, 1].

Найдем оптимальную гиперплоскость. Для этого определим вид функции, отвечающей за принадлежность объекта классу, относительно последующих объектов, не относящихся к обучающей выборке. Данная функция имеет следующее строение [3], [4], [5]:

$$f(x_k) = \sum_{j=1}^{n} w_j * x_k^j + b = wx_k + b,$$

где вектор w – перпендикуляр к разделяющей гиперплоскости, а b – параметр, отвечающий за сдвиг гиперплоскости относительно начала координат. Если b=0, то функция проходит через начало координат. Тогда значение c_k для каждого следующего объекта x_k, не входящего в обучающую выборку, будет равно $c_k = sign(f(x_k))$. Функцию c_k иногда называют линейным пороговым классификатором.

Разделяющей гиперплоскости будет соответствовать уравнение$f(x_k) = 0$, а именно $wx_k = b$, тогда

$$f(x_k) = \sum_{j=1}^{n} w_j * x_k^j - b = wx_k - b.$$

Гиперплоскостей, которые будут делить плоскость на два непересекающихся класса, может быть несколько. Для того, чтобы конкретизировать задачу классификации, необходимо найти оптимальную разделяющую гиперплоскость, которая лучше других давала бы ответ на вопрос о принадлежности объекта тому или иному классу.

Так как для оптимальной гиперплоскости все объекты, ближайшие к ней по обе стороны, лежат от неё на одинаковом расстоянии, а остальные объекты находятся дальше, то удобно подбирать параметры задачи таким образом, чтобы для всех объектов x_k выполнялось условие, выраженное уравнением (поскольку параметры задачи, а именно параметры линейного классификатора, определяются с точностью до нормировки [5], [6]):

$$wx_k - b = c_k.$$

Получаем, что для всех $x_i \in X^{edu}$

$$\begin{cases} wx_i - b \le -1, c_i = -1 \\ wx_i - b \ge 1, c_i = 1 \end{cases}, \text{ или } \quad c_i(wx_i - b) \ge 1.$$

Это двойное ограничение задает полосу, делящую пространство объектов на требуемые классы, а разделяющая гиперплоскость находится посередине это полосы. Найдем ширину разделяющей полосы. Рассмотрим две точки, принадлежащие разным границам разделяющей полосы. Назовем эти точки x^- и x^+ (каждая лежит соответственно на границах класса «спам» (с линейным классификатором -1) и «не спам» (с линейным классификатором 1)). Тогда расстояние между гиперплоскостями с точками x^- и x^+, или ширина разделяющей полосы, будет равна

$$l = (x^+ - x^-)\frac{w}{||w||} = \frac{wx^+ - wx^-}{||w||} = \frac{(b+1)-(b-1)}{||w||} = \frac{2}{||w||} \ .$$

Отсюда видно, что $l \to max$ при $\big||w|\big| \to min$. Мы приходим к задаче квадратичного программирования или квадратичной оптимизации:

$$\begin{cases} \big||w|\big|^2 \to min \\ c_i(wx_i - \ b) \geq 1, 1 \leq i \leq n \end{cases} .$$

Применяя для решения задачи метод множителей Лагранжа [6], [7], получаем формулы для дальнейшей классификации. Вектор весов

$$w = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i c_i x_i \quad , \tag{6}$$

$$b = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j c_j x_j \, x_k - \ c_k \quad . \tag{7}$$

Чаще всего, для лучшей классификации и большей устойчивости метода, параметр сдвига b берут равным медиане значений по опорным векторам. То есть [5], [6]:

$$b = med\left\{\sum_{j=1}^{n} \lambda_j c_j x_j \, x_k - \ c_k \ \ , \lambda_k > 0, k = 1 \dots n\right\} \ . \tag{7'}$$

Соответственно, $c(x)$ будет выражаться формулой

$$c(x) = sign\left(\sum_{i-1}^{n} \lambda_i c_i x_i \, x - b\right) \ .$$

Метод опорных вектор обладает свойством разреженности (заключающееся как раз в том, что на алгоритм влияют только опорные векторы, у которых $\lambda_i \neq 0$), которое и отличает его от других линейных классификаторов.

Метод черных списков. Черный список – это список, который содержит информацию (в частности, адреса) о клиентах, которые по тем или иным причинам стали считаться недружелюбно настроенными по отношению к составителю этого списка [1].

Метод может быть локальным, то есть зависеть исключительно от пользователя: каждый конкретный пользователь сам настраивает черный список адресантов своей корреспонденции в зависимости лишь от своих соображений по этому поводу. Добавление метода черных списков к вышерассмотренным методам позволяет корректировать принятые методами решения о принадлежности того или иного письма спаму. Реализация метода черного списка (присвоение отправителю класса «в черном списке» и «без класса» по его включению в черный список – true или false соответственно) позволяет лучше избегать ошибок первого рода – когда принимается ошибочное решение, и спам-письмо идентифицируется как легальное.

Результаты работы. Описанные методы программно реализованы на языке Ruby с использованием фреймворка RubyonRails [8]. Для обучения и работы методов была разработана база данных MySQL входящих почтовых сообщений. Она была заполнена сообщениями с различных реальных почтовых серверов, таких как mail.ru и Yandex.ru. Все данные для обучения программно преобразуются к нужному формату для каждого из реализованных методов. В качестве исходных данных выборки, а также, в дальнейшем, в качестве тестовых примеров, были взяты входящие сообщения с почтового сервера портала mail.ru за 2018 год, а также с почтового клиента Yandex.ru за тот же период. Рассматривались как спам-письма, так и не спам, т.к. для примеров и обучения необходимы сообщения обоих типов. «Белые» сообщения представляют собой рекламные сообщения, на получение которых адресат соглашался; рабочие письма, получаемые адресатом; личные письма; информационные сообщения от различных сайтов, в частности информация, отправляемая сайтом при регистрации, а также покупке или бронировании внутренних товаров сайта. Спам-сообщения это в основном нежелательная реклама, т.е. та реклама, на получение которой адресат не давал своего согласия; мошеннические письма, в частности письма о зачислении средств на несуществующий счет и призыв их снять с некоторой комиссией; оповещения о лже-выигрышах в конкурсах, в которых адресат не участвовал и т. д.

Исходные данные представляются в виде текстов (тип данных text), хранящихся в базе данных сообщений. В этой БД также отражено, какой тип у письма, относящегося к обучающей выборке: спам или не спам, т.е. каждому тексту из обучающей выборки присвоена метка класса.

Для обоих методов подготовка данных начинается с формирования так называемого словаря. Предварительно из всех сообщений убираются слова длиной ≤ 4, т.к. это обычно связки или предлоги, не влияющие на содержательную часть письма. Таким образом, формируемый словарь будет содержит в себе все информативные слова, встречающиеся в сообщениях из обучающей выборки. Для метода НБК этим словам ставится в соответствие пара чисел, означающих вероятность принадлежности слова к спам-сообщению и к белому сообщению соответственно. А для метода SVM каждый объект выборки означает отдельно взятое сообщение и представляется r-мерным вектором, где r – количество неповторяющихся слов (т.е. длина словаря) выборки. Координаты вектора означают частоту вхождения (или вероятность встречаемости) каждого слова в данное сообщение. Также каждому элементу выборки ставится в соответствие указатель на принадлежность письма к классу спам- или не спам-писем, т.е. -1 или 1.

Результаты работы. Были проведены вычислительные эксперименты и сравнительный анализ результатов работы реализованных средств защиты, который показал некоторое преимущество метода SVM с добавлением черного списка [8]. Программа была дополнена web-интерфейсом (с использованием html).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирьянов К.В. Спам. Виды спама. Методы борьбы со спамом. Электронная статья – 14.11.18 – Режим доступа: http://dom8a.ru/seminar-ib/05.06.2014/kirianov/paper.pdf
2. Баранчикова Е. А. Модели, алгоритмы и программное обеспечение фильтрации электронной корреспонденции для информационной системы с ограниченными ресурсами. Дисс. канд. техн. наук., ФГБОУ ВПО Рязанский гос. радиотехнический ун-т. – Рязань, 2011.
3. Блинов С. Ю. Методы и алгоритмы классификации информации для защиты от спама. Дисс. канд. техн. наук. НИУ ИТМО, каф. проектирования и безопасности компьютерных систем. – Санкт-Петербург, 2013 г.
4. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей: Учебник. – М., 1982.
5. Cortes C., Vapnik V. Support-vector networks // Machine Learning. — Т. 20, № 3, 1995. – С. 273-29.
6. Воронцов К. В. Лекции по методу опорных векторов. 21.12.2007 г. – [Электронный ресурс] – 14.11.18 – Режим доступа: http://bookfi.net/book/467518
7. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Вариационное исчисление и методы оптимизации: Учеб. пособие для университетов. – М.: Высшая школа, 2006. – 584 с.
8. Мамонова М.А., Цирулева В.М. Исследование математических методов защиты от спама. // Математические методы управления. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2019. – С. 76 – 91.

УДК 372.851.4

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ПЛАНИМЕТРИИ ЗА 2017 – 2018 И 2018 – 2019 УЧЕБНЫЕ ГОДЫ

Алексей Евгеньевич Миловидов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Milovidov.AE@tversu.ru

Ключевые слова: *олимпиадная задача, планиметрия.*

Аннотация. В работе рассматриваются задачи по планиметрии, которые были предложены участникам регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2017 – 2018 и 2018 – 2019 учебных годах.

Нельзя представить олимпиаду по математике без геометрической задачи. Решение такой задачи – дело весьма непростое и требует творческего нестандартного подхода. Очень часто в подобных задачах необходимо выполнить дополнительные построения. Например, если в задаче указана медиана треугольника, то, возможно, нужно будет достроить треугольник до параллелограмма; если в треугольнике есть биссектрисы, то, возможно, нужно будет рассматривать вписанную окружность; наличие высот треугольника, возможно, приведёт к построению ортоцентра. Следует отметить, что большинство геометрических олимпиадных задач решаются без использования координат. Можно видеть отдельные решения участников олимпиад, которые применяют этот метод, подобные решения иногда весьма интересны, но, в подавляющем большинстве случаев, такой подход к решению нерационален.

Рассмотрим геометрические задачи по планиметрии, которые были предложены для решения на региональном этапе Всероссийской олимпиады школьников в 2017 – 2018 и 2018 – 2019 учебные годы. Попытаемся сравнить условия и подходы к решению данных задач. Условия и решения задач взяты из открытого источника «http://vos.olimpiada.ru.

9 класс. Первый день.

В 2017 – 2018 учебном году участникам была предложена следующая задача:

9.3. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка E так, что $AE = DE$ и $\angle ABE = 90^\circ$. Точка M — середина отрезка BC. Найдите угол DME. *(А. Кузнецов)*

К задаче было предложено два авторских решения, оба из которых предусматривали дополнительное построение, которые в итоге сводились к анализу середины отрезка AD.

В 2018 – 2019 учебном году в первый день задача предусматривала более короткое решение. Несмотря на это она представляется более сложной, чем предыдущая. Нужно построить окружность около треугольника BHC и увидеть, что точка симметричная точке H – точка касания, используя при этом понятие симметрии

9.4. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. На отрезках BH и CH отмечены точки B_1 и C_1 соответственно так, что $B_1C_1 \parallel BC$. Оказалось, что центр окружности ω, описанной около треугольника B_1HC_1, лежит на прямой BC. Докажите, что окружность Γ, описанная около треугольника ABC, касается окружности ω. (*А. Кузнецов*)

9 класс. Второй день.

9.9. В окружности ω с центром в точке O провели непересекающиеся хорды AB и CD так, что $\angle AOB = \angle COD = 120°$. Касательная к ω в точке A пересекает луч CD в точке X, а касательная к ω в точке B пересекает луч DC в точке Y. Прямая ℓ проходит через центры окружностей, описанных около треугольников DOX и COY. Докажите, что ℓ касается ω. (*А. Кузнецов*)

Автором предложено два решения к данной задаче. Дополнительных построений к данной задаче не требуется. При решении нужно аккуратно подсчитать меры требуемых углов. Трудность решения задачи вызвана сложностью построения чертежа.

9.8. Дан треугольник ABC. На внешней биссектрисе угла ABC отмечена точка D, лежащая внутри угла BAC, такая, что $\angle BCD = 60°$. Известно, что $CD = 2AB$. Точка M — середина отрезка BD. Докажите, что треугольник AMC — равнобедренный. (*А. Кузнецов*)

Как и в 2017 – 2018 учебном году автором задачи предлагается два решения. Оба решения требуют дополнительного построения. В первом случае необходимо опустить перпендикуляр из точки D на прямую BC. Во втором случае, строится точка симметричная точке A относительно прямой BD. Дальнейшие рассуждения в обоих случаях строятся на анализе элементов треугольника.

10 класс. Первый день.

10.4. Пусть O — центр окружности Ω, описанной около остроугольного треугольника ABC. На дуге AC этой окружности, не содержащей точку B, взята точка P. На отрезке BC выбрана точка X так, что $PX \perp AC$. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника BXP, лежит на окружности, описанной около треугольника ABO. (*И. Фролов*)

Решение задачи предусматривает рассуждения, приводящие к тому, что точки A, B, O и центр искомой окружности лежат на одной окружности. Достигается это за счёт сравнения углов. Затруднения при решении этой задачи может вызвать чертёж.

В 2018 – 2019 учебном году участникам кроме геометрической задачи была предложена задача следующего вида:

10.2. Дан выпуклый четырёхугольник периметра 10^{100}, у которого длины всех сторон — натуральные числа, а сумма длин любых трёх сторон делится на длину оставшейся четвёртой стороны. Докажите, что этот четырёхугольник — ромб. (*П. Кожевников*)

Данная задача требует анализ чисел, но подразумевает использование понятия ромба.

10.5. В неравнобедренном треугольнике ABC проведена биссектриса BL. Продолжение медианы, проведённой из вершины B, пересекает окружность ω, описанную около треугольника ABC, в точке D. Через центр окружности, описанной около треугольника BDL, проведена прямая ℓ, параллельная прямой AC. Докажите, что окружность ω касается прямой ℓ. (*А. Кузнецов*)

Решение данной задачи вызвало значительные затруднения у участников. В задаче необходимо было построить точку, обладающую некоторыми свойствами и доказать, что эта точка симметрична точке L относительно прямой l. Описание положения точки занимает половину задачи, но согласно пожеланиям автора, её построение оценивается только в 1 балл.

10 класс. Второй день.

В 2017 – 2018 учебном году участникам была предложена задача, которую можно рассматривать в том же контексте, что и задачу 10.2:

10.7. Из четырёх одинаковых треугольников сложен выпуклый четырёхугольник. Верно ли, что у этого четырёхугольника обязательно есть параллельные стороны? (*Методкомиссия*)

Основная геометрическая задача второго дня:

10.10. Дан треугольник ABC, в котором $\angle A = \angle C = 30^\circ$. На его сторонах AB, BC и AC выбраны точки D, E и F соответственно так, что $\angle BFD = \angle BFE = 60^\circ$. Периметр треугольника ABC равен p, а периметр треугольника DEF равен p_1. Докажите, что $p \leqslant 2p_1$. (*А. Кузнецов*)

Решение задачи строится на сравнении углов, из которых выводится подобие треугольников. Полученные из подобия соотношения, позволяют получить с помощью теоремы косинусов требуемый результат.

10.8. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH. Точки M и N — середины отрезков AH и CH соответственно. В окружности Ω, описанной около треугольника BMN, проведён диаметр BB'. Докажите, что $AB' = CB'$. (*А. Кузнецов*)

Решение этой задачи, как и для задачи в первый день вызвало у участников значительные затруднения. Несмотря на это были предложены различные решения, но все они, так или иначе, предусматривали построение проекций точек на прямую AC и установления фактов симметрии между отдельными точками.

Отметим тот факт, что критерии оценивания геометрических задач в 10 классе были значительно строже чем в 9 классе. С одной стороны, это не позволяло оценить работу участника, если у него были интересные рассуждения, но имелась ошибка, не позволившая ему получить приемлемый результат. С другой стороны, это позволяло избежать лишней работы, так, например, в задаче 10.10 в некоторых решениях треугольник DEF полагали равнобедренным.

11 класс. Первый день.

Для разминки участникам в 2017 – 2018 учебном году предлагалась следующая задача:

> 11.1. Внутри выпуклого пятиугольника отметили точку и соединили её со всеми вершинами. Какое наибольшее число из десяти проведенных отрезков (пяти сторон и пяти отрезков, соединяющих отмеченную точку с вершинами пятиугольника) может иметь длину 1? *(А. Кузнецов)*

Основная геометрическая задача того года имела вид:

> 11.3. Дан неравнобедренный треугольник ABC, в котором $\angle B = 135^\circ$. Пусть M — середина отрезка AC. Точка O — центр окружности Ω, описанной около треугольника ABC. Луч BM вторично пересекает окружность Ω в точке D. Докажите, что центр окружности Γ, описанной около треугольника BOD, лежит на прямой AC. *(А. Кузнецов)*

Для решения этой задачи необходимо увидеть, что четырёхугольник $ABCD$ вписанный и затем использовать свойства вписанного четырёхугольника.

В 2018 - 2019 учебном году в первый день участникам олимпиады была предложена задача по стереометрии.

11 класс. Второй день.

Во второй день имела место противоположная ситуация. В 2017 – 2018 учебном году участникам было предложена только задача по стереометрии.

В 2018 – 2019 учебном году задача по планиметрии имела вид:

> 11.8. На сторонах AB и AC треугольника ABC нашлись соответственно точки D и E такие, что $DB = BC = CE$. Отрезки BE и CD пересекаются в точке P. Докажите, что окружности, описанные около треугольников BDP и CEP, пересекаются в центре окружности, вписанной в треугольник ABC. *(Р. Женодаров)*

Центр вписанной окружности лежит в точке пересечения биссектрис I. Достаточно показать, что точки B, D, P, I лежат на одной окружности и точки C, E, P, I также лежат на окружности. Это достигается путём сравнения углов.

Как уже было сказано в начале способы решения олимпиадных задач по планиметрии очень разнообразны и требуют творческого подхода. Сравнивая геометрические задачи регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2017 – 2018 и 2018 – 2019 учебных годах напрашивается вывод о том, что имеет место увеличение сложности заданий по геометрии. Остаётся сожалеть о том, что в школах, при отсутствии уроков черчения, часы, отводимые на уроки геометрии, значительно сокращены.

УДК 372.851.4

ОБ ОДНОЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЗАДАЧЕ

Алексей Евгеньевич Миловидов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Milovidov.AE@tversu.ru

Маргарита Аркадьевна Шестакова
Тверской государственный технический университет, Тверь
E-mail: shest_margo@mail.ru

Ключевые слова: *декартова система координат, парабола, эллипс.*

Аннотация. В работе рассматривается задача о том, как восстановить оси координат для кривой второго порядка, заданной каноническим уравнением.

Среди задач математических олимпиад и турниров среди школьников встречаются задачи, связанные с выполнением различных построений с помощью циркуля и линейки, которые подразумевают использование элементов аналитической геометрии. Здесь под циркулем и линейкой понимаются следующие инструменты.

Определение. *Циркуль – инструмент для построения окружностей и перенесения размеров отрезков.*

Определение. *Линейка – инструмент без делений или засечек для вычерчивания прямых линий.*

Данная работа посвящена одной из таких задач:

На плоскости в декартовой системе координат построена невырожденная кривая второго порядка, заданная каноническим уравнением. Начало координат и оси удалены. Требуется восстановить эти элементы с помощью циркуля и линейки.

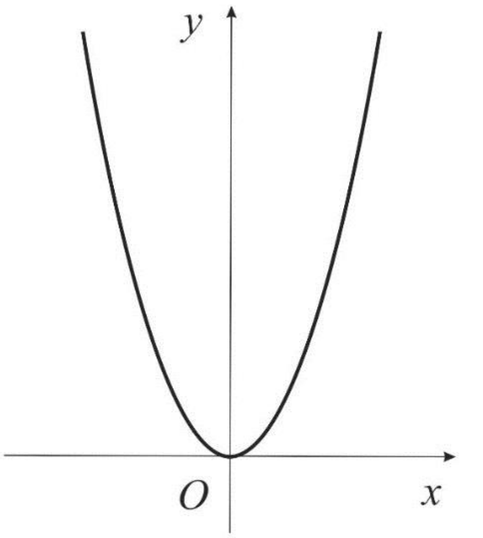
Невырожденными кривыми второго порядка являются парабола, эллипс и гипербола. Сначала рассмотрим данную задачу для параболы.

Определение. *Парабола – геометрическое место точек плоскости, для которых расстояние до фиксированной точки плоскости, называемой фокусом, равно расстоянию до данной прямой, называемой директрисой.*

Докажем сначала следующую теорему.

Теорема. *Прямая, проведённая через середины параллельных хорд параболы параллельна оси параболы.*

Доказательство. Введём на плоскости декартову систему координат, в которой парабола будет задаваться каноническим уравнением $y = {x^2}/{2p}$. Это можно сделать всегда без ограничения общности (рис. 1). Отметим на параболе две точки $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$. Проведём через них две параллельные прямые так, чтобы каждая из них пересекла параболу ещё в одной точке $B_1(x_3, y_3)$ и $B_2(x_4, y_4)$ (рис. 2).



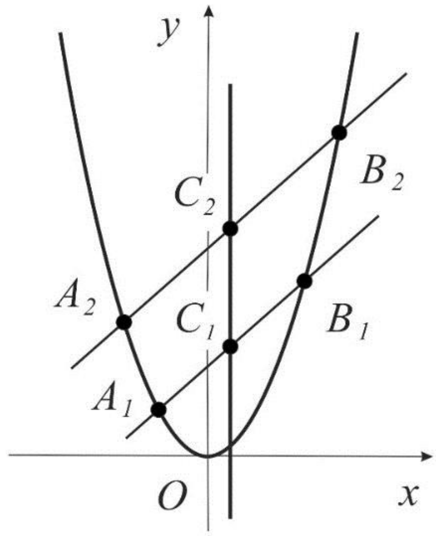


Рис. 1 **Рис. 2**

Угловые коэффициенты этих прямых можно вычислить через координаты точек A_1, A_2, B_1, B_2

$$k_{A_1B_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}, \;\; k_{A_2B_2} = \frac{y_4 - y_2}{x_4 - x_2}. \qquad (1)$$

По построению прямые являются параллельными, поэтому их угловые коэффициенты равны

$$k_{A_1B_1} = k_{A_2B_2}. \qquad (2)$$

Точки $C_1\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right)$ и $C_2\left(\frac{x_2+x_4}{2}, \frac{y_2+y_4}{2}\right)$ – середины отрезков A_1B_1 и A_2B_2, соотвественно.

Точки A_1, A_2, B_1, B_2 лежат на параболе, определённой соотношением $y = {x^2}/{2p}$. Следовательно, для каждой из них выполняется равенство

$$y_i = \frac{x_i^2}{2p}, \;\; i = 1, 2, 3, 4.$$

Заменяя таким образом $y_i, i = 1, 2, 3, 4$ в соотношении (1), учитывая при этом равенство (2), получим

$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4.$$

Это означает, что точки C_1 и C_2 лежат на прямой параллельной оси Oy, которая является осью симметрии для параболы, ч.т.д.

Отметим на параболе две точки A_1 и A_2, проведём через них две параллельные хорды и найдём их середины. Согласно теореме середины этих хорд лежат на прямой параллельной оси параболы. Проведя данную прямую, отметим на ней произвольным образом две точки (рис. 3). Через каждую из них проведём перпендикуляры к построенной прямой. Построенные прямые можно рассматривать как параллельные хорды параболы, следовательно, середины D_1 и D_2 их отрезков лежат на одной прямой, параллельной оси параболы. В силу того, что эти хорды перпендикулярны любой прямой параллельной оси параболы, получим, что прямая D_1D_2 и является осью параболы, т.е. осью Oy (для определённости).

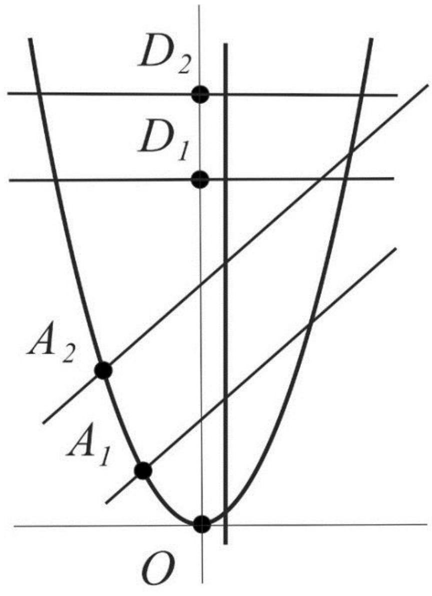


Рис. 3

Точка O пересечения прямой и параболы является вершиной этой параболы. Через неё проведём прямую перпендикулярную прямой D_1D_2, которая будет являться осью Ox. Все эти построения можно осуществить с помощью циркуля и линейки.

Рассмотрим подобную задачу для эллипса и гиперболы, которые в отличие от параболы, являются центральными кривыми второго порядка. Поэтому для решения исходной задачи в начале целесообразно найти центр кривой. Рассмотрим подробно данное построение в случае эллипса, для гиперболы построение будет аналогичным.

Определение. *Эллипс – геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.*

Отметим на эллипсе две произвольные точки A_1 и A_2, проведём через них две параллельные хорды (рис. 4).

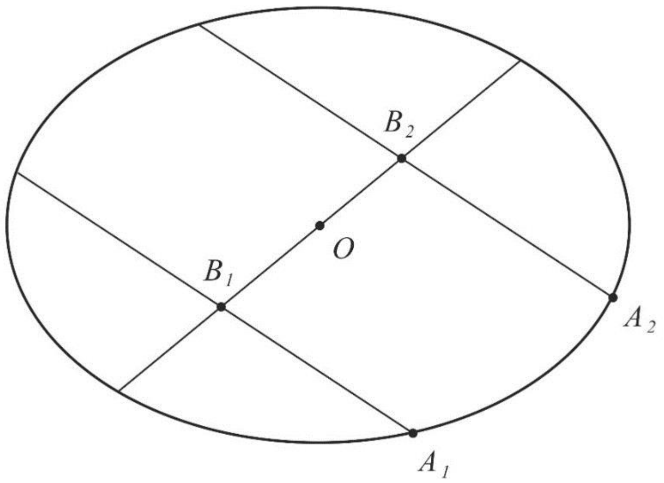


Рис. 4

Найдём середины B_1 и B_2 построенных отрезков и проведём через них прямую. Отрезок этой прямой, стягиваемый эллипсом, является сопряжённым диаметром к данным хордам. Он пересекает центр O данного эллипса, который будет серединой построенного диаметра.

Проведём окружность с центром в точке O так, чтобы она пересекала данный эллипс в точках P_1, P_2, P_3, P_4 (рис. 5).

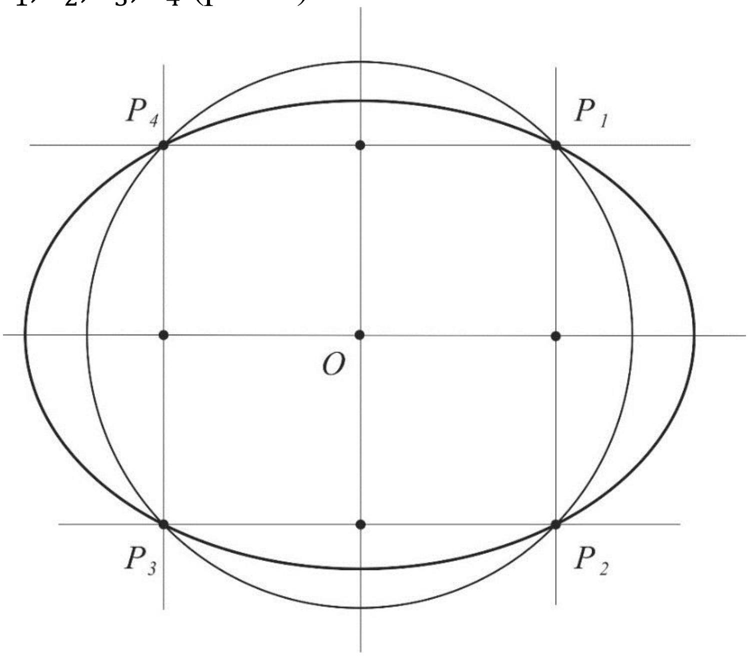


Рис. 5

При этом точки P_1 и P_2 симметричны относительно оси Ox, а точки P_1 и P_4 – относительно оси Oy. Таким образом, разделив отрезки P_1P_2 и P_3P_4 пополам и проведя через их середины прямую, получим одну из осей эллипса. Середины отрезков P_1P_4 и P_2P_3 лежат на второй оси. Как и в случае с параболой, все эти построения могут быть выполнены с помощью циркуля и линейки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Задача № 3 / Турнир городов №18, осенний тур, тренировочный вариант, 10–11 класс, 1996/1997.

2. *Ильин В. А.* Аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М.: Наука, Физматлит, 1999. – 224 с.

3. Энциклопедический словарь юного математика / сост. А. П. Савин. – М.: Педагогика, 1985. – 352 с.

4. Математическая энциклопедия: в 5 т. Т. 1-5 / гл. ред. И. М. Виноградов. – М.: Советская энциклопедия, 1977–1985.

УДК 004

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНЫХ ЧИСЛОВЫХ МАССИВОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ НА ФРАКТАЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ

Сергей Александрович Михеев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Mikheev.SA@tversu.ru

Виктор Павлович Цветков
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Tsvetkov.VP@tversu.ru

Ключевые слова: *фрактал, фрактальная размерность, K-мерное евклидово пространство, многомерные числовые массивы, визуализация.*

Аннотация. В работе рассматривается визуализация многомерных числовых массивов натуральных чисел на фрактальных решетках.

Существенную роль в восприятии математических структур играет их визуализация. В данном докладе мы рассмотрим частный случай, а именно, визуализацию K-мерных числовых массивов натуральных чисел в евклидовом пространстве на фрактальных решетках.

Фракталы изменили наше привычное представление об окружающем нас мире. Это касается самых обычных предметов: облаков, рек, деревьев, трав, лесного и горного ландшафтов, кардиоритмов и другие [1,2].

Фракталы предоставили новые возможности для описания хаотических динамических систем. Так детерминированный хаос только кажется случайным, его свойства полностью предопределены начальными условиями.

В математике под фракталами понимают множества точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность (в смысле Минковского или Хаусдорфа), либо метрическую размерность, отличную от топологической. Их следует отличать от прочих геометрических фигур, ограниченных конечным числом звеньев. Самоподобные фигуры, повторяющиеся n раз, называются предфракталами n-го порядка.

Пусть в K-мерном евклидовом пространстве задан куб с единичной длиной ребра. Первоначально разделим каждое ребро на L равных частей, а весь куб на L^K равных частей. Каждую часть снова разделим на L равных частей. Тогда всего будет L^{2K} малых кубиков, содержащихся в единичном K-мерном кубе. Если процесс деления по вышеописанному алгоритму провести n раз, то единичный куб разбивается на $L^{(n+1)K}$ кубиков с длиной ребра $L^{-(n+1)K}$. Множество точек в вершинах K-мерных кубиков будем называть K-мерной решеткой.

Определение. Фрактальной решеткой в K-мерном евклидовом пространстве будем называть множество точек этого пространства образующих фрактальное множество.

Основной характеристикой фрактальной решетки является значение ее фрактальной размерности D, характеризующее плотность вложения фрактальной решетки в K-мерное евклидово пространство.

Пусть заданы многомерные числовые массивы натуральных чисел $\{i_k^{(s)}\}$, k=1,2,…,K; s=1,2,...,S; $S<L^K$. Введём индексы $1 \le i_m \le L^K$, где $i_m \notin \{P_s\}$, $\{P_s\}=\{P_1, P_2,..., P_S\}$ – множество значений индексов удалённых нами точек K-мерной решетки. Декартовы координаты $X_{I_n}^{(K)}$ точек предфрактала n-го порядка определим согласно формуле:

$$X_{I_n}^{(K)} = \sum_{m=1}^{n} L^{-m} b_{I_m}^{(K)}(L), \quad (1)$$

где $I_n=i_1i_2...i_n$ - мультииндекс переменной длины.

Нами получена аналитическая формула, переводящая массивы удаляемых точек $\{i_k^{(s)}\}$ из K-мерной решетки в одномерные $\{P_s\}$. Конкретный вид этой формулы достаточно сложен и в данном докладе мы его не приводим.

Фрактальная размерность D построенной по формуле (1) решетки легко вычисляется по формуле:

$$D = \frac{\ln\left(L^K - S\right)}{\ln\left(L\right)}. \quad (2)$$

Далее приведем конкретные примеры визуализации многомерных числовых массивов натуральных чисел на фрактальных решетках.

1. **Фрактальная решетка ковер Серпинского**

K=2; L=3; S=1; n=5; D=ln8/ln3; $i_1^{(1)}=2$; $i_2^{(1)}=2$.

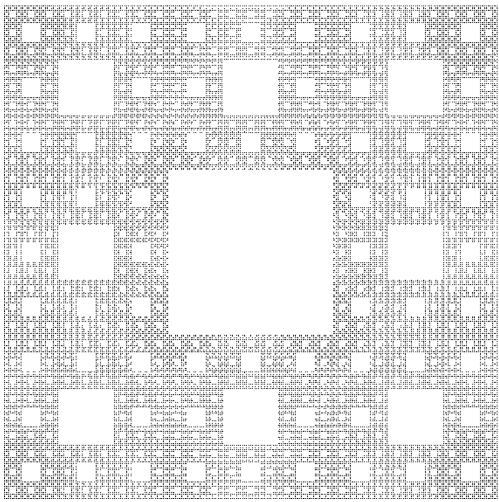


Рис. 1. Фрактальная решетка ковер Серпинского

2. **Фрактальная решетка тверская снежинка**

K=2; L=7; S=25; n=3; D=ln24/ln7; $i_1^{(s)}$=2,3,5,6,1,3,5,7,1,2,6,7,4,1,2,6,7,1,3,5,7,2,3,5,6;
$i_2^{(s)}$=1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,5,5,5,5,6,6,6,6,7,7,7,7.

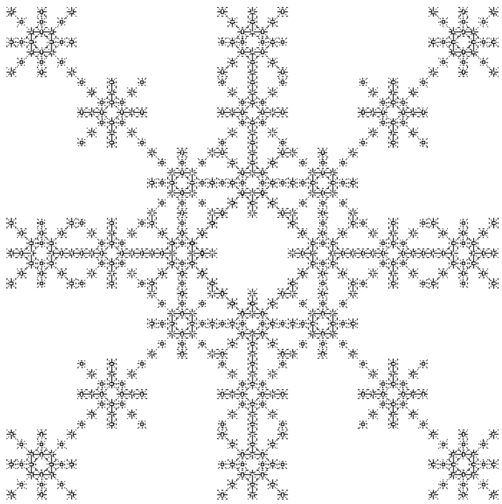


Рис. 2. Фрактальная решетка тверская снежинка

3. **Фрактальная решетка тверское колесо**

K=2; L=5; S=8; n=3; D=ln17/ln5; $i_1^{(s)}$=1,5,3,2,4,3,1,5; $i_2^{(s)}$=1,1,2,3,3,4,5,5.

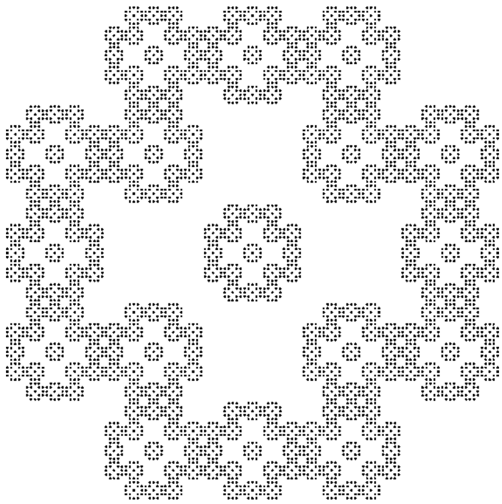


Рис. 3. Фрактальная решетка тверское колесо

4. **Фрактальная решетка типа коралл**

K=3; L=3; S=15; n=4; D=ln12/ln3; $i_1^{(s)}$=1,3,2,1,3,2,1,2,3,2,1,3,2,1,3; $i_2^{(s)}$=1,1,2,3,3,1,2,2,2,3,1,1,2,3,3; $i_3^{(s)}$=1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3.

На Рис. 4 приведена визуализация фрактальной решетки типа коралл, а на Рис. 5 ее проекции на координатные плоскости. Сравнение с Рис. 1 показывает, что эта проекция представляет собой двумерное множество - ковер Серпинского. Это свойство показывает, что фрактальная решетка типа коралл представляет собой не хаотичное, а упорядоченное множество.

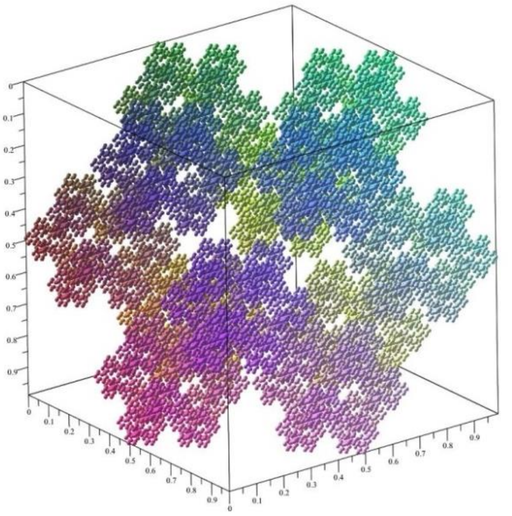


Рис. 4. Фрактальная решетка типа коралл

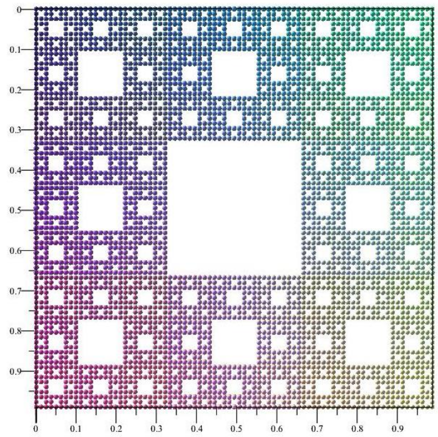


Рис. 5. Проекция на координатные оси фрактальной решетки типа коралл

5. **Фрактальная решетка типа лес** и ее проекция на одну из координатных плоскостей. K=3; L=5; S=92; n=4; D=ln33/ln5; $i_1^{(s)}$ =2,4,2,4,1,2,3,4,5,1,5,1,5,1,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3, 4,5,1,2,3,4,5,1,2,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5; $i_2^{(s)}$ =2,2,4,4,1,1,1,1,1,2,2,3,3,4,4,5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,1,1,1, 1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5; $i_3^{(s)}$ =1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,4,4,4, 4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5.

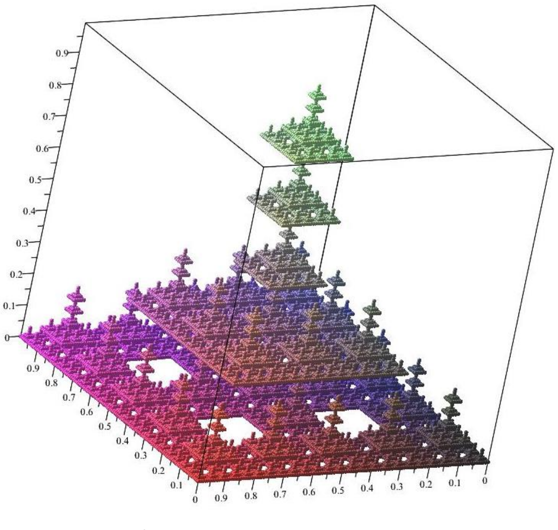


Рис. 6. Фрактальная решетка типа лес

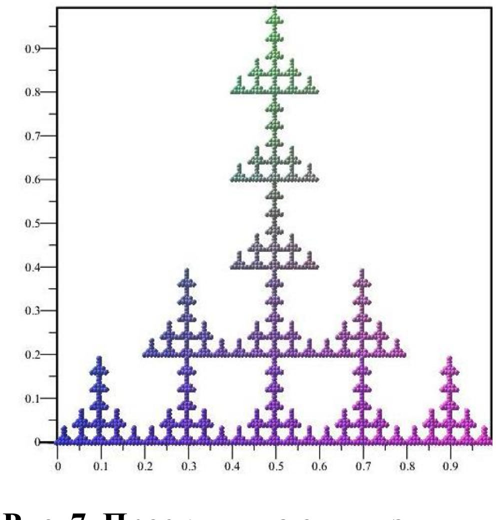


Рис. 7. Проекция на одну из координатных плоскостей фрактальной решетки типа лес

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

2. Р.М. Кроновер. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М., 2000. – 352 с.

УДК 372.851

ОСОБЕННОСТИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Илья Шулимович Могилевский
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: ilia.mogilevski@gmail.com

Ключевые слова: *математические олимпиады, решение задач.*

Аннотация. В работе анализируются задачи математических олимпиад и приводятся подробные решения нескольких задач такого рода.

Олимпиадные задачи по математике отличаются от обычных школьных задач своей нестандартностью. Для решения таких задач недостаточно применить тот или иной алгоритм, необходимо что-то придумать, опираясь на понимание сути дела. Как правило задачи математических олимпиад имеют относительно короткое и изящное решение. В настоящей статье рассматривается несколько задач, предлагавшихся на муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2018 году.

Задача 1. График функции $y = a\,x^2 + c$ пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно $a\,c$?

Решение. Отметим, прежде всего, что график квадратичной функции $y = a\,x^2 + c$ симметричен относительно оси ординат, а числа *a* и *c* отличны от нуля и имеют разные знаки. Так что *ac < 0*. Обозначим через *O* начало координат, через *A* точку пересечения графика функции с отрицательной полуосью абсцисс, через *B* точку пересечения графика функции с положительной полуосью абсцисс, через *C* осью ординат. Соответствующая картинка изображена на рисунке 1. По условию задачи треугольник *ABC* – правильный. Поэтому *AB=AC=BC*. Из симметрии следует, что *AO=OB*. Отрезок *OC* является высотой в треугольнике *ABC*. Рассмотрим теперь прямоугольный треугольник *OBC*. Точка *B* с координатами $(0, x_1)$ лежит на графике функции $y = a\,x^2 + c$, поэтому

$$0 = ax_1^2 + c \Rightarrow ax_1^2 = -c \Rightarrow x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

Точка *C* с координатами $(0, y_1)$ также лежит на графике функции, поэтому $y_1 = c$. Таким образом в прямоугольном прямоугольнике *OBC* $OB = \sqrt{-\frac{c}{a}},\ OC = |c|,\ BC = 2OB.$ Запишем теорему Пифагора для этого треугольника.

$$OB^2 + OC^2 = BC^2 \Rightarrow OB^2 + OC^2 == 4\,OB^2 \Rightarrow OC^2 = 3OB^2 \Rightarrow c^2 = 3\left(-\frac{c}{a}\right).$$

Отсюда получаем ответ $ac = -3$.

Комментарий. В этой задаче важно постоянно следить за условием $ac < 0$, особенно при выполнении операций извлечений квадратного корня и возведении в квадрат.

Задача 2. Найдите все пары (x,y) действительных чисел, удовлетворяющие условиям:

$$x^3 + y^3 = 1 \text{ и } x^4 + y^4 = 1.$$

Решение. Из второго уравнения следует, что $|x| \le 1$ и $|y| \le 1$. Тогда из первого уравнения следует, что x и y неотрицательны. Следовательно, $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$. Если $0 < x < 1$, то $x^4 < x^3$ и $x^4 + y^4 < x^3 + y^3$. Поэтому оба уравнения одновременно выполняться не могут. Получается, что для x остается два возможных значения $x = 0$ и $x = 1$, каждому из которых соответствует одно значение y. Тем самым получается, что система уравнений имеет два решения $(0,1), (1,0)$.

Комментарий. В рассматриваемой задаче не стоит действовать по традиционному алгоритму, исключая из системы уравнений одну из переменных. Гораздо эффективнее проанализировать входящие в систему функции. Приведенный метод решения проиллюстрирован на рисунке 2. Линии, задаваемые уравнениями системы, имеют только две общие точки.

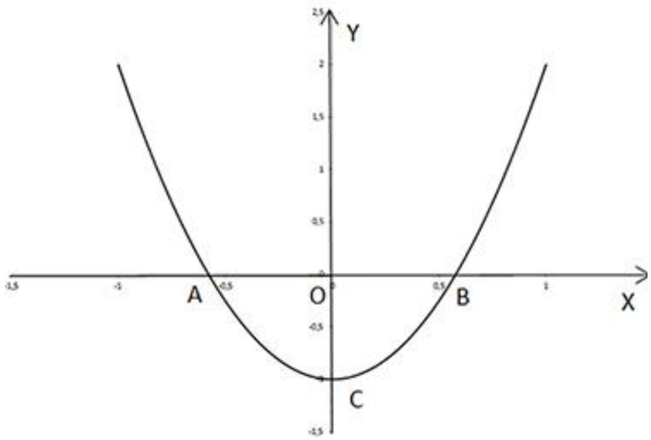


Рис. 1

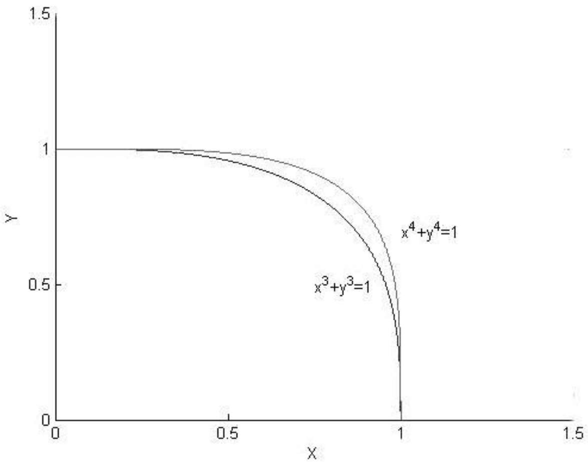


Рис. 2

Задача 3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y = \sin z \\ \cos x \cdot \sin y = \cos z \end{cases}$$, если числа x, y и z лежат на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение. Отметим, что все входящие в систему функции принимают значения из отрезка [0,1]. Возведем теперь оба уравнения в квадрат и сложим. Получим, используя основное тригонометрическое тождество,

$$\sin^2 x \cdot \cos^2 y + \cos^2 x \cdot \sin^2 y = 1 = \sin^2 x + \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x \cdot (1 - \cos^2 y) + \cos^2 x \cdot (1 - \sin^2 y) = 0,$$

$$\sin^2 x \cdot \sin^2 y + \cos^2 x \cdot \cos^2 y = 0 \Rightarrow \sin^2 x \cdot \sin^2 y = 0 \text{ и } \cos^2 x \cdot \cos^2 y = 0.$$

Последняя система равенств возможна в одном из двух случаев.

1) $\sin x = 0, \cos y = 0;$

2) $\sin y = 0, \cos x = 0.$

В случае 1 из первого уравнения исходной системы получаем $\sin z = 0.$ Отсюда получаем первое решение системы $x = 0, y = \frac{\pi}{2}, z = 0.$ В случае 2 из второго уравнения исходной системы получаем $\cos z = 0,$ что дает второе решение системы $x = \frac{\pi}{2}, y = 0, z = \frac{\pi}{2}.$

Комментарий. Исходная система содержит два уравнения с тремя неизвестными, что должно вызывать определенную настороженность относительно единственности решения системы. Предложенное решение основано исключительно на основном тригонометрическом тождестве.

Задача 4. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ac.$

Решение. Докажем эквивалентное неравенство $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ac > 0.$ Для этого добавим и отнимем в правой части последнего неравенства $2ab$ и перегруппируем слагаемые.

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ac = a^2 + b^2 + 2ab + (c^2 - 2bc - 2ac) - 4ab =$$
$$= (a+b)^2 + [c^2 - 2c(a+b)] - 4ab = [c - (a+b)]^2 - 4ab > 0.$$

Последнее неравенство следует из условия $ab < 0.$

Комментарий. Данное решение основано только на наблюдательности и на использовании универсального средства – добавить и отнять одно и то же.

Задача 5. На доске записано число 2018. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число стало кратно 11 и делит его на 11. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного результата и делит его на 11, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

Решение. Так как в указанном процессе получаются разные числа, то рассмотрим общий случай. Пусть задано натуральное число n_1. Выясним какое число n_2 получится в результате одного шага преобразования в зависимости от вида числа n_1. Рассмотрим все возможные ситуации.

1) $1 \le n_1 \le 9.$ В этом случае Игорь должен дописать цифру n_1 и получится число $10n_1 + n_1 = 11n_1$. Если это число разделить на 11, то получится n_1. Т.е. $n_2 = n_1$ и процесс будет продолжаться бесконечно.

2) $n_1 = 10.$ Если к этому числу приписывать справа цифры, то получатся натуральные числа от 100 до 109, ни одно из которых не делится на 11.Так что в этом случае процесс прервется.

3) $n_1 \ge 11$ и $n_1 = 11p_1 + q_1$, где $p_1 \ge 1, 0 \le q_1 \le 9$. В этом случае справа надо приписать цифру q_1, в результате чего получится число $110p_1 + 10q_1 + q_1 = 11 \cdot (10p_1 + q_1)$. Если это число разделить на 11, то получится $n_2 = 10p_1 + q_1$. При этом $n_1 - n_2 = p_1 > 0$, т.е. $n_2 < n_1$ и $n_2 \ge 10.$

4) $n_1 \geq 11$ и $n_1 = 11p_1 + 10$. Если приписать к этому числу справа цифру *k*, то получится число $110p_1 + 100 + k = 11 \cdot (10p_1 + 9) + (k+1)$, которое не делится на 11 при $k = 0,1,...,9$. В этом случае процесс прерывается.

Отметим, что из ситуации 3) можно попасть в ситуации 2), 3) или 4), а попасть в ситуацию 1) нельзя. При этом при переходе из ситуации 3) в ситуацию 3) число уменьшается. Обратимся теперь к заданному числу $n_1 = 2018.$ Имеем $2018 = 11 \cdot 183 + 5$, т.е. $p_1 = 183, q_1 = 5$ и мы находимся в ситуации 3). Следовательно, за конечное число шагов процесс попадет либо в ситуацию 2), либо в ситуацию 4). Значит, процесс не может продолжаться бесконечно.

Комментарий. Мы воспользовались здесь тем фактом, что при делении натурального числа на 11 остаток может быть равным 0, 1, 2, …, 10. В олимпиадных задачах часто фигурирует число, равное номеру года проведения олимпиады. Часто, как и в данном случае, само по себе число большой роли не играет, важно, что оно достаточно большое. В рассматриваемой задаче, затратив не слишком много времени, можно найти все числа, которые Игорь написал на доске. Эти числа суть следующие: $n_1 = 2018,\ p_1 = 183, q_1 = 5, n_2 = 1835,\ p_2 = 166, q_2 = 9,..., n_{10} = 859,\ p_{10} = 78, q_{10} = 1,...,$ $n_{20} = 332,\ p_{20} = 30, q_{20} = 2,..., n_{30} = 157,\ p_{30} = 14, q_{30} = 3,..., n_{33} = 109,\ p_{33} = 9, q_{33} = 10.$ Число $n_{33} = 109$ соответствует ситуации 4) и на этом шаге процесс заканчивается.

Задача 6. Найдите все такие тройки чисел, что каждое число равно квадрату суммы двух остальных.

Решение. Запишем условие задачи для тройки чисел *(a,b,c).* $a = (b+c)^2$, $b = (a+c)^2, c = (a+b)^2.$ Отсюда следует, что все три числа неотрицательны. Предположим, что $a > b \geq 0$ и вычтем из первого равенства второе. Получим $a - b = (b+c)^2 - (a+c)^2 = (b-a)(a+b+2c).$ Левая часть этого равенства положительна, а правая отрицательна, что невозможно. Значит предположение о том, что $a > b$ неверно, и $a \leq b.$ Точно также получим, что $b \leq a$, откуда следует, что *a*=*b*. Повторяя эти рассуждения для первого и третьего равенств, получим, что *a*=*b*=*c*. Учитывая это обстоятельство, запишем первое равенство, заменяя *b* и *c* на *a*. Получим $a = (2a)^2 = 4a^2.$ Это уравнение имеет два решения: $a = 0$ и $a = \frac{1}{4}.$ Значит существуют две тройки чисел, о которых говорится в условии задачи, $(0,0,0)$ и $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right).$

Комментарий. В решении использован классический метод рассуждения – «от противного». Вычитание одного равенства из другого является также весьма распространенным приемом.

УДК 004.9

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ КУРСА МАТЕМАТИКИ

Алиса Ивановна Наумова
МОУ “Тверской лицей”, Тверь
E-mail: a_naumova_46@mail.ru

Ключевые слова: *компьютерная графика, методы решения.*

Аннотация. В данной статье рассмотрены методы решения задач из курса математики с использованием компьютерной графики.

В 2018–2019 учебном году в Тверском лицее под руководством преподавателя информатики высшей категории А.И. Наумовой ученик 9 класса предпрофильного уровня Моросеев Дмитрий написал научную работу по теме: ”Компьютерная графика”, которая состоит из двух частей: *теоретической* (даны виды компьютерой графики, области применения, графические программы) и *практической* (приведены примеры решения задач графическим способом на языке программирования и в приложении MS Excel).

Компьютерная графика – это наука. Кроме того, это один из разделов информатики. Он изучает способы обработки и форматирования графического изображения с помощью компьютера. Если рассматривать этот раздел информатики в широком смысле, то можно увидеть, что средства компьютерной графики позволяют решать следующие *три типа задач*:

1. Перевод словесного описания в графическое изображение.
2. Задача распознавания образов, то есть перевод картинки в описание.
3. Редактирование графических изображений [1].

Основные области компьютерной графики:

1. Моделирование.
2. Проектирование.
3. Отображение визуальной информации.
4. Создание пользовательского интерфейса [1–3].

Применение компьютерной графики:

1. Трёхмерная графика в инженерном программировании.
2. Растровая графика в разработке полиграфических и мультимедийных изданий.
3. Векторная графика для создания иллюстраций.
4. Фрактальная графика для автоматического создания изображений с помощью математических расчётов [1].

В практической части работы подробно рассмотрены графические возможности визуального языка программирования Visual Basic и приложения MS Excel на примере графического метода решения уравнения (дан перечень программного обеспечения и поэтапная разработка проекта).

Разработка проекта “Приближённое решение уравнения”

Аппаратное и программное обеспечение. Компьютер с установленной операционной системой Windows 7.

Цель работы. Научиться создавать компьютерные модели графического решения уравнений на языке объектно-ориентированного программирования Visual Basic и в электронных таблицах MS Excel.

Задание. Разработать проект, в котором приближённо *графически* решается уравнение $x^3 - \cos x = 0$.

Графический метод решения уравнений на языке Visual Basic

1. В операционной системе Windows 7 **запустить** систему объектно-ориентированного программирования Visual Basic командой [*Пуск – Все программы - Visual Basic*].
2. Создать **графический интерфейс** (разместить на форме):
   - *графическое* поле PictureBox1, в котором будет осуществляться построение графика функции $y = x^3 - \cos x$;
   - *командную* кнопку Command1 для запуска **обработчика события**, реализующего построение графика.

В обработчике события осуществим преобразование компьютерной системы координат графического поля в математическую систему координат, удобную для построения графика функции. Нарисуем оси координат и нанесём на них единичные отрезки.

Для поиска корней уравнения необходимо построить график функции в диапазоне аргумента $-1.5 \le X \le 1.5$, на котором функция принимает значения примерно в диапазоне $-1 \le Y \le 1$.

Построение графика функции осуществим в цикле со счётчиком (аргумент X) с использованием метода рисования точки PSet (X, Y), в котором координатами точки являются *аргумент* функции и *значение* функции, величина шага (Step) соответственно равна 0.01.

3. Создать для кнопки Command1 обработчик события:

Обработчик события (программный код)

```
'Объявить рабочие переменные
Dim X, Y As Single
Private Sub Command1_Click()
'Задать масштаб
Picture1.Scale (-1.5, 1) - (1.5, -1)      'Диапазоны  X и Y: -1.5 ≤ X ≤ 1.5, -1 ≤ Y ≤ 1
'Ось X
Picture1.Line (-1.5, 0) - (1.5, 0)        'Линия оси координат X
For X = -1.5 To 1.5 Step 0.5
Picture1.PSet (X, 0)
Picture1.Print X                          'Единичные отрезки на оси X
Next X
'Ось Y
Picture1.Line (0, 1) - (0, -1)            'Линия оси координат Y
For Y = -1 To 1 Step 0.5
Picture1.PSet (0, Y)
Picture1.Print Y                          'Единичные отрезки на оси Y
Next Y
```

```
'Построение графика
For X = -1.5 To 1.5 Step 0.01
Picture1.PSet (X, X ^ 3 - Cos(X)) 'Вычисление координат и построение графика
Next X
End Sub
```

4. Запустить проект на выполнение и щёлкнуть по кнопке *График* (рис. 1).

График функции пересекает ось X *один раз* и, следовательно, уравнение имеет *один корень*. По графику приближённо можно определить, что *x* ~ 0,8 [3].

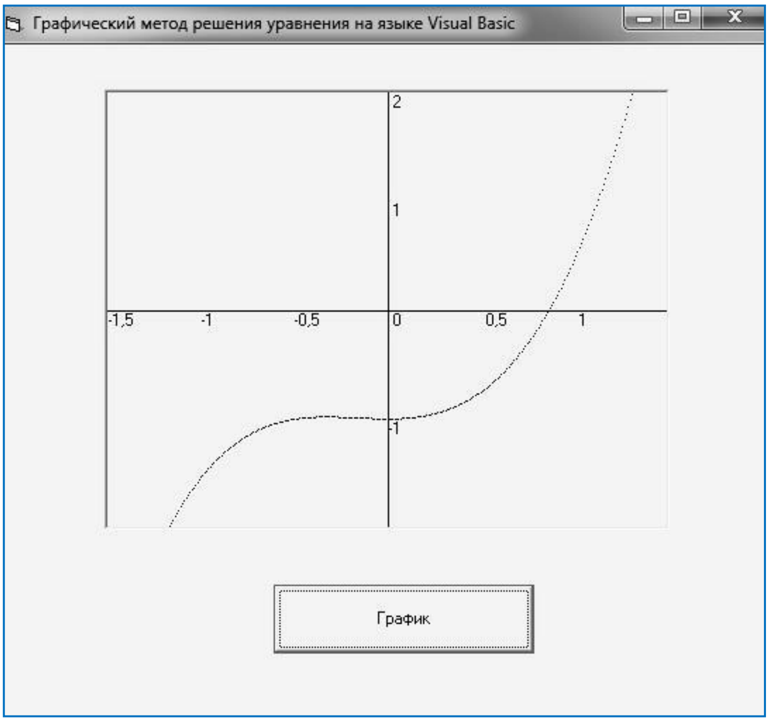


Рис. 1. Графическое решение уравнения на языке Visual Basic

Графический метод решения уравнения в приложении MS Excel

1. В операционной системе Windows 7 запустить электронные таблицы Microsoft Excel 2007 [*Пуск – Все программы – Microsoft Office 2007 – Microsoft Excel 2007*].
2. В диапазон ячеек B1:P1 ввести значения аргумента функции: от -1,4 до 1,4 с шагом 0,2.
3. В ячейку B2 ввести формулу вычисления значений функции =B1^3-COS(B1) и скопировать её в диапазон ячеек C2:P2 (рис. 2).

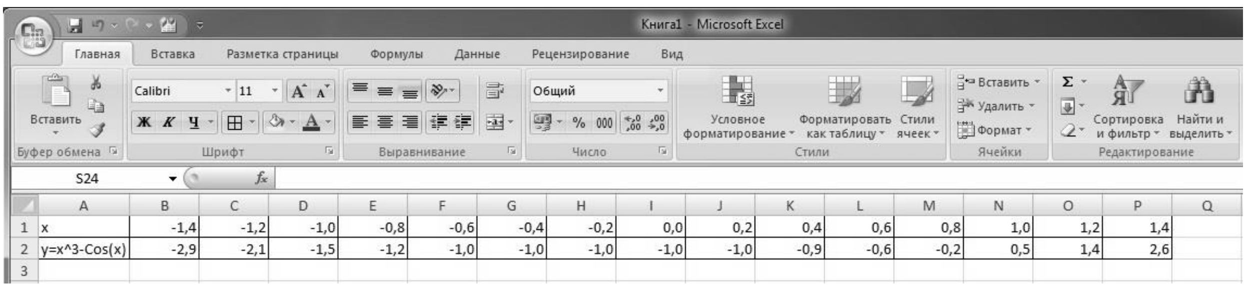


Рис. 2. Создание таблицы в MS Excel значений функции $y = x^3 - \cos x$

4. Для *приближённого* определения корней уравнения построить диаграмму типа *График* (рис. 3).

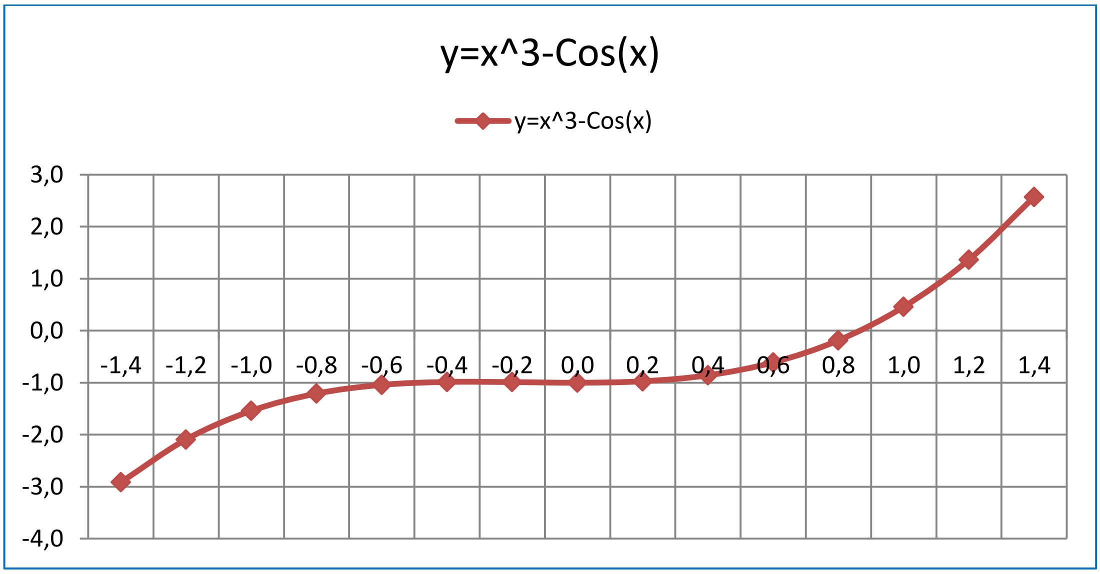


Рис. 3. Решение уравнения путём построения диаграммы типа График

График функции пересекает ось X *один раз* и, следовательно, уравнение имеет *один корень*. По графику приближённо можно определить, что *x* ~ 0,8 [3].

В результате разработки проекта были получены следующие результаты: *комплексное применение на практике знаний, умений и навыков по двум школьным дисциплинам – информатика и математика*.

16 февраля данная работа была представлена на городском фестивале творческих открытий и инициатив учащихся "Леонардо" в секции "Математика", награждена Дипломом призёра и опубликована на сайте http://www.mendeleevtver.ru.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Операционная система Windows 7
2. Система программирования для разработки проектов Visual Basic
3. Электронные таблицы Microsoft Excel

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Компьютерная графика что такое? Виды компьютерной графики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://fb.ru/article/190005/kompyuternaya-grafika-chto-takoe-vidyi-kompyuternoy-grafiki

2. Растровая графика, Моделирование, Проектирование, Визуализация [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/

3. Угринович Н.Д., Исследование информационных моделей, Элективный курс, Учебное пособие для учащихся старших классов информационно-технологического, физико-математического и естественно-научного профилей, Москва, БИНОМ, 2004.

УДК 54:51

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ХИМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Светлана Валерьевна Нечаева
МОБУ "Есеновичская СОШ", с. Есеновичи, Вышневолоцкий район
E-mail: svnechv@mail.ru

Ключевые слова: *химия, математика, олимпиада, ГИА.*

Аннотация. В работе рассматриваются математические методы и приемы решения некоторых химических задач. Данный материал может быть использован при подготовке и проведении интегрированных уроков химии и математики.

Всё, что без этого было темно,
сомнительно и неверно, математика
сделала ясным, верным и очевидным

М. В. Ломоносов

Одним из важных аспектов в изучении любой сложной науки является преемственность с другими дисциплинами.

Химия в школьном курсе изучается на более поздней стадии, нежели другие предметы естественного цикла, такие как биология, география, физика [3]. Химия позволяет ярко демонстрировать межпредметные связи не только в рамках естественного цикла, но и за пределами его. Наиболее близкой наукой является математика. Сложно представить химию без вычисления объемов, масс различных веществ.

Применяя на уроках химии математические методы решения задач, учащиеся проще ориентируются в изучении новой сложной дисциплины – химии. Так же хочется отметить, что и задачи химической направленности давно заняли свою нишу в математике, а главное, встреча с такими заданиями на олимпиадах и ГИА никого уже не удивляет. Задачи на растворы, сплавы мы привычно относим и к математике, и к химии. Разнообразие заданий, которые предлагаются на олимпиадах по химии, велико.

Рассмотрим несколько задач, предлагаемых в школьном туре олимпиады по химии.

2013 год, 11 класс [1].

Юный химик Петя получил от мамы задание купить в магазине 1 л пищевого уксуса (массовая доля уксусной кислоты CH_3COOH 9 %) для домашнего консервирования. Придя в магазин, он обнаружил, что в продаже есть только уксусная эссенция (массовая доля уксусной кислоты – 70 %). Петя решил, что сможет самостоятельно приготовить из неё пищевой уксус. Дома в справочнике ему удалось найти значения плотности для 9-процентного раствора уксусной кислоты – 1,012 г/мл и для 70-процентного – 1,069 г/мл. Из оборудования у Пети имеются только мерные цилиндры различного объёма.

1. Какое правило техники безопасности следует соблюдать при приготовлении разбавленных растворов из концентрированных кислот?

2. Какое из доступных в домашних условиях веществ следует иметь под рукой Пете, если кислота попадёт на кожу? Назовите это вещество и его действие на кислоту отразите в уравнении реакции.
3. Какой объём уксусной эссенции должен отмерить Петя, чтобы приготовить 1 л 9 % раствора уксусной кислоты?

Ответ:

1. Вливать воду в кислоту.
2. Пищевая сода или гидрокарбонат натрия. $NaHCO_3 + CH_3COOH = = CH_3COONa + H_2O$ реакция нейтрализации.
3. Рассчитана масса уксусной кислоты в 9 процентном растворе – 91,08 г. 1000 мл * 1,012 г/мл = 1012 г; 1012 г * 9 % = 91,08 г.
   Рассчитана масса раствора уксусной эссенции – 130,1 г. 91,08 г / 70 % = = 130,1 г. Рассчитан объём уксусной эссенции – 121,7 мл или ≈ 122 мл. 130, 1 г / 1,069 = 121, 7 мл.

2018 год, 9 класс [1].

В бутылке, цилиндре, колбе, банке находятся магний, гидроксид бария, сульфат меди (II), серная кислота. Магний и сульфат меди (II) не в бутылке, сосуд с гидроксидом бария стоит между колбой и сосудом с серной кислотой. В банке не гидроксид бария и не вещество, имеющее блеск. Цилиндр стоит около сосуда с веществом голубого цвета.

Задание. Узнайте содержимое каждого сосуда. Составьте уравнения реакций, протекающих при попарном смешивании содержимого этих сосудов.

Ответ:

	Mg	$Ba(OH)_2$	$CuSO_4$	H_2SO_4
Бутылка	-	+	-	-
Цилиндр	+	-	-	-
Колба	-	-	+	-
Банка	-	-	-	+

Заполняем последовательно таблицу. Из условия известно, что магний и сульфат меди (II) не в бутылке, так же гидроксид бария и серная кислота не в колбе. В банке не гидроксид бария и не магний (именно это вещество имеет блеск, так как это металл), в цилиндре не сульфат меди (II) (это вещество голубого цвета). Рассуждая, приходим к выводу, что в цилиндре – Mg, в колбе – $CuSO_4$, в бутылке – $Ba(OH)_2$, в банке – H_2SO_4.

$Mg + CuSO_4 \rightarrow MgSO_4 + Cu$, признаки реакции – раствор обесцвечивается, выделяется порошок розового цвета – медь.

$Mg + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + H_2$, признаки реакции – выделяется газ без цвета.

$CuSO_4 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + Cu(OH)_2\downarrow$, признаки реакции – выпадение осадка.

$Ba(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2H_2O$, признаки реакции – выпадение осадка белого цвета.

2018 год, 8 класс (см. https://olimpiada.ru/activity/76/tasks/2018?class=8).

Задача. Лунный грунт

Поверхность луны была подробно исследована американскими пилотируемыми космическими кораблями «Аполлон» и советскими автоматическими межпланетными станциями «Луна». Состав лунного грунта, собранного станцией «Луна-16», приведен в таблице (указаны только оксиды, содержание которых в грунте более 1 %).

Оксид	**Массовая доля, %**	**Оксид**	**Массовая доля, %**
SiO_2	43,8	CaO	10,4
FeO	19,4	MgO	7,1
Al_2O_3	13,7	TiO_2	4,9

Изучив данные таблицы, ответьте на вопросы:

1. Какого неметалла больше всего в лунном грунте?
2. Какого металла больше всего в лунном грунте (по массе)?
3. Чему равна массовая доля самого распространенного металла?
4. Какой оксид, широко распространен в земном грунте, отсутствует на Луне?

Ответ:

1. Кислород O.
2. Железо Fe.
3. $\omega(Fe) = \frac{\omega(Fe)*Ar(Fe)}{Mr(FeO)} = \frac{19,4*56}{72} = 15,1\ \%.$
4. Вода H_2O (принимается также ответ Fe_2O_3).

Задача. Сплав золота

Пробой сплава, содержащего благородные металлы, называют массу основного благородного металла (в граммах) в одном килограмме сплава. Для золотых изделий основной является 585-й проба.

1. Сколько граммов золота содержится в кольце «Хамелеон» 585-й пробы массой 13,18 г?
2. Некоторый золотой сплав содержит равное количество атомов золота и меди, других металлов в сплаве нет. Какова проба такого сплава? Относительную атомную массу меди примите равной 64.
3. Считая, что стоимость изделия определяется только стоимостью благородного металла, определите, какое из двух золотых колец будет более дорогим: кольцо «Хамелеон» (его масса и состав приведены выше) или кольцо «Москва» массой 7,83 г из золота 785-й пробы?

Ответ:

1. m(Au) = 13,18*585/1000 = 7,71 г.

2. Массовая доля золота в сплаве:
   ω(Au) = Ar(Au) / (Ar(Au) + Ar(Cu)) = 197 / (197 + 64) = 0,755
   Масса золота в килограмме сплава: m(Au) = 0,755*1000 = 755 г.
   Золото – 755 пробы.
3. В кольце «Москва»: m(Au) = 7,83 * 785 / 1000 = 6,15 г. В кольце «Хамелеон» золота больше, значит, оно будет более дорогим.

Традиционной темой для интегрированных уроков по химии и математике является тема «Растворы, смеси и расплавы», которую ежегодно практикуем в нашей школе. Актуально использование для таких уроков задач из сборников для подготовки к ГИА. Ниже приведены примеры задач из ЕГЭ по химии, решение которых опирается в основном на математические знания.

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2019 года по химии. Задание № 27 (см. http://www.fipi.ru/EGE-I-GVE-11/DEMOVERSII-SPECIFIKACII-KODIFIKATORY).

Вычислите массу нитрата калия (в граммах), которую следует растворить в 150,0 г раствора с массовой долей этой соли 10 % для получения раствора с массовой долей 12 %. (Запишите число с точностью до десятых.)

Решение:

	Массовая доля соли в растворе	**Масса соли в растворе**	**Масса воды в растворе**	**Масса раствора**
Исходный раствор	10 %	15 г	135 г	150,0 г
Полученный раствор	12 %	18,4 г	135 г	153,4 г

1) Найдем массу соли в исходном растворе 150 г * 10 % = 15 г.
2) Найдем массу воды в исходном растворе 150 г – 15 г = 135 г.
3) Так как в исходный раствор добавляли только соль, значит, масса воды была неизменной, в полученном растворе 135 г воды и вода в полученном растворе составляет 100 % – 12 % = 88 %.
4) Найдем массу полученного раствора 135 г / 88 % = 153,4 г.
5) Найдем массу соли в полученном растворе 153,4 г – 135 г = 18,4 г.
6) Найдем массу соли, которую добавили (растворили) в исходном растворе 18,4 г – 15 г = 3,4 г.

Ответ: 3,4.

ЕГЭ-2018 по химии. Задание № 27 [2].

1. Вычислите массу (г) хлорида калия, который содержится в 750 мл 10 %-ного раствора (плотность 1,063 г/мл). (Ответ приведите с точностью до десятых.)

Решение:

1) Найдем массу раствора 750 мл * 1,063 г/мл = 797,25 г.
2) Найдем массу соли, содержащейся в растворе 797,25 г * 10 % = 79,725 г ≈ 79,7 г.

Ответ: 79,7.

2. Вычислите массу (кг) 25 %-го раствора хлорида калия, который необходимо прибавить к 1 кг 50 %-го раствора, чтобы получить 35 %-й раствор. (Запишите число с точностью до десятых.)

Решение:

Пусть X кг – масса 25 %-го раствора, тогда 0,25X кг – масса соли в этом растворе. Масса 50 %-го раствора 1 кг, тогда 0,5 кг – масса соли в этом растворе. Известно, что новый раствор, полученный в результате смешивания 25 %-го и 50 %-го растворов, 35 %-й. Масса его равна (X+1) кг, а масса соли в нем 0,35*(X+1).

Составим и решим уравнение:

0,25X + 0,5 = 0,35*(X+1),

0,25X + 0,5 = 0,35X + 0,35,

0,1X = 0,15,

X = 1,5 (кг) масса 25 %-го раствора.

Ответ: 1,5.

Хочется отметить, что умение решить задачу несколькими методами предоставляет учащемуся выбор наиболее удобного для него способа. Важно не количество решенных однотипных задач, а умение применять несколько методов для решения одной задачи. Математические способы решения, из опыта работы, являются одним из самых популярных, видимо потому, что математика – это та наука, которую изучают, начиная с детского сада и на протяжении всей жизни.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архив материалов школьного этапа Всероссийской олимпиады школьников в МОБУ «Есеновичская СОШ».

2. ЕГЭ-2018: Химия: 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену / Е. В. Савинкина, О.Г. Живейнова. – М.: Издательство АСТ, 2017. – 111с.

3. Химия. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / О. С. Габриелян. – 2-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 286 с.

УДК 512(076.1)

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Мирослава Степановна Потапенко
Муниципальное общеобразовательное учреждение многопрофильная гимназия №12 г. Твери
E-mail: miroslava_tver@mail.ru

Тамара Васильевна Цапиева
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение "Удомельская средняя общеобразовательная школа №5с углублённым изучением отдельных предметов", Удомля
E-mail: eljvkz88@mail.ru

Ключевые слова: *текстовые задачи, производительность, время, работа, система уравнений, система неравенств.*

Аннотация. В работе рассматривается примеры решения нестандартных текстовых задач, которые можно использовать при подготовке к итоговой аттестации.

Решение текстовых задач очень часто вызывает трудности у учащихся. В то же время, они включены в КИМы ОГЭ и ЕГЭ. Объясняется это тем, что их решение позволяет проверить развитость логического мышления учащихся, умение проводить небольшие исследования. Решение текстовых задач обычно осуществляется в несколько этапов:

- введение неизвестных величин;
- составление с помощью введенных неизвестных и известных их условия задачи величин уравнений, возможно, неравенств;
- решение полученных уравнений (неравенств);
- отбор решений по смыслу задачи.

Мы в своей статье рассмотрели задачи на совместную работу. В подобных задачах обычно идет речь о совместной работе нескольких человек или механизмов, работающих с постоянной для каждого из них производительностью, т.е. с постоянной скоростью выполнения работы. Мы подобрали интересные, не совсем стандартные задачи. Для решения некоторых нужно составлять и уравнения, и неравенства. При этом нужно помнить некоторые факты:

- не следует стараться обойтись как можно меньшим числом неизвестных: при большем числе неизвестных легче составлять уравнения;
- выбор неизвестных определяется структурой и типом задачи, но они должны быть естественными;
- следует избегать громоздких обозначений для неизвестных, лучше использовать стандартные обозначения: x, y, z и т.д. Это облегчит дальнейшую работу с уравнениями.

Условие задачи надо разбить на логические части, каждой из которых соответствует одно уравнение (или неравенство). Иногда может случиться, что число уравнений меньше числа неизвестных, тогда нужно еще раз внимательно прочитать условие задачи и попытаться выразить то, что требуется найти, через введенные неизвестные.

Рассмотрим решение нескольких задач.

1. Четырём рабочим разной квалификации поручили некоторую работу. При одновременной работе первого, второго и четвёртого или первого и третьего работа будет выполнена за 3 часа 20 минут, а если вместе работают второй, третий и четвёртый – за 2 часа 30 минут. За какое время выполнят эту работу все четверо, работая вместе?

Решение. Пусть 1 – вся работа; за *x* часов делает работу первый рабочий, за *y* часов – второй, третий за *z* часов и четвёртый за *w* часов. Составим систему уравнений по условию задачи. $3\,часа\ 20мин = 3\frac{1}{3}часа = \frac{10}{3}часа$.

$$\begin{cases} \frac{10}{3}(x+y+w)=1 \\ \frac{10}{3}(x+z)=1 \\ \frac{5}{2}(y+z+w)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+w=0{,}3 \\ x+z=0{,}3 \\ y+z+w=0{,}4 \end{cases} \Rightarrow 2(x+y+z+w)=1.$$

Ответ: за 2 часа.

2. Три самосвала разной грузоподъёмности возят грунт. Он будет вывезен полностью, если они все сделают по 8 рейсов. Грунт также будет вывезен, если первый самосвал сделает 4 рейса, второй – 2 рейса, третий – 16. Если первый и третий совершат соответственно 6 и 12 рейсов, то сколько рейсов нужно сделать второму, чтобы весь грунт был вывезен?

Решение. Пусть 1 – вся работа, а грузоподъёмность автомобилей соответственно *x, y, z*. Пусть *t* – количество рейсов, которые нужно сделать второй машине.

$$\begin{cases} 8(x+y+z)=1 \\ 4x+2y+16z=1 \\ 6x+ty+12z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x+8y+8z=1 \\ 4x+2y+16z=1 \\ 6x+ty+12z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x+10y+24z=2 \\ 6x+ty+12z=1 \end{cases} \Rightarrow t=5.$$

Ответ: 5 рейсов.

3. Крестьянин отправился косить траву на трёх одинаковых лугах. Первый луг он скосил на тракторе. Второй луг он косил на тракторе 3 минуты, после чего трактор сломался и крестьянин докашивал второй и третий луга вручную. Первый луг был скошен на 30 минут быстрее второго, а второй – на 30 минут быстрее третьего. За сколько минут были скошены все три луга?

Решение. Пусть $v_{\text{т}}$ – производительность трактора за минуту, $v_{\text{к}}$ – производительность работы вручную. Пусть *x* минут косил трактор первый луг. Тогда второй луг косили 3 минуты трактором и 30–3+x минут вручную. А третий луг (*x*+60) мин вручную. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} v_m(x-3)=v_к(x+27) \\ 3v_m=33v_к \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения переменную v_m и подставляя найденное выражение v_m=11$v_к$ во второе, получим: 11$v_к$(x–3)= $v_к$(x+27) ⇒ 11(x-3)=x+27 ⇒ ⇒ x=6. Таким образом, крестьянин 6 минут косил первый луг, 6+30=36 минут – второй и 36+30=66 минут – третий. Все три луга скошены за $6+36+66=$ $=108$ минут.

Ответ: 108 минут.

4. В двух ящиках вместе было более 27 деталей. Если бы в первом ящике лежало на 24 детали больше, то число деталей в нём более чем в два раза превосходило бы число деталей во втором ящике. А если бы в первом ящике было на 10 деталей меньше, то число деталей во втором ящике превышало бы число деталей в первом, более чем в девять раз. Сколько деталей в двух ящиках?

Решение. Пусть в первом ящике было x деталей, во втором – y. Тогда

$$\begin{cases} x+y>27 \\ x+24>2y \\ y>9(x-10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y>27-x \\ y<0{,}5x+12 \\ y>9x-90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27-x<0{,}5x+12 \\ 9x-90<10{,}5x+12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>10 \\ x<12 \end{cases} \Rightarrow x=11.$$

Тогда $\begin{cases} y>16 \\ y<17{,}5 \end{cases}$ и, значит, y =17.

Ответ: в первом ящике 11 деталей, во втором – 17.

5. В корзине лежало не более 55 грибов, причём число белых относилось к числу остальных грибов как 3:2. После того, как из корзины отложили четыре самых малых гриба, то среди оставшихся отношение числа белых к числу остальных стало равным 4:3. Сколько грибов лежало в корзине первоначально?

Решение. Пусть в корзине лежало x грибов, $x \le 55$.

		1 сл.	2 сл.	4 сл.	5 сл.	6 сл.
Белые	0,6x	0,6x	0,6x–1	0,6x–2	0,6x–3	0,6x–4
Остальные	0,4x	0,4x–4	0,4x–3	0,4x–2	0,4x–1	0,4x

Проверим отношение 4:3 для каждого случая.

$\frac{0{,}6x}{0{,}4x-4}=\frac{4}{3}$, 1,8$x$ = 1,6x – 16, x = – 80 , случай невозможен.

$\frac{0{,}6x-1}{0{,}4x-3}=\frac{4}{3}$, 1,8$x$ –3 = 1,6x – 12, x = – 45, случай невозможен.

$\frac{0{,}6x-2}{0{,}4x-2}=\frac{4}{3}$, 1,8$x$ – 6 = 1,6x – 8, x = –10, случай невозможен.

$\frac{0{,}6x-3}{0{,}4x-1}=\frac{4}{3}$, 1,8$x$ – 9 = 1,6x – 4, x = 25 случай возможен, 25 ≤ 55.

$\frac{0{,}6x-4}{0{,}4x}=\frac{4}{3}$, 1,8$x$–12 = 1,6$x$, x = 60 случай возможен, но 60≥55.

Ответ: 25 грибов было в корзине.

6. Красная шапочка несла бабушке 14 пирожков: с мясом, грибами и капустой. Пирожков с капустой наибольшее количество. Причём их вдвое больше, чем пирожков с мясом. А пирожков с мясом меньше, чем с грибами. Сколько пирожков с грибами?

Решение. Пусть было x пирожков с мясом, y пирожков с грибами и z пирожков с капустой.

$$\begin{cases} x+y+z=14 \\ z=2x \\ x<\text{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=14 \\ x<\text{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=14-3x \\ x<y \end{cases}.$$

Тогда $x < 14 - 3x < 2x$, $\frac{14}{5} < x < \frac{14}{4}$**,** $x = 3$, следовательно, $y = 14 - 3x = 5$.

Ответ: 5 пирожков с грибами.

7. Бригада лесорубов должна была за несколько дней заготовить 216 м^3 древесины. Первые 3 дня бригада выполняла установленную ежедневную норму, а затем - каждый день заготавливала на 8 м^3 больше плана, поэтому за день до срока было заготовлено 232 м^3 древесины. Определить плановую дневную норму бригады.

Решение. В качестве неизвестной величины возьмем x (м^3) – плановую дневную норму. Тогда по плану бригада должна была работать $216/x$ дней. За три дня бригада заготовила $3x$ м^3 древесины, значит с производительностью $x+8$ м^3/день она заготовила $(232-3x)$м^3 древесины, затратив на это$\left(\frac{232-3x}{x-8}\right)$ дней. Учитывая, что работа была закончена на 1 день раньше планируемого срока, составим уравнение $\frac{216}{x}=3+\frac{232-3x}{x+8}+1$ откуда $x^2+48x-1728=0$. Решая это уравнение, получаем: $x_1=24$, $x_2=-72$. Второй корень уравнения не подходит по условию задачи.

Ответ: 24 м^3 в день.

8. Двум рабочим была поручена некоторая работа. Второй приступил к работе на час позже первого. Через 3 часа после того, как первый приступил к работе, им осталось выполнить 9/20 всей работы. За сколько часов каждый, работая отдельно, может выполнить всю работу?

Решение. Прежде всего заметим, что объем работы в задаче не указан, значит примем его за 1. Пусть x (часов) – искомое время для первого рабочего. Так как второй приступил к работе на 1 час позже и сделал половину работы, то на всю работу второму потребуется на 2 часа меньше, чем первому, т.е. $x - 2$ часа. Тогда производительность первого рабочего будет $1/x$, а второго – $\left(\frac{1}{x-2}\right)$. Составим уравнение: $\frac{3}{x}+\frac{2}{x-2}=\frac{11}{20}$. Решая это уравнение, получаем: $x_1=10$; $x_2=\frac{12}{11}$. Второй корень не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: за 10 часов и за 8 часов.

9. Для заполнения резервуара были открыты две трубы, по которым подавали воду 15 минут, затем открыли третью трубу, и через 5 минут резервуар был заполнен, а все три трубы закрыты. Производительность второй трубы в 1,2 раза больше производительности первой. Через вторую и третью трубы, открытые одновременно, резервуар заполняется за 9/10 того времени, которое требуется для заполнения его через первую и третью трубы при их совместной работе. За какое время заполнится резервуар, если одновременно открыть все три трубы?

Решение. Введем следующие неизвестные: x – производительность первой трубы; y – производительность второй трубы; z – производительность третьей трубы.

Для заполнения резервуара первая и вторая трубы были открыты на 20 минут, а третья – на 5 минут, следовательно, $20x + 20y + 5z = 1$. Так как производительность второй трубы в 1,2 раза больше производительности первой, то $y = 1{,}2x$. Для заполнения резервуара через вторую и третью трубы, открытые одновременно, требуется $\frac{1}{y+z}$ минут, а через первую и третью $\frac{1}{x+z}$ минут. По условию задачи эти времена связаны следующим соотношением:

$$\frac{1}{x+z} = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{x+z}.$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 20x + 20y + 5z = 1 \\ y = 1{,}2x \\ 10x - 9y + z = 0 \end{cases}$$

Теперь подставим $y = 1{,}2\,x$ в третье уравнение: $10x - 10{,}8x + z = 0$, откуда $z = 0{,}8x$.

Подставим $y = 1{,}2x$ и $z = 0{,}8x$ в первое уравнение $20x + 24x + 4x = 1$, откуда $x = 1/48$.

Значит $y = 1{,}2/48$; $z = 0{,}8/48$.

Производительность всех трех труб при их совместной работе равна $x + y + z = \frac{1}{48} + \frac{1{,}2}{48} + \frac{0{,}8}{48} = \frac{1}{16}$, значит время, необходимое для заполнения резервуара через три, одновременно открытые трубы, будет равно $\frac{1}{x+y+z} = 16$.

Ответ: за 16 минут.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабайцев В.А., РыловА.А. Методическое пособие по математике для поступающих в финансовую академию. – М., 1998.

2. Затакаваем В.В. Пособие по математике. – М., 2002.

3. Сканави М.И., Сборник задач по математике для поступающих в втузы. – М.: Высшая школа, 1995.

УДК 004.439

СОЗДАНИЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАССА BEAMER

Иван Михайлович Поташов
Тверской государственный университет, Тверь
*e-mail:*Potashov.IM@tversu.ru

Ключевые слова: *презентации, TeX/LaTeX, класс Beamer.*

Аннотация. В работе даётся краткое описание возможностей и базовых приёмов работы с пакетом для создания мультимедийных презентаций beamer из системы компьютерной вёрстки TeX.

Специалисты, чья деятельность так или иначе связана с математикой, очень часто используют систему компьютерной вёрстки TeX/LaTeX для подготовки своих работ. Но помимо написания самой работы, часто результаты необходимо представить результаты в виде презентации. В этом случае возникает сложность при «переносимости» формул, набранных в LaTeX в другую программу. Однако в TeX'е есть ряд решений, позволяющих создавать мультимедийные презентации в самой системе вёрстки в формате pdf. Одним из наиболее известных и популярных является класс beamer.

Класс beamer разработал 2003 году Тилл Тантау, а в настоящее время его разработкой занимается Джон Райт. За время своего существования данный класс стал очень популярным, и на Западе сейчас является стандартным для оформления научной презентации. Рассмотрим основные особенности работы с данным классом.

1. Подключение. Beamer подключается как и любой стандартный класс TeX'е. Для подключения необходимо в преамбуле указать стандартную инструкцию

\documentclass[10pt,pdf,hyperref={unicode=true}]{beamer}

Поддерживаемые размеры шрифтов – от 8 до 12 пунктов. На первый взгляд размеры шрифтов кажутся очень маленькими, но для слайда создаваемой презентации, имеющего размер 128 на 96 мм, это достаточно крупные размеры шрифтов. Дополнительная опция *hyperref={unicode=true}* позволяет подключить русскоязычные закладки. Для создания презентации на русском на русском языке также рекомендуется подключить языковые пакеты

\usepackage[T2A]{fontenc}
\usepackage[cp1251]{inputenc}
\usepackage[russian]{babel}

2. Стиль и тема презентации. Хорошим тоном считается оформление слайдов презентации в едином стиле. Для определения стиля в преамбуле пользователь должен использовать команды:

1. *\usebeamertheme*[опции]*{…}*
2. *\usecolortheme*[опции]*{…}*
3. *\usefonttheme*[опции]*{…}*
4. *\useinnertheme*[опции]*{…}*
5. *\useoutertheme*[опции]*{…}*

Первые две команды из приведённого выше списка используются для определения стиля и цветовой схемы презентации. Матрицу стилей заинтересованный пользователь может увидеть на сайте [2], также список возможных параметров для всех команд представлен на сайте сайте [4].

Третья команда из предложенного списка определяет стиль шрифтов в презентации.

Последние две команды влияют на «внутреннее» (например, разметка списков, блоков и т.д.) и «внешнее» (расположение заголовков, панелей, навигационных символов) оформление слайдов соответственно. Опции, указанные в квадратных скобках, позволяют пользователю изменять стандартные решения и осуществлять тонкую настройку параметров (см. руководство пользователя [1]). Ниже на рис. 1 приведён пример титульного и обычного слайдов для темы AnnArbor и цветеовой схемы default.

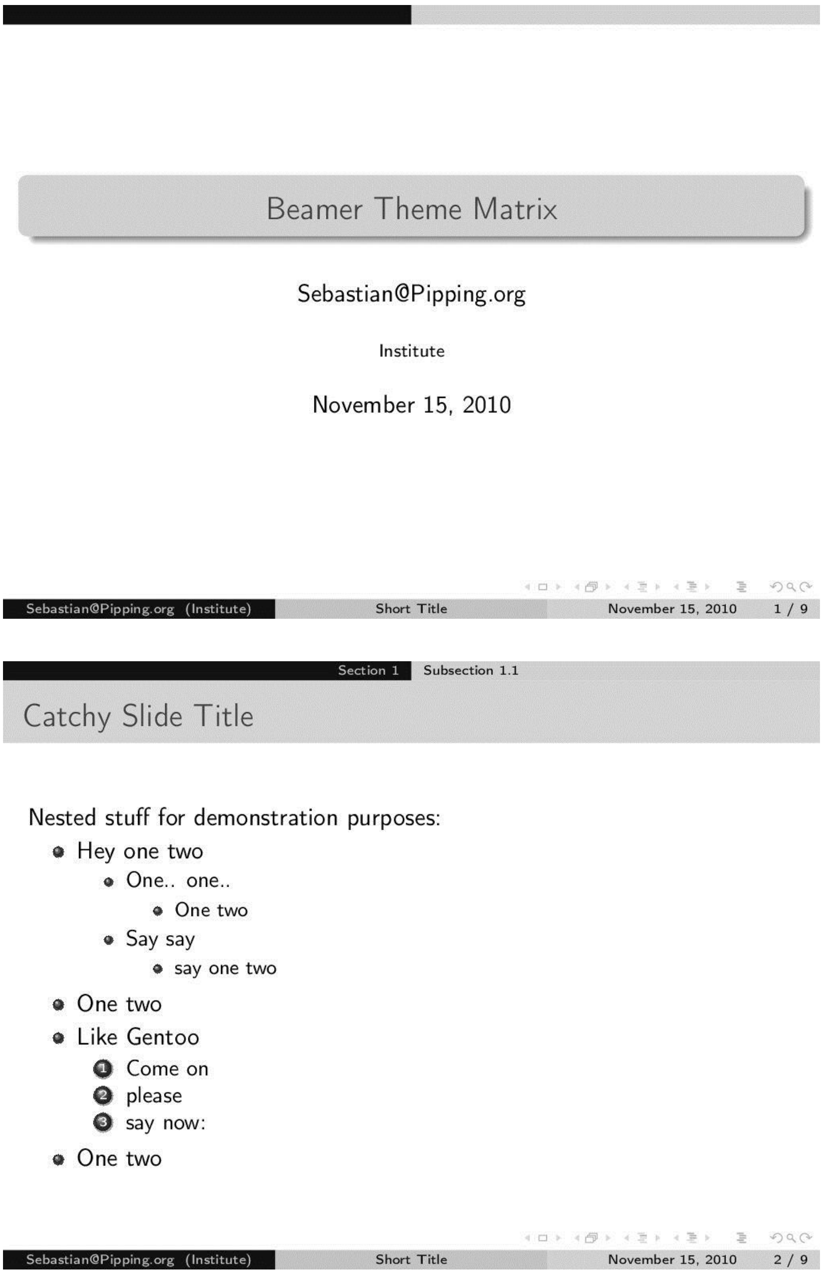


Рис 1. Пример титульного и обычного слайда

3. Слайды в презентациях. В классе beamer отдельные слайды создаются при помощи окружения frame. Общая структура тела файла для презентации в данном случае будет иметь вид

```
\begin{document}
 \begin{frame} %Титульный слайд
     \maketitle
 \end{frame}
 \begin{frame}[t]{Заголовок}{Подзаголовок} %Второй слайд
     текст
 \end{frame}
 ---
 \begin{frame}[t]{Заголовок}{Подзаголовок} %Последний слайд
     текст
 \end{frame}
\end{document}
```

Здесь титульный слайд создаётся при помощи команды *\maketitle*. Для корректной работы этой команды необходимо предварительно указать название презентации, имя автора, организацию и дату используя команды *\title{…}, \author{…}, \institution{…}* и *\date{…}* соответственно.

В хорошей презентации каждый слайд имеет заголовок. В документе заголовок указывается справа от команды \begin{frame} в фигурных скобках. В этой же строке можно указать и подзаголовок. Альтернативным способом объявления являются команды *\frametitle{…}* и *\framesubtitle{…}*.

Текст в презентациях оформляется по тем же правилам, что и в большинстве документов формата TeX. По умолчанию текст в слайдах отображается в центре, однако использованиеt опций *[t]* и *[b]* позволяет печатать текст начиная с верхнего или нижнего края соответственно.

4. Списки. Последовательный вывод. Маркированные и нумерованные списки в классе beamer определяются при помощи стандартных окружений itemize и enumerate и команды \item. Класс обширными средствами, организующими последовательный вывод элементов на слайд. Рассмотрим пример, где пользователю необходимо последовательно вывести маркированный список из трёх элементов. Ниже приведён соответствующий код:

```
\begin{frame}[t]{Заголовок}{Подзаголовок}
    \begin{itemize}
        \item<1-> Первый элемент списка
        \item<2->Второй элемент списка
        \item<3->Третий элемент списка
    \end{itemize}
\end{frame}
```

Обращаем внимание, что в коде присутствуют угловые скобки. Через эти скобки можно определить те кадры, на которых будет виден данный элемент списка. Здесь можно использовать следующие обозначения:

1. <2-> – элемент будет виден на всех кадрах, начиная со второго;
2. <-3> – элемент виден на всех кадрах по третий включительно;
3. <2-4> – элемент виден на всех кадрах со второго по третий включительно;
4. <1,3> – элемент виден на первом и третьем кадре.

Угловые скобки можно применять для создания списков, но и при работе с другими элементами, например, блоками (см. пункт 5). Более подробно о данном средстве и других средствах последовательного вывода можно ознакомиться в инструкции [1], а также в работах [3, 4, 5].

5. Блоки. Очень часто для лучшего восприятия в презентации необходимо выделить некоторый текст, формулы, или доказательство теоремы. Для этого в классе beamer используются блоки. Для блока используется стандартное окружение *block*:

\begin{block}{Название}
Текст
\end{block}

Формально у блока всегда должен присутствовать заголовок. Если пользователь не хочет, чтобы у блока было заглавие, то он должен оставить то после объявления *\begin{block}* нужно оставить две пустые скобки.

На презентации блок представляет собой панель синего цвета. Кроме окружения *block*, существуют аналогичные по назначению окружения *alertblock* (панели красного цвета), *exampleblock* (панель зелёного цвета).

В классе beamer также определены окружение *theorem* и *proof* для формулировки теорем и вывода доказательств. Во многом *theorem* схоже с окружением *block*, но на слайде в данном случае в заголовке всегда будет отображаться слово «Theorem». Общий вид для данного окружения записывается следующим образом:

\begin{theorem}[дополнительный текст]
текст
\end{theorem}

Здесь дополнительный текст – это текст, который добавляется к слову «Theorem» в круглых скобках.

Отметим, что в русскоязычной презентации использовать данное окружение не очень удобно, но в рассматриваемом классе допускается создавать собственные окружения. Например, это можно сделать при помощи команды в преамбуле *\newtheorem{theoremrus}[theorem]{Теорема}*.

Помимо окружения *theorem* существуют аналогичные окружения *corollary, definition, definitions, fact, example*, и *examples*.

Изображение блока на слайде показано на рисунке 2.

Рис. 2 Блоки различных типов на слайде

6. Установка цветов. Для определения цветов фона слайда, панелей с заголовками, блоков и других элементов в классе используется команда *\setbeamercolor*. Например, чтобы получить желтоватый фон слайда, необходимо использовать команду *\setbeamercolor{background canvas}{bg=yellow!10}*. Первый параметр указывает на элемент, в цвет которого устанавливается в команде, второй параметр задает цвет. Класс beamer интегрирован с пакетом xcolor, и при определении цвета здесь могут быть использованы команды этого пакета. Перечень элементов, для которых можно определить приведён на странице [4].

7. Фоновые рисунки на слайдах. Для установки фоновых рисунков можно использовать команду *\usebeamertemplate* в сочетании с командой *\includegraphics*. Конструкция, осуществляющая данное действие, имеет вид:

```
,
{
\usebackgroundtemplate{
\includegraphics[width=\paperwidth]{space.eps}
}
\begin{frame}
{\color{white}\huge Просторы Вселенной}
\end{frame}
}
```

Здесь *space.eps* – имя внешнего файла, который будет выступать в качестве фонового рисунка.

8. **Гиперссылки.** Класс beamer интегрирован с пакетом hyperlink, что позволяет создателю презентации использовать гиперссылки. Для этого используется команда *\hyperlink{метка}{текст ссылки}*. В качестве метки выступает имя указателя на слайд, формулу или любой другой элемент презентации. Указатели в документе создаются при помощи стандартной команды *\label*, как и в любом документе в системе TeX. В качестве текста

ссылки может выступать не только текст, но и изображения, а также кнопки. Кнопку в презентации можно создать при помощи команды *beamerbutton{Текст}*. В качестве параметра для данного элемента указывается надпись, которая будет отображаться на кнопке.

Представленный выше набор функций является далеко не полным, но уже позволят создавать презентации добротного качества для представления основных научных результатов. Конечно, для работы с данным классом требуются навыки программирования и знания TeX'a, что неделает не удобным класс для массового использования, однако среди научных работников уже успел завоевать популярность, и многие презентации, представленные на научных конференциях, сейчас создаются при помощи данного класса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tantau T., The Beamer Class. User Guide for version 3.55. / T. Tantau, J. Wright, V. Miletić – Электрон. дан. – [Б.м., 2018]. – Режим доступа: http://tug.ctan.org/macros/latex/contrib/beamer/doc/beameruserguide.pdf – Загл. с экрана (дата обращения 28.02.19).
2. The beamer theme matrix [Электронный ресурс] – Электрон. дан. – [Б.м., 2018]. – Режим доступа: https://hartwork.org/beamer-theme-matrix/ – Загл. с экрана (дата обращения 28.02.19).
3. Халили Ф. Я. Пакет beamer. Обзор основных возможностей [Электронный ресурс] / Ф. Я. Халили – Электрон. дан. : МГУ, Физический факультет. – М:, 2008, Режим доступа: http://www.osc.phys.msu.ru/mediawiki/upload/Khalili/example10.pdf (дата обращения 28.03.19).
4. LaTeX/Presentations [Электронный ресурс] – Электрон. дан. – [Б.м., 2019]. – Режим доступа: https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Presentations/. – Загл. с экрана (дата обращения 28.02.19).
5. Балдин Е.М. Компьютерная типография LaTeX. / Е.М. Балдин – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 304 с.: ил. + Дистрибутив (на CD-ROM).

УДК 378.1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ: РЕКУРСИВНАЯ МОЗАИКА[2]

Михаил Николаевич Рыбаков
Тверской государственный университет, Тверь
НИИ «Центрпрограммсистем», Тверь
University of the Witwatersrand, Johannesburg
E-mail: m_rybakov@mail.ru

Ключевые слова: *математическое образование, взаимосвязь между дисциплинами*

Аннотация. Затрагивается вопрос о том, насколько цельными или фрагментарным является представление о математическом знании у выпускников математического факультета ТвГУ. Обсуждаются возможные пути осознания студентами системы полученных ими математических знаний.

Несколько лет назад я читал обычный спецкурс, связанный с логикой, и на занятии появилась студентка, которой не было в предыдущем семестре. Выяснилось, что она перевелась к нам из другого вуза и планирует учиться на математическом факультете ТвГУ до получения диплома, а потом вернётся в родной город. Всё так и сложилось. При этом отмечу, что всё это время она училась на хорошем уровне, а дипломную работу защитила на «отлично». Я расскажу о нашем разговоре, случившимся после первого занятия, на которое она пришла. Когда закончилось занятие, мы (я и студенты) шли вместе из аудитории. Аудитория была расположена далеко: нужно было пройти по коридору первого этажа, подняться по лестнице на второй, а потом ещё сколько-то идти по коридору второго этажа, пока не окажемся на развилке, где уже каждому в свою сторону. В общем, для разговора время было. И она поделилась своим впечатлением от занятия, высказав удивление, связанное с тем, как были использованы знания из разных математических курсов. Она перечислила некоторые из этих понятий, сказав, что вот это она изучала на занятиях по такой-то дисциплине, а вот это – на занятиях по такой-то. Названия дисциплин были знакомыми, но я не связывал использованные на моём занятии понятия именно и непременно с этими дисциплинами, считая их общематематическими. Она же наоборот высказала удивление, сказав, что, конечно же, знала о том, что в математике всё взаимосвязано, но даже не могла предположить, что настолько. И осознание того, что ей приоткрылась эта взаимосвязь, явно произвело не неё впечатление. Теперь надо добавить, что ничего особенного на занятии и не было: я читал обычный спецкурс по теории моделей языка первого порядка [1] и предполагаю, что начал рассказывать об одном из приложений – т.н. нестандартном анализе [2] – красивом методе изящного получения теорем математического анализа, основанном на известном результате из теории моделей, состоящем в том, что у теории функций действительного аргумента существуют нестандартные модели (по сути, неархимедовы расширения поля действительных чисел), позволяющие

[2] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 17–03–00818–ОГН и 18–011–00869.

доказывать в точности те же теоремы, что и в математическом анализе, но с использованием бесконечно малых и бесконечно больших величин вместо привычного языка «эпсилон–дельта». Для изложения нужны были понятия языка, терма (выражения), формулы, вывода (доказательства), теории, модели (алгебры), интерпретации, последовательности, функции, множества, мощности множества и другие. Студентам всё это было известно, поэтому её удивление было несколько неожиданным для меня.

На самом деле подобных ситуаций и до, и после было немало. Имеется в виду, что эти ситуации были связаны с открытиями студентами взаимосвязей между уже изученными ими дисциплинами: их удивляет, что эта взаимосвязь есть и даже легко доступна для понимания, а меня – что они о ней не знали. Так, достаточно показательными в этом смысле были (год назад) занятия со студентами пятого курса, многие из которых уже работали (в т.ч. по специальности), но при этом с удивлением обнаруживали не только взаимосвязи между различными областями математики, но важность многих математических достижений непосредственно для их профессиональной деятельности. В результате курс лекций по теории вычислительной сложности оказался важным и для осознания содержания изученных до этого математических дисциплин.

Вот другая история, случившаяся уже в этом календарном году (и повторяющаяся с завидной регулярностью). Один из студентов (из числа лучших студентов своего курса) при ответе на экзаменационные вопросы использовал доказательство, взятое из книги. Доказательство верное, но оно опиралось на понятия, которые мы ещё не изучали. Поэтому мне нужно было убедиться, что он знаком с этими понятиями достаточно, чтобы предложенный в качестве доказательства текст можно было бы считать им осознанным. Оказалось, что при подготовке он действительно пытался изучить используемые понятия, но осознать предложенный в книге подход полностью не смог. Мы обсудили эту ситуацию, и он согласился с моим тезисом о том, что его знания по предмету следует считать фрагментарными, а не связанными в единую систему (несмотря на это, оценка на экзамене была высокой). При этом как моё изложение соответствующих математических теорий, так и изложение в используемой им при подготовке книге были последовательными, но замена обоснования математического факта, приведённого в одной из систем изложения, на обоснование, данное в рамках другой системы, нарушала стройность подхода, разделяя теорию на части, связь между которыми студенту уже не так просто было понять и объяснить.

Тезис, который я хочу озвучить, не будет новым: как мне видится, в очень многих случаях представление студентов о математическом знании фрагментарно, причём эти фрагменты даже у довольно прилежных студентов не складываются в общую картину. Фрагментарно (в большей или меньшей степени) и представление об изучаемых дисциплинах и взаимосвязях между ними, и представление о разделах каждой из дисциплин, и представление о системе понятий, фактов и их обоснованиях в рамках этих разделов. Отсюда и аналогия с мозаикой, упомянутой в заголовке. Отмечу, что нередко студентов удивляет, что математические факты, доказанные в рамках одной из дисциплин, могут использоваться ими в другой; и чтобы использовать соответствующие знания, они обычно ждут поддержки и одобрения преподавателя, т.к. собственной уверенности не хватает.

Хотелось бы изменить ситуацию так, чтобы математическое образование, получаемое студентами, было цельным.

Ещё когда я сам был студентом, я слышал разговоры о том же: преподаватели сетовали на отсутствие «объединяющих курсов». Сейчас имеется курс введения в специальность, курс по основаниям математики, курс концепции современного естествознания. Но почему-то их оказывается недостаточно: студенты (повторюсь: я говорю о хороших студентах) весьма туманно представляют себе связь между математическим анализом и математической логикой, между теорией групп и геометрией, между теорией вычислимых функций и арифметикой; очень мало кто может сформулировать важную для математического анализа аксиому выбора, отличить конструктивное доказательство от неконструктивного, объяснить суть математической теоремы, важной не только для математики, но и для философии, лингвистики, теории познания – теоремы К.Гёделя о неполноте арифметики.

Как быть?

Следующие слова не станут оригинальными: считаю, что студентам нужны объединяющие курсы.

Но это не всё. Полагаю, что довольно важно, держит ли при себе каждый из преподавателей мысль о том, чтобы показать, как читаемый им курс интегрирован в общую систему математического знания (ещё лучше, если не только математического). Когда эта связь демонстрируется, курс лекций наполняется смыслом, происходит осознание его значения, у студентов появляется интерес и мотивация для изучения. Мозаика оживает, складывается, образуя единую картину, а курс лекций занимает в ней достойное место. Я же лишь обращаю внимание на этот образ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кейслер Г., Чен Ч. Теория моделей. – М., Мир, 1977.
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. – М., Издательство МЦНМО, 2008.

УДК 001.8:543

УПРАВЛЕНИЕ НАУЧНО-ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ В СОВРЕМЕННОМ ВУЗЕ

Сергей Станиславович Рясенский
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Ryasenskiy.SS@tversu.ru
Мариана Александровна Феофанова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Feofanova.MA@tversu.ru
Виктор Михайлович Никольский
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Nikolskiy.VM@tversu.ru

Ключевые слова: *проектная деятельность, управленческая команда.*

Аннотация. В работе рассматривается формирование у студентов и аспирантов классической технологической цепочки проведения научно-исследовательских работ.

Научно-исследовательская деятельность студентов не может быть самоцелью, а должна вписываться в устоявшиеся научные направления ведущих ученых вуза.

Для повышения эффективности научно-исследовательской работы студентов (НИРС) и аспирантов желательно по каждому из предлагаемых научных направлений сформировать классическую технологическую цепочку проведения научно-исследовательских работ [1]: поисковые исследования – прикладные научно-исследовательские работы – опытно-конструкторские разработки – опробование результатов научных исследований и разработок – профессиональная экспертиза – оценка необходимых затрат для внедрения новых разработок и потенциальной прибыли – поиск венчурной компании – маркетинг продукции – продажа новой техники (технологии).

В ходе реализации таких цепочек студенты и аспиранты приобретают профессиональные знания и навыки, позволяющие осуществлять поиск, анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (в категории универсальных компетенций это определяется как системное и критическое мышление). Выполнение НИРС развивает стратегическое мышление, включающее способность представить разрабатываемое научное направление как целостную систему с определением круга задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения. Это подразумевает понимание взаимозависимостей различных звеньев технологической цепочки проведения научно-исследовательских работ и взаимовлияния смежных подразделений вуза (в категории универсальных компетенций это определяется как разработка и реализация проектов).

В процессе выполнения НИРС должны учитываться и личностные качества, а именно, умение эффективно работать в команде, выполнять согласованную работу в группе (в категории универсальных компетенций это определяется как командная работа и лидерство).

Процесс управления научно-проектной деятельностью в современных вузах должен формировать специалистов, отличающихся [2]:

• аналитическим мышлением;

• умением четко обозначить цели и распределить функциональные обязанности;

• нацеленностью на эффективность конечного результата;

• качествами лидера, позволяющими выигрывать в конкуренции;

• способностью формировать управленческую команду;

• устойчивым иммунитетом от любого рода потрясений.

Все программы учебного процесса должны быть объединены одним требованием — развить в каждом студенте способности аналитика, специалиста и лидера.

Ориентир на подготовку химиков-аналитиков, обладающих необходимыми профессиональными знаниями и лидерскими качествами, не только определяет содержание образовательных программ, но и включает системный подход к учебному процессу в целом. Системный подход к образованию означает тщательную проработку каждого этапа обучения с оценкой его результатов и соответствующей корректировкой первоначальных планов. В рамках такого подхода построение учебных курсов основано на анализе контингента студентов и их потребностей в обучении. Целесообразно формировать процесс управления научно-проектной деятельностью с позиций не преподавателя, а студента, т.е. ориентировать индивидуума на выполнение посильных задач с демонстрацией применения полученных знаний на практике. Многообразие методик в высшей школе обычно сводится к лекциям, семинарам, написанию курсовых и дипломных работ, студенческим конференциям и проектам, анализу конкретных ситуаций, деловым играм в их разных формах и модификациях. Перечисленные методики, будучи структурированными, предполагают адекватное включение исследовательской компоненты в учебный процесс, ориентированный на целевые универсальные и профессионально специализированные компетенции, результирующие конкретную образовательную программу не столько оценками в зачетной книжке, сколько публичной апробацией результатов НИРС на конференциях, публикацией научных статей и созданием интеллектуальной собственности в виде патентов, штаммов или программ. Очевидно, что на факультете учебный процесс должен формировать у студентов и аспирантов установку на творческую деятельность, а не сводиться к более или менее умелой передаче свода профессиональных знаний. Выполнение данной задачи может быть обеспечено только особым построением учебных курсов, в которые непременно следует включать компоненты обучения, творчества и обобщения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимиров А.И. О научной деятельности вуза. Москва, Недра, 2011.

2. Купряшин Г.Л. Методы развития исследовательской компоненты в учебном процессе / 5-я международная летняя школа «Организация научно-исследовательской и экспертно-консалтинговой проектной деятельности управленческих факультетов (вузов)». – М.: Издательство Московского университета, 2012.

УДК 004.056

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТАМИ В СФЕРЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Наталья Александровна Семыкина
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Semykina.NA@tversu.ru

Ключевые слова: *управление проектами, информационная безопасность, теория принятия решений.*

Аннотация. В статье обоснована целесообразность использования методов проектного управления в области информационной безопасности. Приведено соотношение стадий жизненного цикла проекта с комплексом принятия решений. Приведена классификация основных математических методов исследования в контексте проектного управления.

Подготовка специалистов в области информационной безопасности (ИБ) является важным фактором в развитие кадрового потенциала для обеспечения информационной безопасности страны. Это отмечено в стратегических целях и основных направлениях доктрины информационной безопасности Российской Федерации [1]. Учебно-методической компонентой системы подготовки кадров являются федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования по специальностям, входящих в группу специальностей «Информационная безопасность». В настоящее время ведется работа по их актуализации с учетом профстандартов.

Согласно проекту федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность у выпускника должны быть сформированы установленные программой компетенции. Одна из универсальных компетенций (УК-2) – способность управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла [2]. Это особенно актуально для специалистов по компьютерной безопасности, так как любой вид деятельности, связанный с защитой информации сам по себе является проектом. В этом случае под проектом понимаем комплекс взаимосвязанных мероприятий, направленный на создание уникального продукта или услуги в условиях временных и ресурсных ограничений [3].

Например, разработка системы сбора и обработки информации, внедрение систем контроля и управления доступом, внедрение средств защиты информации – все они являются однократной, неповторяющейся деятельностью при наличии ограничений времени и ресурсов.

В настоящее время существует множество различных методологий управления проектами в области информационной безопасности. Большинство технологий опирается на международный стандарт по управлению проектами ISO 21500:2012, который был утвержден единогласно Россией, США и Евросоюзом [4]. Данное руководство предусматривает пять групп процессов управления: процесс инициации, процесс планирования, процесс исполнения, процесс контроля, процесс завершения. Процессы не зависят от области применения или конкретной отрасли.

В каждой группе процессов жизненного цикла проекта требуется принятие комплекса решений. Поэтому каждая стадия является отдельной областью принятия решений в управлении проектами.

На стадии инициирования проекта необходимо принятие следующих решений: анализ угроз безопасности и информационных ресурсов; определение актуальности защиты и цели проекта; определение требований к конечному результату проекта с точки зрения его пользователей; определение технической осуществимости проекта; выбор необходимых ресурсов проекта [5].

Процесс планирования проекта включает следующие решения: постановку конечных задач в рамках проекта; количественную и качественную оценку рисков; определение структуры работ и оценку длительности работ; создание проектной команды; оценку ресурсов; разработку бюджета и оценку затрат.

На стадии исполнения и контроля проекта необходимо принятие следующих решений: обеспечение достижения результатов проекта; выбор форм контроля над процессом исполнением работ и расходованием ресурсов; управление расписанием проекта; управление рисками; определение способов и форм распространения информации.

Процесс завершения проекта содержит следующие решения: проведение акта приёмки-передачи результатов проекта; анализ и оценка эффективности проекта; выбор вариантов использования оставшихся ресурсов, демонтаж и дальнейшее использование оборудования и установок; закрытие договоров, расчёт со всеми участниками.

Выбор неправильного решения на любом этапе жизненного цикла проекта по информационной безопасности может привести к критическому ущербу для организации. При этом возникает еще одна сложность – учет многочисленных дополнительных требований, определенных законодательством РФ. Поэтому очень важно после определения задачи разработать несколько альтернатив решения, так как реализация одной из альтернатив может встретиться с неожиданными препятствиями.

Для того чтобы сделать выбор лучший альтернативы из некоторого набора необходимо четко определить цель и критерии, по которым будет проводиться оценка некоторого набора альтернативных вариантов. Например, общие критерии для оценки альтернатив могут быть следующими: быстрота реализации, стоимость, надёжность, финансовые риски, репутационные риски и т. д. В каждой ситуации критерии могут иметь разный приоритет в оценке и выборе альтернатив решения.

Для решения этой задачи удобнее всего применить математическое моделирование. Любая математическая модель задачи принятия решения представляет собой формальное описание цели, средств и результатов, а также способа связи средств с результатами [6].

На сегодняшний момент существует большое многообразие математических методов и моделей описания и нахождения оптимальных альтернатив решения в управлении проектами [7-8]. Рассмотрим основные методы.

Методы линейного программирования позволяют учесть множество ограничений на проект и взаимовлияние нескольких проектов.

Методы нелинейного программирования дают дополнительную возможность учета нелинейной связи средств и результатов, а так же критерий оценок. Эти методы позволяют более точно обработать результаты метода экспертных оценок.

Методы динамического программирования ко всем возможностям предыдущих методов добавляют способность учитывать информацию по результатам предыдущих действий.

Методы нечетких множеств позволяют использовать в моделях качественную информацию и работать с интервальными значениями.

Имитационное моделирование дает возможность сочетать сразу несколько методов. Позволяет сделать прогноз для большого числа возможных событий. Влияющие на принятие решения факторы, которые невозможно количественно четко определить, можно рассматривать как независимые друг от друга.

Методы теории игр применяются при выборе оптимальных решений в условиях неопределенности или в условиях риска. Так же теоретико-игровой анализ используется при принятии решений в конфликтных ситуациях, в которых участвуют более двух разумных противников.

Генетические алгоритмы позволяют работать с большим объемом данных, осуществлять перебор всех возможных вариантов развития событий с учетом всех возможных факторов влияния.

Не смотря на большое разнообразие существующих моделей и методов принятия решений в управлении проектами, их применение на практике в классическом виде затруднительно. Это связано с множеством ограничений в технической и организационной сферах. Например, сложность получения точных и объективных данных; проблемы коммуникациями между работниками и аналитиками; недостаточное количество ресурсов и т. д. Поэтому при использовании для конкретных организаций математических моделей требуется их модификация и уточнение в каждой ситуации отдельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доктрина информационной безопасности Российской Федерации, Москва, 2016 г., (утверждена Президентом Российской Федерации В. Путиным 5.12.2016 г., № 646. URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_208191/4dbff9722e14f63a309bce4c2ad3d12cc2e85f10/) (Дата обращения 27.02.2019)

2. Проекты ФГОС ВО (3++) по направлениям специалитета URL: http://fgosvo.ru/fgosvo/143/141/17/60 (Дата обращения 27.02.2019)

3. Международный стандарт ИСО 21500:2012 "Руководство по проектному менеджменту" (ISO 21500:2012 "Guidance on project management") URL: http://www.businesstuning.ru/pm/313-mezhdunarodnyy-standart-po-upravleniyu-proektami-iso-215002012.html (Дата обращения 27.02.2019)

4. ГОСТ Р ИСО 21500-2014. Национальный стандарт российской федерации. Руководство по проектному менеджменту. – Введ. 01.03.2015. URL: http://standard.gost.ru/wps/portal/!ut/p/c5/QS9ZQnZ3LzZfOExGRFU1OTMwOEhFOTBJS0FPMUhKUjNTNDc!/ (Дата обращения 27.02.2019)

5. Технология рационального принятия решения в проектном управлении. URL: https://poisk-ru.ru/s37202t8.html (Дата обращения 25.02.2019)

6. Тихонов Э.Е. Компьютерная поддержка принятия решений: учебное пособие. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2015. – 142с.

7. Баркалов С.А. Теория систем и системный анализ: учебное пособие. – Воронеж: «Научная книга», 2009. –626 с.

8. Матвеев А.А., Новиков Д.А., Цветков А.В. Модели и методы управления портфелями проектов, М.: ПМСОФТ, 2005.-206 с.

УДК 514.82

НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И СРАВНЕНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Евгений Сергеевич Синяков
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: sinyakov.evgeniy@yandex.ru

Герман Сергеевич Шаров
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Sharov.GS@tversu.ru

Ключевые слова: *космологическая модель, параметр Хаббла.*

Аннотация. Рассмотрены две стандартные космологические модели ΛCDM и wCDM. С их помощью проведено описание наблюдательных данных по параметру Хаббла $H(z)$, найдены оптимальные значения параметров моделей. Критерий оптимальности – наилучшее соответствие набору наблюдательных данных $H(z)$.

Возникновение современной космологии – науки об устройстве и эволюции Вселенной как целого – связано с созданием в 1916 и развитием в XX веке общей теории относительности (ОТО) А. Эйнштейна. В теории Эйнштейна тяготение есть результат искривленности пространства-времени, а гравитационное поле – метрический тензор, компоненты которого $g_{\mu\nu}$ должны удовлетворять уравнениям Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \gamma T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}.$$

Эти уравнения описывают гравитационное поле в общей теории относительности. Они связывают метрику искривлённого пространства-времени (метрический тензор $g_{\mu\nu}$ и определяемый им тензор Риччи $R_{\mu\nu}$ со свойствами заполняющей его материи ($T_{\mu\nu}$ – тензор энергии импульса). Дополнительный «космологический член» с константой Λ Эйнштейн ввёл в работе 1917 года «Космологические соображения к общей теории относительности» для обеспечения стационарности Вселенной.

Первым основным теоретическим развитием ОТО после работ Эйнштейна, стала работа учёного Александра Фридмана (1922 г.), в которой он описывает однородную изотропную Вселенную с веществом, обладающую положительной, нулевой или отрицательной постоянной кривизной. Пусть k – знак кривизны, тогда:

1. $M_1^{1,3}$=R x S_a^3, k = 1 – замкнутая модель,
2. $M_0^{1,3}$=R x R^3, k = 0 – плоская модель,
3. $M_{-1}^{1,3}$=R x P_a^3, k = –1 – открытая модель,

где S_a^3, P_a^3 – трехмерные сфера и псевдосфера, $a = a(t)$ – масштабный фактор.

Все три модели Фридмана (при k = 1, 0, – 1) при Λ = 0 описывают нестационарную (расширяющуюся) Вселенную. Это предсказание было подтверждено в 1920 году Э. Хабблом, он обнаружил и описал разбегание галактик, связанную с расширение Вселенной.

В 1998–1999 годах исследование характеристик сверхновых показало, что расширение Вселенной происходит с ускорением [1, 2]. Это явление не описывается классическими моделями Фридмана, для его объяснения были привлечены различные космологические модели, в частности, модели ΛCDM и wCDM [1, 2].

В этих моделях для однородной изотропной Вселенной уравнения Эйнштейна приводятся к виду

$$3\,\frac{\acute{a}^2+k}{a^2} = \gamma\rho + \Lambda, \tag{1}$$

$$\acute{\rho} + \frac{3(\rho+p)\acute{a}}{a} = 0, \tag{2}$$

где $\acute{a} = \frac{da}{dt}$, γ– эйнштейновская гравитационная постоянная, $a = a(t)$ – масштабный фактор, t – время, c – скорость света, $\tau = ct$, ρ – средняя плотность материи, которая в случае пылевидной материи ($p = 0$), зависит от масштабного фактора a следующим образом: $\rho = \rho_0/a^3$.

Предсказания моделей мы сравниваем с наблюдениями параметра Хаббла $H = \frac{da}{dt}/a$, который показывает отношение скорости расширения Вселенной к ее текущим «размерам» a. Значение параметра Хаббла $H(t_0) = H_0$ в настоящий момент времени есть постоянная величина, именуемая постоянной Хаббла.

Мы используем величину $H(z)$, а не $H(t)$, в которой z – красное смещение:

$$z = \frac{a_0}{a} - 1,$$

где a_0 – масштабный фактор в настоящее время, ниже полагаем $a_0 = 1$.

Модель ΛCDM

В модели ΛCDM [1, 2] Λ-член трактуется как темная энергия; зависимость параметра Хаббла от z выводится из уравнения (1) и имеет следующий вид:

$$H(z) = H_0\sqrt{\Omega_m^0(1+z)^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_k(1+z)^2}. \tag{3}$$

где $\Omega_m^0 = \gamma\,\rho_0/(3H_0)$ – доля барионной и темной материи в современном балансе плотности, $\Omega_\Lambda = \Lambda/(3H_0)$ – доля плотности темной энергии, $\Omega_k = -k/H_0$ – вклад кривизны пространства-времени.

Если здесь подставить z = 0 (t = t_0 наше время), то уравнение (3) станет равенством

$$\Omega_m^0 + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1.$$

Модель имеет три независимых параметра: H_0 и любые две из трехΩ (ниже мы используем Ω_m^0 и Ω_k в качестве независимых параметров).

Модель wCDM

В модели wCDM [1, 2] при Λ = 0 давление p связано с плотностью энергии ρ соотношением $p = w\rho$, w = const. Интегрируя уравнение (2) $\rho = \rho_0 a^{-3(1+w)}$, приводим уравнение (1) к виду

$$H(z) = H_0\sqrt{\Omega_m^0(1+z)^3 + \Omega_x^0(1+z)^{3(1+w)} + \Omega_k(1+z)^2}, \tag{4}$$

где Ω_x^0 имеет тот же смысл, что и Ω_Λ. Если положить z = 0, то уравнение (4) станет равенством

$$\Omega_m^0 + \Omega_x^0 + \Omega_k = 1.$$

Модель имеет четыре независимых параметра: H_0, w и любые две из трех Ω (используем Ω_m^0 и Ω_k).

При w = –1, модель wCDM переходит в модель ΛCDM.

Анализ данных

Предметом данной работы является нахождение значения указанных выше параметров моделей, оптимальных с учетом наилучшего соответствия набору наблюдательных данных $H(z)$. Оптимальным будем считать набор параметров, при котором достигает минимума функция:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N_h} \left(\frac{H(\Omega_m, H_0, \Omega_k) - H^{obs}(z_k)}{\sigma_k} \right)^2$$

для модели ΛCDM и

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N_h} \left(\frac{H(\Omega_m^0, H_0, w, \Omega_k) - H^{obs}(z_k)}{\sigma_k} \right)^2$$

для модели wCDM, где N_h – число наблюдений.

Функция χ^2 показывает соответствие теоретической модели набору из N_h= 57 значений параметра Хаббла $H(z)$при различных красных смещениях z.

В данной работе поиск оптимальных значений параметров и нахождение минимума функции были выполнены численно. Для решения поставленной задачи с помощью математического пакета Matlab были построены линии уровня минимальных значений функции $\chi^2(\Omega_m^0, \Omega_k) = \min_{\text{ост}} \chi^2$ на плоскости двух параметров (Ω_m^0, Ω_k) (общих для двух моделей) (рис. 1). Здесь $\min_{\text{ост}} \chi^2$ означает минимум по остальным независимым параметрам – H_0 для модели ΛCDM и w, H_0для модели wCDM. Также, для экономии машинного времени при построении рисунка, были использованы сплайны, в частности сплайн Эрмита [3].

На рис. 1, также на последующих рисунках, сплошные линии соответствуют модели wCDM, а штриховые линии модели ΛCDM.

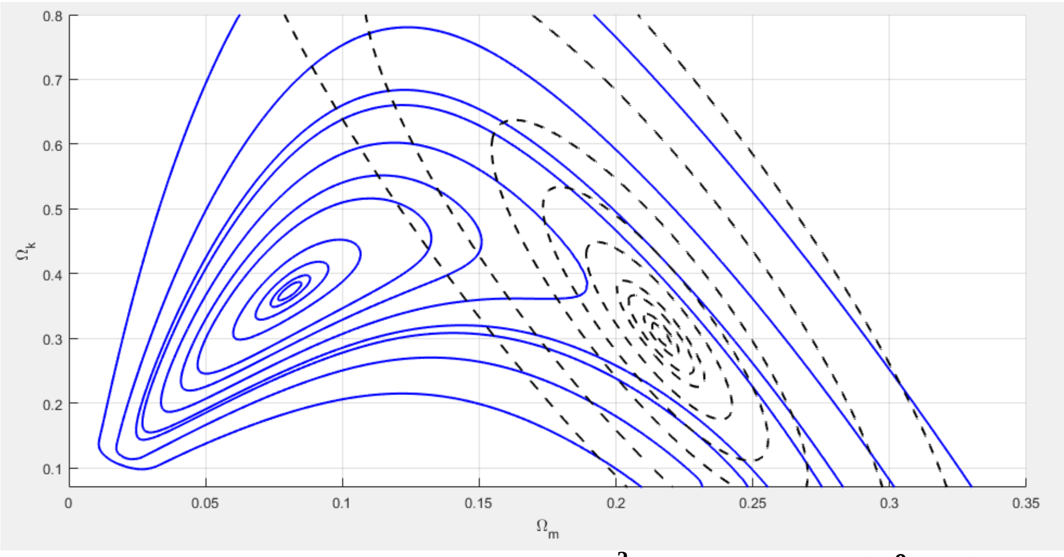


Рис. 1. Линии уровня функции min χ^2 на плоскости $(\boldsymbol{\Omega_m^0}, \boldsymbol{\Omega_k})$

Получив результаты расчетов $\chi^2(\Omega_m^0, \Omega_k)$ мы можем вычислить одномерные распределения χ^2, минимизируя по другим параметрам:

$$\chi^2(\Omega_m^0) = \min_{\Omega_k} \chi^2(\Omega_m^0, \Omega_k), \chi^2(\Omega_m^0) = \min_{\Omega_m^0} \chi^2(\Omega_m^0, \Omega_k).$$

На рис. 2 и 3 представлены графики зависимости минимального значения χ^2 по двум параметрам Ω_k и Ω_m^0.

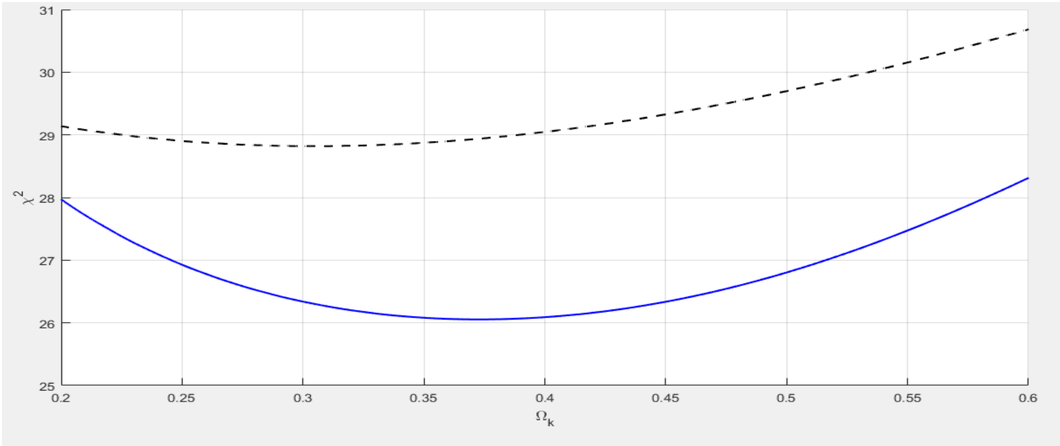


Рис. 2. Зависимость функции min χ^2 от Ω_k

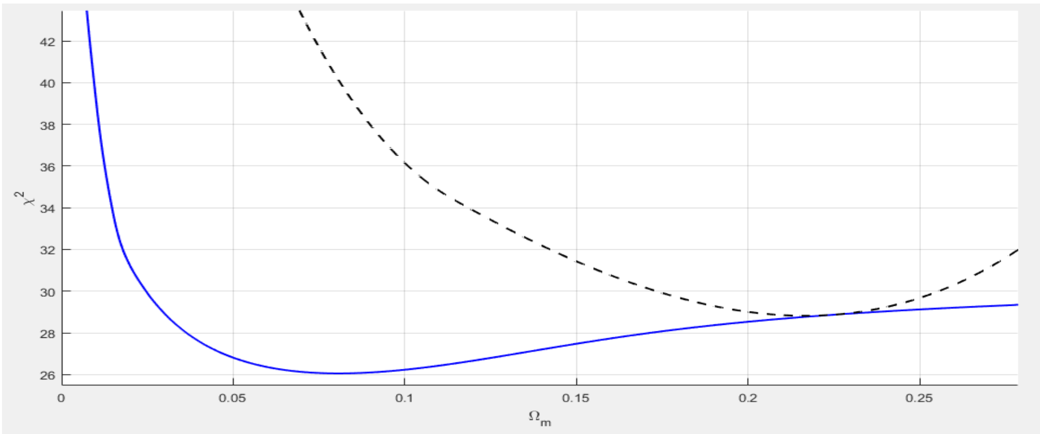


Рис. 3. Зависимость функции min χ^2 от Ω_m^0

Как видно из данных рисунков, модель wCDM позволяет достичь заметно меньшего значения min χ^2, чем ΛCDM. Оптимальные значения параметров и области их допустимых значений, определенные с помощью одномерных распределений χ^2, представлены в таблице 1:

Модель	min χ^2	Ω_k	Ω_m
ΛCDM	28.82	$0.31_{+0,21}^{-0,17}$	$0,215_{+0,039}^{-0,039}$
wCDM	26.05	$0.37_{+0,12}^{-0,13}$	$0.081_{+0,056}^{-0,035}$

Табл. 1. Оптимальные значения параметров для моделей ΛCDM и wCDM

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаров Г.С., Воронцова Е.Г. Космологические модели с интегрируемыми уравнениями состояния // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2018. № 2. С. 5–26.

2. Sharov G.S. et al. A new interacting two fluid model and its consequences // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2017. Vol. 466, № 3 Pp. 3497–3506. arXiv:1701.00780.

3. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование. Учебное пособие. – М.: Курс: Инфра-М, 2016.

УДК 517.518.153

ПОДГОТОВКА К ПРОФИЛЬНОМУ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ: ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Валерий Юрьевич Суетин
ГБОУ ВО РГУ им. А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство), Москва
E-mail: vsuetin@yandex.ru

Ключевые слова: *геометрический смысл производной, ЕГЭ по математике.*

Аннотация. Приводится авторская методика подготовки выпускников школ к выполнению 7-го задания профильного ЕГЭ по математике. В работе существенно используется Открытый банк заданий ЕГЭ по математике, опубликованный на сайте mathege.ru ®

Введенный в начале 21-го века экзамен по математике за курс средней школы в форме ЕГЭ к настоящему времени развился в полноценный инструмент оценки уровня знаний выпускников, проверяющий и элементарные навыки, и умение применять комбинированные приемы получения результата, и способность доказывать, анализировать. Профильный уровень экзамена по математике содержит 12 заданий тестовой части, где нужно дать лишь ответ, и 7 заданий, к которым надо привести развернутое решение. Действующая в Тверской области Тверская региональная общественная организация «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области» активно способствует повышению уровня подготовки выпускников, публикуя интересные методические рекомендации [1]. Уже многие годы все задания тестовой части ЕГЭ по математике официально открыты на регулярно пополняемом сайте проекта «Открытый банк ЕГЭ по математике» mathege.ru. В 2018 году на сайте сделана новая главная страница, появились удобные меню на базовом и профильном уровне. Заработала система онлайн-подготовки к ЕГЭ базового уровня, где есть удобная регистрация через соцсети ВК и FB. У учителей и тьюторов имеется теперь возможность отрабатывать с учениками все возможные типы экзаменационных задач. Седьмое задание профильного ЕГЭ по математике посвящено геометрическому и механическому смыслу производной и, с моей точки зрения, является лучшим блоком среди всех тестовых заданий: задания этого блока проверяют не только то, насколько хорошо ученик понимает геометрический и физический смысл производной, умеет анализировать графики, понимает терминологию, но и внимательность и способность переключаться с прямой задачи на обратную. К сожалению, со многими этими навыками у школьников имеются проблемы, поэтому нужны некие легко запоминаемые правила, которые можно отработать до автоматизма либо на школьных уроках, либо в системе дополнительного образования. Этим правилам и посвящена настоящая работа.

Задания №7 профильного ЕГЭ по математике в большинстве своём содержат рисунки, причём если на рисунке изображён график производной, то вопрос задачи будет о свойстве самой функции, а если представлен график функции, то вопрос будет о производной. Это очень интересный приём авторов ЕГЭ, требующий действительно глубокого понимания задачи и умения переформулировать вопрос задачи в терминах одного понятия – либо функции, либо её производной.

Для своих учеников я рекомендую при подготовке к экзамену и выполнении на экзамене задания №7 строго придерживаться следующих вопросов:

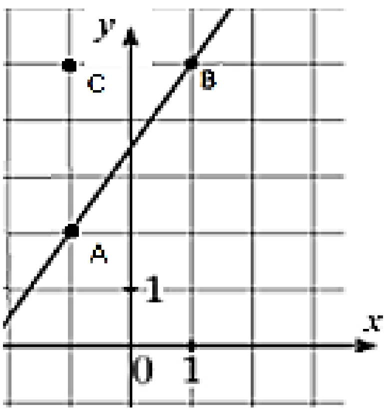
1. **Что за график дан – функции или производной функции?** При этом если дан график производной функции, говорите себе: «Горбы не играют» (т.е. не обращайте внимания на точки графика, в которых есть «горбы» или «ямы» – это ловушки!).
2. **Что ищем?** Если в задании спрашивают о целых точках – это точки на оси абсцисс, лежащие на вертикальных линиях клетчатого фона, при этом значения функции (точки графика по вертикальной оси) могут быть не целыми. Есть задания, в которых надо найти количество экстремумов, а есть те, в которых ищем их сумму или сам экстремум.
3. **На каком промежутке?** Есть несколько заданий, в которых надо найти не количество всех точек, обладающих нужным свойством, а лишь тех, которые входят в промежуток, указанный в задании. Во всех заданиях №7 с графиками концевые точки всегда выколотые, их в расчёт не берём.

Эти вопросы легко запоминаются, и я заставляю учеников проговаривать их при решении примеров.

В большинстве примеров открытого банка ЕГЭ, посвященного производным (задание №7) график функции или производной функции нарисован на клетчатом фоне с указанием стандартной декартовой системы координат (когда ось аргумента направлена вправо, ось значений функции вверх). Для работы с графиками любых функций надо запомнить правило «**налево не ходи!**». Все движения при работе с графиками должны идти вправо (т.е. по оси аргумента). При этом «рабочими точками» будут для нас те вершины квадратиков клеток, через которые проходит прямая или кривая.

Я начинаю подготовку к седьмому заданию с простейших задач на определение углового коэффициента прямой по приведенному графику прямой.

Пример 1. *Найдём угловой коэффициент прямой, график которой задан на рисунке.*

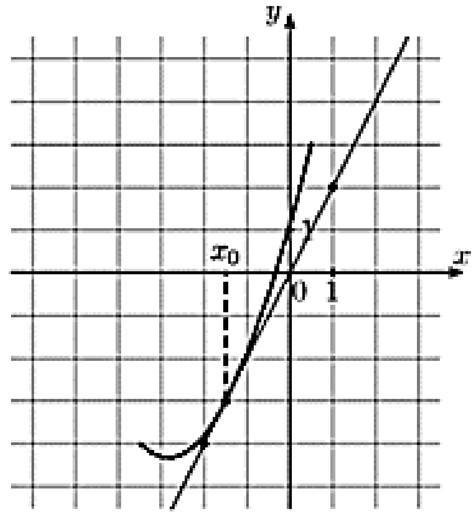


Заметим, что прямая проходит через вершины клеток – точки A(–1;2) и B(1;5). Наметим путь из A в B так, чтобы сначала пройти по вертикали, а затем по горизонтали вправо. Такой путь от точки A к точке B идёт через точку C. От точки A до точки C по вертикали +3 клетки (плюс, потому что двигаемся вверх, т.е. по направлению оси *y*), от точки C до точки B идём вправо на 2 единицы. Угловой коэффициент прямой $k = 3/2$. Стандартный школьный путь нахождения углового коэффициента через тангенс угла наклона прямой, конечно, верен, но излишне тяжёл, и предлагаемый алгоритм несколько упрощает получение результата.

__Замечание__: хотя ответы в тестовой части ЕГЭ записываются десятичными дробями, в решении задач гораздо удобнее использовать обыкновенные дроби, это касается всех заданий ЕГЭ, и не только в тестовой части.

Работая с седьмым заданием ЕГЭ, я прошу учеников показать наклоном руки графики функций $y = 2x,\ y = \frac{1}{2}x,\ \ y = -\frac{1}{2}x,\ \ y = -3x$. После отработки этого простого навыка сразу перехожу на примеры 27503–27506 Открытого банка (mathege.ru ®):

27503. *На рисунке изображены график функции $f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.*



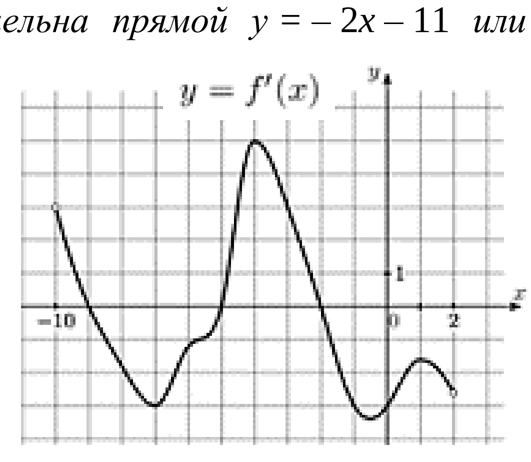
При решении важно показать ученику, что нам не нужен ни график функции, ни сама точка x_0, достаточно определить угловой коэффициент касательной. Для этого найдем на рисунке вершины квадратиков клетчатого фона, через которые проходит касательная, и, пользуясь правилом нахождения угловых коэффициентов, получим ответ.

Возьмём точки A(– 2; – 4), B(1; 2), C(– 2; 2). Пройдём от точки A к точке C (+6 клеток) и от точки C к точке B (3 клетки). Угловой коэффициент прямой, т.е. и значение производной функции $f(x)$ в точке касания, равны 6/3=2.

Ответами тестовой части ЕГЭ могут быть лишь целые числа или конечные десятичные дроби, т.е. обыкновенные дроби со знаменателями, содержащими только степени чисел 2 или 5. Если в несократимой дроби знаменатель содержит другие целые простые числа или их степени, это число не может быть ответом в тестовой части ЕГЭ (если в условии задачи нет указания об округлении полученного решения). Руководствуясь этой идеей, ученик, найдя одну «хорошую» точку (на графике и в вершине клетки), ищет вторую точку со сдвигом по горизонтали на 2, 4 или 5 клеток.

Одной из самых интересных задач седьмого задания является задача

27501. *На рисунке изображён график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале* (–10;2). *Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней.*

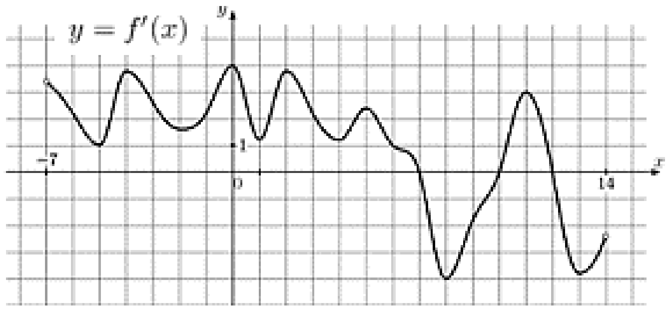


Решение. Прямые параллельны, если равны их угловые коэффициенты, а угловым коэффициентом касательной является значение производной функции в точке касания. Значит, задача может быть переформулирована в более понятном виде: в скольких точках производная равна – 2? Проведём горизонтальную прямую $y = -2$ на нашем графике, она пересекает график производной в пяти точках. **Ответ:** 5.

Здесь очень важно объяснить учащемуся, что **не надо строить касательную к производной**. Кроме того, в этом примере очень важно перевести задачу с двух терминов «производная» и «касательная к графику функции» на один термин «производная».

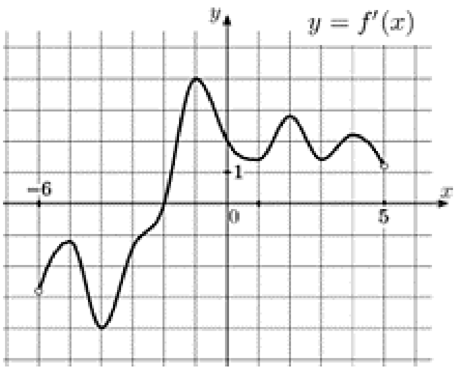
При решении следующей задачи работают все три стандартных вопроса.

27494. *На рисунке изображён график* $y=f'(x)$ *– производной функции f(x), определённой на интервале* (–7;14). *Найдите количество точек максимума функции f(x), принадлежащих отрезку* [– 6; 9].



*Решение***.** Задан график производной, т.е. «горбы не играют!», на точки – 4, 0, 2, 5, 11 внимание не обращаем! У данной функции три экстремума (точки, где график производной пересекает ось x со сменой знака): 7,10 и 12. При этом 10 и 12 не входят в отрезок [– 6;9]. Остаётся x = 7 единственный максимум на отрезке [– 6;9] (в этой точке производная меняет знак с плюса на минус). Нас спрашивали именно о количестве максимумов, а не о том, чему равен максимум. **Ответ:** 1.

Ещё одной интересной и нелёгкой задачей задания №7 ЕГЭ является задача



7552. На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале (–6;5). В какой точке отрезка [–2; 2] функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

Решение. Психологически ожидаемым ответом является $x = -1$: при таком x имеем самую высокую точку графика на рисунке. Но задан график производной функции, а не график самой функции, т.е. «горбы не играют». На указанном отрезке график производной находится выше оси x, т.е. производная положительна, а сама функция возрастает на [– 2; 2]. Попросите ученика изобразить рукой график возрастающей функции, и он сам увидит, что наибольшее значение функции достигается в самой правой точке промежутка, т.е. в точке 2.

В работе [2] решены с объяснениями все прототипы седьмого задания ЕГЭ по математике сайта mathege.ru, приведены примеры для самостоятельного решения с ответами. Надеюсь, что мои замечания окажутся полезными учителям и тьюторам при работе по подготовке учеников к сдаче профильного ЕГЭ по математике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев А.А., Баранова О.Е. О подготовке школьников к ОГЭ и ЕГЭ: обсуждение и решение задач повышенного уровня сложности. В сборнике: Преподавание математики в школах Тверского региона. Сборник материалов в помощь учителю. Под ред. Голубева А.А., Барановой О.Е. – Тверь, 2016. – С. 208–231.

2. Суетин В.Ю. Геометрический и механический смысл производной. Задачник. Учебное пособие. – РГУ им. А.Н. Косыгина, Москва, 2019. – 30 с.

УДК 001.8:547

МЕТОДИКА НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Светлана Анатольевна Темникова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: sato.mail@mail.ru

Наталья Владимировна Веролайнен
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: nataliverolainen@mail.ru

Ключевые слова: *методология, этапы научно-исследовательских работ, постановка исследовательских задач.*

Аннотация. В работе описаны методологические основы научного познания, изучение структуры и основных этапов научно-исследовательских работ, вопросы моделирования и выбор направления научного исследования.

В современных условиях быстрого развития технологий, стремительного обновления знаний, увеличения объёма научной и научно-технической информации, усиления значимости информационных технологий существует потребность в высококвалифицированных специалистах, имеющих хорошую общенаучную и профессиональную подготовку, которые способны к самостоятельной научной творческой работе. Эти специалисты должны не только хорошо ориентироваться в новых методах научных разработок и исследований, но также уметь внедрять их результаты в производственный процесс. Целью освоения дисциплины является развитие системного и критического мышления, формирование способностей к осуществлению поиска, критического анализа и синтеза информации.

Дисциплина включает в себя: философские аспекты, методологические основы научного познания, изучение структуры и основных этапов научно-исследовательских работ. Данный курс изучает методы исследования, вопросы моделирования в научных исследованиях и помогает правильно выбрать направление научного исследования. При изучении курса студенты должны научиться производить поиск, накопление и обработку научной информации, а также проводить, обрабатывать и оформлять результаты экспериментальных исследований, формировать способность проектирования, организации, реализации и оценки результатов научного исследования в области химии с использованием современных методов науки, а также информационных и инновационных технологий.

К моменту завершения обучения по данной дисциплине студенты должны осуществлять системный подход для решения поставленных задач, использовать индивидуальные креативные способности для самостоятельного решения исследовательских задач.

Оценка уровня знаний, приобретения навыков и сформированности компетенций осуществляется в виде выполнения обучающимися индивидуальных заданий, контрольных работ, выполнения групповых проектов.

УДК 378.1, 373.1

ONLINE-КУРСЫ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ

Светлана Сергеевна Тимонова
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород
E-mail: svetlana.timonova2014@yandex.ru

Ключевые слова: *онлайн-обучение, образование, инновации, онлайн-курсы, информатизация, интерактивные технологии.*

Аннотация. В статье раскрывается роль онлайн-курсов в современных условиях информатизации общества, показаны достоинства и недостатки для организаторов курса и обучающихся. Выявлена роль онлайн-обучения как одной из форм основного и дополнительного образования.

Система образования в настоящее время подвергается большим изменениям. Интерактивные технологии все больше внедряются в образовательный процесс не только в ВУЗах, но и в школах.

Одной из наиболее оптимальных форм обучения становится онлайн-обучение. Эта форма позволяет создавать систему непрерывного образования, усовершенствования знаний, самообучения, обмена знаниями и контроля прохождения курса.

Говоря об онлайн-курсах можно дать такое определение – интернет ресурс с интерактивным участием и открытым доступом, позволяющий любому желающему записаться на этот курс и, по итогу прохождения его, сдать экзамен в режиме онлайн.

В онлайн-курсах используются кейс-технологии, телекоммуникационные технологии и Интернет-технологии.

Кейс-технологии относят к интерактивным методам обучения. Это ряд заранее определенных учебных ситуаций, которые специально разрабатываются на базе учебного материала для дальнейшего их разбора в рамках занятий по теме.

Телекоммуникационные технологии в образовании – это совокупность приемов, методов, способов и средств обработки, информационного обмена, транспортировки, транслирования информации, представленной в любом виде.

Интернет-технологии в учебном процессе – это и самое совершенное мощное инструментальное средство, и всеобъемлющая информационная среда и, наконец, принципиально новая организационно-методическая инфраструктура информационного обмена.

Рассмотрим плюсы такого обучения со стороны организатора:

– проведение обучения из любой точки;

– легкость отслеживания успехов учеников;

– мобильность обучения: никто не опаздывает на лекции.

Плюсы для ученика:

– онлайн-курс позволяет выбрать удобное время, место и темп обучения;

– поддержание связи с преподавателем с помощью почты, чата, форума, аудио-/видеосвязи;

– отсутствие необходимости быть студентом ВУЗа;

– обучение в неформальных условиях;

– психологическая защищенность от воздействия негативных факторов.

Но в любой системе можно найти минусы. Выявим трудности при изучении онлайн-курсов:

– недостаточная саморегуляция обучения;

– потеря ориентации;

– отсутствие компьютерной грамотности;

– трудности оценивания уровня усвоения материала слушателями, которые предполагают документально подтвердить свое обучение для предъявления документа в другие учебные заведения или работодателю;

– чтобы разобраться с материалами и заданиями во время электронного обучения ученику потребуется больше времени [1].

В 1946 году работали «Школы по переписке» в Австралии из-за закрытия маленьких сельских школ в ходе Первой мировой войны. В них учились дети, живущие более, чем в 3-х милях от школы. Учителя этих школ базировались в Сиднее и отправляли ученикам задания по почте. Такие школы являлись прототипом современного дистанционного обучения.

В настоящее время каждый учитель может создавать свои курсы на платформах онлайн-обучения. Среди них Coursera, Udemy и многие другие. На этих платформах можно создавать курсы и записываться на них бесплатно. Курсы, которые предполагают выдачу дипломов, сертификатов, либо курсы, для получения высшего образования в университетах, обычно платные.

Для успешной организации онлайн-школы можно определить несколько правил:

- Поощрение общения между студентами и преподавателями: студенты должны знать точно, как и в какое время они могут связаться с преподавателями, чтобы они могли задавать волнующие их вопросы.
- Развитие сотрудничества между студентами: давно известно, что обучение лучше проходит в группе, а онлайн-курс не должен быть замкнутым между учеником и преподавателем, если того не желает сам ученик. Обмен идеями и дискуссии между студентами так же важны, как и общение типа ученик-преподаватель.
- Поощрение активного обучения: ученики не должны быть пассивными приемниками знаний. Цель студента – активная добыча знаний, вдумчивое отношение к получаемому материалу.
- Обеспечение быстрой обратной связи: студенты должны быстро получать ответ о проделанной ими работе. Если задание слишком большое, чтобы проверить его в кратчайшие сроки, предупредите об этом студентов, чтобы они не ждали лишнее время.
- Посильные к выполнению задания: обучение требует много времени, что понимают и студенты, и преподаватели, но, если это онлайн-курс – это не значит, что времени потребуется меньше. Преподаватели должны рассчитывать задания и время их выполнения реалистично, не идеализируя ученика. Учет физических возможностей ученика так же необходим, как и интеллектуальных.
- Конкретизация требований: до студента необходимо детально доносить свои требования. Тогда ему будет проще ориентироваться в своей успеваемости и соответствовать ожиданиям преподавателя.

- Гибкость: не бойтесь в своем курсе использовать не только текст, но и различные мультимедийные средства.

Как организовать онлайн-курс, мы разобрали. Теперь выявим правила, которые помогут добиться успеха вашего курса.

- «Бизнес наоборот»

Начать можно всегда с создания бесплатных курсов, уделить большое внимание качеству контента.

- Принцип конструктора

Готовые технологии и формулы можно и нужно использовать при создании и продвижении онлайн-школы.

- Автоворонки

Важно научиться правильно применять автовебинары – самый эффективный инструмент.

Автовебинар – технология проведения вебинара без участия человека. Формально вебинар выдается за «живое» общение, хотя является уже записанным.

Важно помнить, что курс должен быть полезен в работе. При создании онлайн-курсов важно четко осознавать в чем будет заключаться смыл курса и его полезность для студентов. В ходе курса необходимо показывать наглядно как будут применяться полученные знания на практике.

В России растет доверие к онлайн-курсам и дистанционному обучению. Появляется много качественных проектов. Онлайн-обучение прочно занимает свою нишу в образовании. Многие крупные компании применяют онлайн-обучение для повышения квалификации своих сотрудников.

Людей привлекает простота, доступность, финансовая сторона обучения по сравнению с традиционным образованием. Так же, онлайн-обучение помогает восполнить пробелы знаний школьной программы без ущерба для текущего процесса образования.

С популяризацией online-обучения никуда не исчезают проблемы e-learning. К сожалению, статистика показывает, что всего лишь 15% студентов заканчивают обучение на онлайн-курсах.

Внедряя online-курсы в школьное обучение, можно повысить качество образования. Любой педагог может создавать курсы в зависимости от потребностей школы, класса или отдельных групп учеников, которые хотят узнать больше, чем предполагает школьная программа. Для этого нужно лишь научиться пользоваться сайтом онлайн-обучения.

Такие курсы могут содержать письменные лекции, практические занятия, аудио-/видеолекции, задания по темам, тренировочные работы, зачетные задания, контрольные точки, комментарии к выполнению работ.

Многие люди нуждаются в онлайн-обучении, и современная система образования дает такую возможность. Для современного учителя online-курсы могут быть как методом самосовершенствования и саморазвития, так и дополнительным средством заработка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Махаметова, М. М. Плюсы и минусы онлайн-обучения / М. М. Махаметова // Современная педагогика. — 2017. — № 5(54). — С. 1–2.

УДК 519.172.1

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ТЕСТОВ ДЛЯ ЗАДАЧ НА ДЕРЕВЬЯ В ОЛИМПИАДНОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

Иван Сергеевич Филимонов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: mr.filimonov-iwan@mail.ru

Ключевые слова: *теория графов, деревья, полные деревья, простая цепь, олимпиадное программирование, автоматизированное тестирование, разбиение графов*

Аннотация. Данная статья посвящена автоматической генерации тестов для различных типов олимпиадных задач на определённом виде графов – на деревьях. Во время соревнования практически всегда отсутствует возможность использовать широко доступные генераторы графов, к тому же, задачи часто предполагают значительную модификацию структур данных, в силу чего нужны несложные методы быстрой генерации тестов для написанных программ, которые далее и рассматриваются.

Один из подходов к тестированию программ, написанных для решения определённой задачи – метод «черного ящика». Он заключается в том, что для проверки корректности решения составляется некий «эталонный» набор данных (а гораздо чаще – целое множество наборов) с соответствующим им ответом (или классом ответов), который (которые) реализованный алгоритм должен выдать в ответ на соответствующем входе. Такие тесты можно разработать вручную, однако зачастую это оказывается затруднительно. Например, описать граф на 100 тысячах вершин с достаточно большим количеством рёбер, соединяющих случайные пары вершин, на бумаге весьма сложно. С целью генерации подобных тестов зачастую применяются вспомогательные программы.

Рассмотрим задачи, которые вычисляются на деревьях.

Определение. Дерево – простой связный ациклический граф.

Первый вопрос, который возникает – как сгенерировать хоть какое-нибудь дерево? К тому же, не очень понятно, как его удобнее представить в памяти компьютера.

Утверждение.В дереве, построенном на n вершинах, имеется ровно $n - 1$ ребро.

Доказательство этого факта можно найти, например, в [1]. Именно в силу такой особенности деревьев для их представления удобно использовать список рёбер либо список смежности. Они легко (за линейное время) конвертируются один в другой. Поэтому далее будем использовать список рёбер.

1. Алгоритм генерации дерева на *n* вершинах

Пусть мы имеем дерево на 1 вершине. Его список рёбер пуст. Будем последовательно, по одной, добавлять вершины в дерево, на каждом шаге соединяя новую вершину с одной из уже присутствующих в дереве, пока в графе не станет n вершин.

<u>Листинг 1</u>

```
int n;
vector<pair<int, int>> tree;
for(int i=2; i<=n; i++){
  tree.push_back({i, rand()%(i-1)+1});
}
```

Добавляя вершину в граф на очередном шаге, мы не получаем кратных рёбер, т.к. каждая вершиа если и соединяется с какой-то сгенерированной до или после неё, то только один раз. Также не возникает циклов, т.к. любая вершина может быть соединена только с той, к которой была «присоединена» вначале, и с какими-то из вновь генерируемых, а для образования цикла необходимо дополнительное ребро между «старыми» вершинами.

Утверждение. Данный алгоритм может сгенерировать любое дерево на n вершинах.

Доказательство. Любое дерево можно обойти полностью с помощью обхода в глубину, начиная в корне, а поскольку каждая вершина добавляется в дерево в случайном порядке вместе с ребром, идущим к родителю (кроме корня, который генерируется первым), то порядок появления узлов в дереве, соответствующий порядку обхода в глубину, также возможен.

2. Алгоритм генерации дерева на *n* вершинах с определённым диаметром

Обозначим длину диаметра через m, а количество вершин дерева через n. Заметим, что если $m > n$, то сгенерировать дерево не возможно. Для начала нужно получить сам диаметр дерева, который представляет собой линейную цепочку последовательно соединённых вершин. С каждой вершиной свяжем число с по следующему правилу: первой и последней вершине в цепочке поставим в соответствие 0, второй и предпоследней – 1, и так далее. Будем случайно выбирать номер вершины-родителя, «сыном» которой сделаем новую генерируемую. Если число с родителя больше нуля, добавляем вершину в дерево и связываем с ней число $c - 1$. В противном случае выбираем другую вершину в качестве родителя. В результате получим обычное (не являющееся корневым) дерево с заданным диаметром.

<u>Листинг 2</u>

```
int n, m;
vector<pair<int, int>> tree;
vector<int> c(n + 1, 0);
c[1] = 1;
for(int i=2; i<=m; i++){
  tree.push_back({i - 1, i});
  //Здесь под “/” подразумевается целочисленное
  //деление с отбрасыванием дробной части
  if(i > (m+1) / 2){
    c[i]= m - i;
  }
  else{
    c[i] = i - 1;
  }
}
for(int i = m+1; i <= n; i++){
  int p = 0;
  while(c[p]==0){
    p=rand()%(i - 1) + 1;
  }
  c[i]=c[p]-1;
  tree.push_back({i, p});
}
```

Утверждение. Данный алгоритм может сгенерировать любое дерево заданного диаметра на n вершинах, и выдаёт деревья только данного диаметра.

Доказательство. Возьмём произвольное дерево на n вершинах с диаметром m. Запустим на нём обход в глубину и предположим, что он сначала обходит два поддерева A и B с корнями в вершинах, смежных с корнем основного дерева, таких, что сумма их высот есть $m - 1$, а потом обходит остальные поддеревья. Так же предположим, что в каждом из поддеревьев A и B он сначала пройдёт до листа, входящего в диаметр, а потом обойдёт оставшуюся часть поддерева. Такое возможно, поскольку обходу в глубину не важен порядок обхода смежных вершин и при обходе дерева он первоначально может пройти до самого далёкого от корня листа.

Тогда порядок генерации дерева будет практически полностью соответствовать данному обходу в глубину, за исключением того, что сначала сгенерируется цепочка, соответствующая диаметру.

Также, в процессе добавления новых вершин диаметр дерева никогда не превысит m, поскольку для каждой вершины v максимальная высота поддерева с корнем в данной вершине ограничивается сверху значением c[v].

3. Алгоритм генерации «кособокого» дерева на n вершинах

Определение. «Кособоким» будем называть корневое дерево, у которого для минимум двух поддеревьев с корнями в смежных корню основного дерева вершинах значительно различается высота. Высоты большего из таких поддеревьев и меньшего обозначим соответственно H и h, а разность высот (H–h) обозначим как d.

Сразу заметим, что если $(H + h + 1) < n$, то такой граф построить нельзя. Алгоритм генерации кособоких деревьев сильно похож на алгоритм построения деревьев с заданным диаметром. Сгенерируем вначале корень, а также линейные цепочки вершин, соответствующие высотам H и h двух поддеревьев A и B. Для корня r значение c[r] установим в 0, если хотим, чтобы поддеревьев, корни которых смежными с корнем основного было только 2, или в любое другое значение, соответствующее максимальной высоте любого поддерева, кроме A и B. Для вершин самих A и B установим значения от $(H - 1)$ до нуля и от $(h - 1)$ до нуля соответственно (в порядке от корня к листу). В остальном алгоритм повторяет предыдущий.

4. Алгоритм генерации «почти линейного» дерева

Определение. Назовём дерево «почти линейным», если почти на всём своём протяжении оно представляет собой линейную цепочку вершин, т.е. у каждой вершины только 1 потомок, а у некоторых вершин из конца этой цепочки присутствует более одного потомка.

Такие деревья иногда представляют интерес в олимпиадных задачах в качестве крайних вариантов входных данных. Алгоритм получения таких графов напоминает алгоритмы из пунктов 3 и 4. Зададим длину len линейной цепочки. Тогда поддерево, начинающееся с $(len + 1)$ вершины, представляет собой обычное дерево на n-l вершинах. Будем считать, что $n \geq len + 2, len \geq 2,$ т.к. в случае $n = len$ и $n = len + 1$ всегда генерируется цепочка на n вершинах.

<u>Листинг 3</u>

```
int n, len;
vector<pair<int, int>> tree;
//Генерируем линейную цепочку
for(int i=2; i<=len; i++){
```

```
    tree.push_back({i - 1, i});
}
//Генерируем поддерево к корнем в вершине (len+1)
//Эта задача аналогична задаче из пункта 1.
tree.push_back({len, len - 1});
for(int i = len+1; i <= n; i++){
    tree.push_back({i, rand()%(i - len) + len + 1});
}
```

5. Алгоритм генерации полного дерева определённой высоты

Определение. Полное двоичное дерево – это дерево, у каждой вершины которого, кроме листьев, имеется ровно m потомков, а все листья расположены на одном и том же расстоянии от корня.

Такое дерево удобно генерировать по уровням – всем вершинам, у которых одинаковое расстояние от корня, который находится на нулевом уровне. Обозначим высоту дерева за h. На каждом уровне находится 2^h вершин, а суммарно на предыдущих уровнях находится $2^h - 1$ вершина. Будем считать, что $h \neq 0$ (случай $h = 0$ тривиален).

Листинг 4

```
int h;
vector<pair<int, int>> tree;
//Номер вершины, с которой начинаем нумерацию на текущем уровне
int now = 2;
//Количество вершин на предыдущем уровне
int prev = 1;
for(int i=1; i<=h; i++){
  for(int j=prev; i<=prev*2; j++){
    tree.push_back({j, now});
    now++;
    tree.push_back({j, now});
    now++;
  }
}
```

Этот алгоритм можно обобщить и на случай m-ичного дерева (у каждой вершины которого, кроме листьев, имеется ровно m потомков, а все листья расположены на одном и том же расстоянии от корня).

Приведённые выше алгоритмы можно комбинировать вместе и получать деревья с различными характеристиками, которые требуются в конкретной задаче. Так же может быть полезным использовать идеи, применённые в данных алгоритмах, для генерации некоторых других типов графов. При этом алгоритмы достаточно просты в написании и компактны для того, чтобы использовать их в целях тестирования программных решений задач на олимпиадах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Домнин, Л.Н. Элементы теории графов: учеб. пособие / Л.Н. Домнин. – Пенза: Изд-во Пенз.гос. ун-та, 2007. – 144 с.
2. Свами, М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 450 с.
3. Лааксонен, И. Олимпиадное программирование / пер. с анг. А. А. Слинкин – М.: ДМК Пресс, 2018. – 300 с.

УДК 517.54

MATLAB КАК СРЕДСТВО ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПОВЕДЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБЫХ ТОЧЕК

Андрей Алексеевич Цветков
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: cvetkoandrejj@gmail.com

Александр Анатольевич Голубев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Golubev.AA@tversu.ru

Ключевые слова: *математический пакет MATLAB, гармонические отображения, особые точки, программа Adobe Illustrator .*

Аннотация. В работах [1–5] показано, что голоморфные квадратичные дифференциалы играют важную роль в исследовании структуры особых точек гармонических отображений. При этом получить доступное геометрическое описание поведения таких отображений в окрестности особых точек не так просто [6, 7]. В данной публикации демонстрируется, как с помощью математического пакета MATLAB возможно установить структуру образа окрестности особой точки гармонического отображения.

Классическим гармоническим отображением называется функция комплексного переменного $f(z) = u(x, y) + iv(x, y) = \overline{g(z)} + h(z)$, где $u(x, y)$ и $v(x, y)$ – гармонические функции; $g(z)$ и $h(z)$– голоморфные функции.

Пусть $w = f(z)$ – гармоническое отображение, заданное в некоторой окрестности точки $z_0 \in \mathbf{C}$. Точка z_0 называется особой точкой гармонического отображения f, если отображение не является биективным в любой окрестности этой точки. Согласно теореме Леви для гармонического отображения точка z_0 является особой тогда и только тогда, когда якобиан $J_f = |f_z|^2 - |f_{\bar{z}}|^2$ отображения f в точке z_0 обращается в ноль.

Пусть z_0 – неизолированный нуль якобиана. В работах [1–5] показано, что тип особой точки зависит от взаимного расположения нулевой линии якобиана и ортогональной траектории ассоциированного дифференциала. Доказано, что для устойчивых гармонических отображений касание нулевой линии якобиана и ортогональной траектории соответствует точке сборки, а их трансверсальное пересечение – точке складки. Поведение неустойчивого гармонического отображения в окрестности особой точки может быть более сложным.

Рассмотрим гармоническое отображение

$$f(z) = z^2 + z^3 + \overline{\imath z^2}.$$

Начало координат является неизолированным нулём якобиана. Действительно,

$$\left\{z \in \mathbf{C} : J_f = 0\right\} = \{z \in \mathbf{C} : |2z + 3z^2|^2 - |2iz|^2 = 0\} =$$

$$= \{z \in \mathbf{C} : 4|z|^2 + 12|z|^2 \mathrm{Re} z + 9|z|^4 - 4|z|^2 = 0\} =$$

$$= \left\{z \in \mathbf{C} : \ (x + \tfrac{2}{3})^2 + \mathrm{y}^2 = \tfrac{4}{9}\right\},$$

т.е. нулевая линия якобиана представляет собой окружность, проходящую через точку $z = 0$ и касающуюся в начале координат оси $\mathrm{Im} z = 0$.

Получим асимптотическую формулу для ассоциированного голоморфного квадратичного дифференциала $\varphi_f dz^2$:

$$\varphi_f dz^2 = (2z + 3z^2)2iz dz^2 = 4iz^2\big(1 + o(1)\big)dz^2.$$

Тогда через точку $z = 0$ проходят две ортогональные траектории, а $z_1 = e^{i\frac{\pi}{8}}$, $z_2 = e^{i\frac{5\pi}{8}}$ – их касательные векторы в начале координат. Таким образом, общая складка и ортогональные траектории пересекаются трансверсально.

С помощью математического пакета MATLAB построим образ части комплексной плоскости – окрестности нуля – при отображении f. Для интерпретации и иллюстрации построений будем использовать программу Adobe Illustrator.

Для нахождения образа окрестности точки $z = 0$, разобьем плоскость в окрестности нуля линией якобиана, действительной осью и дугами концентрических окружностей с центром в точке $-2/3$ на четыре области так, как показано на рис. 1.

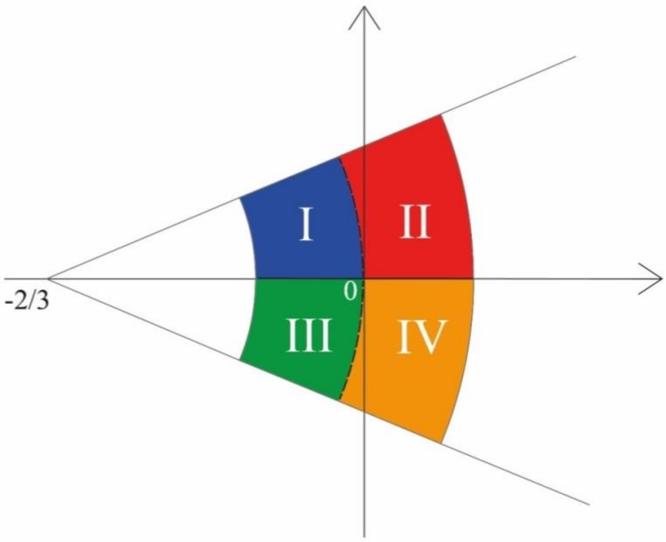


Рис. 1

Сначала выясним взаимное расположение образов областей I и II. Справа на рис.2 изображены образы верхней части линии якобиана, областей I и II и их границ, построенные в MATLAB. Видим, что область, полученная объединением областей I и II, «сложилась» вдоль линии якобиана. Ниже, под этим изображением, приведена наша интерпретация установленного поведения.

Теперь рассмотрим взаимное расположение образов областей III и IV. На рис.3 показано, что область, полученная объединением областей III и IV, также «сложилась» вдоль линии якобиана.

На последнем шаге необходимо осуществить склейку объединения областей 1 и 3 с объединением областей 2 и 4 вдоль действительной оси, параллельно склеивая их образы. Будем считать, что образы областей расположены друг над другом в следующем порядке, начиная снизу: IV, III, I, II (рис. 4). Заметим, что при склейке областей I и III и областей II и IV вдоль их общего участка границ образуется линия самопересечения.

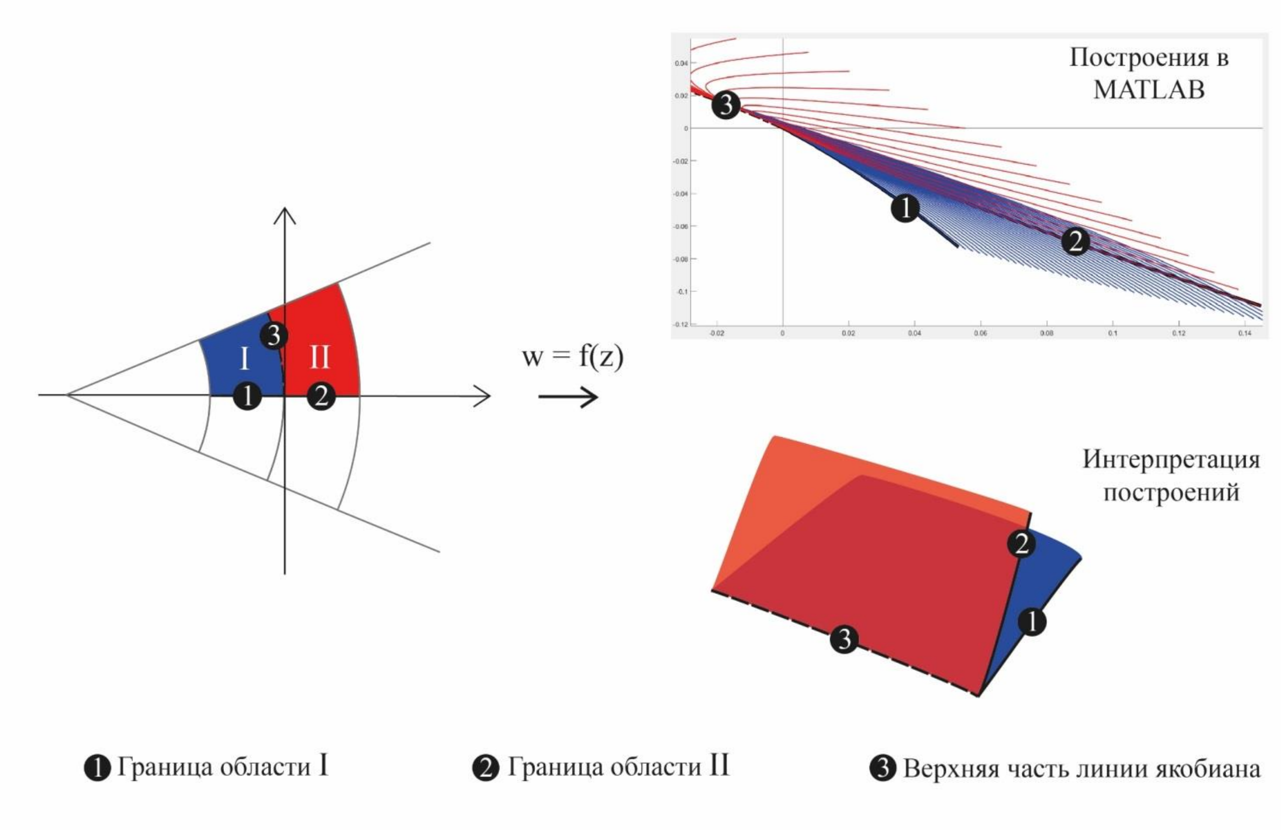

Построения в MATLAB
w = f(z)
I
II
Интерпретация построений
❶ Граница области I
❷ Граница области II
❸ Верхняя часть линии якобиана

Рис. 2

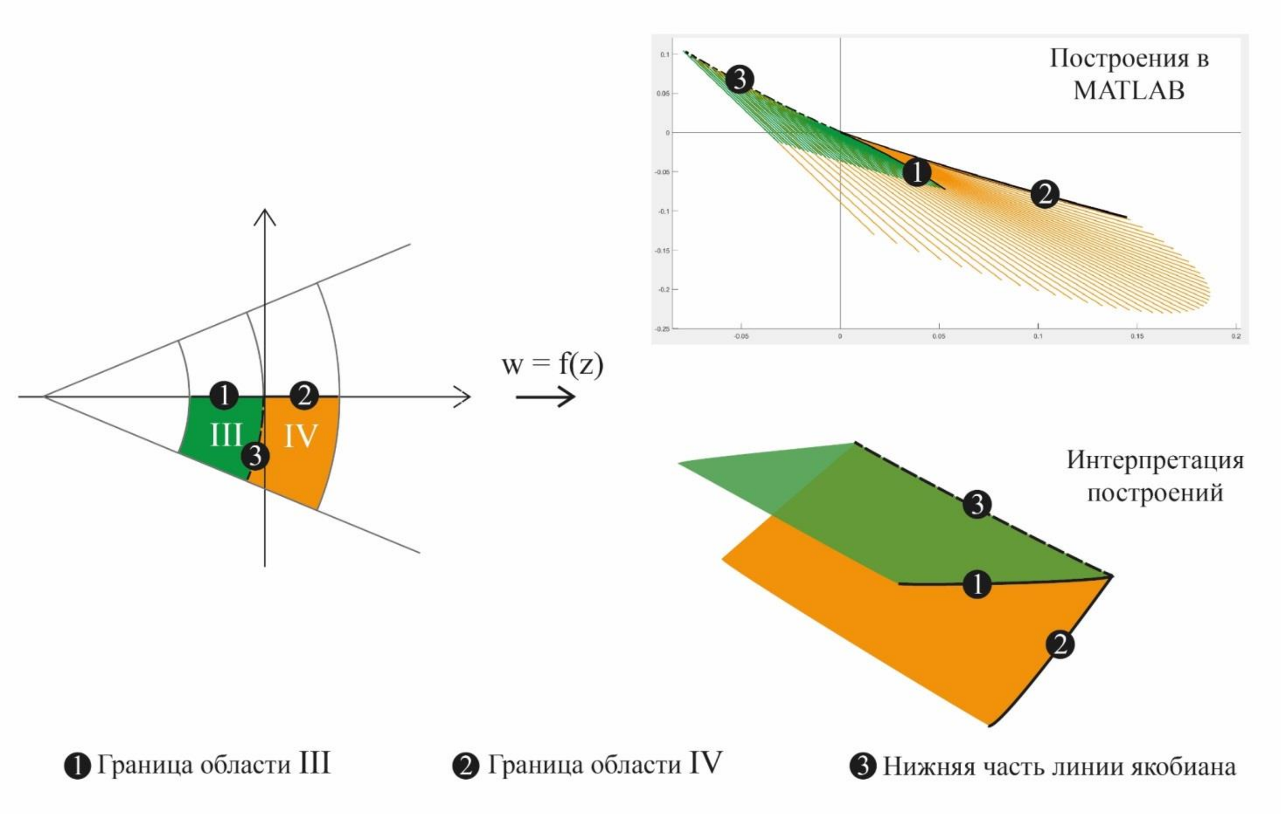

Построения в MATLAB
w = f(z)
III
IV
Интерпретация построений
❶ Граница области III
❷ Граница области IV
❸ Нижняя часть линии якобиана

Рис. 3

В результате исследований, получим поверхность, изображенную на рис. 4 (справа).

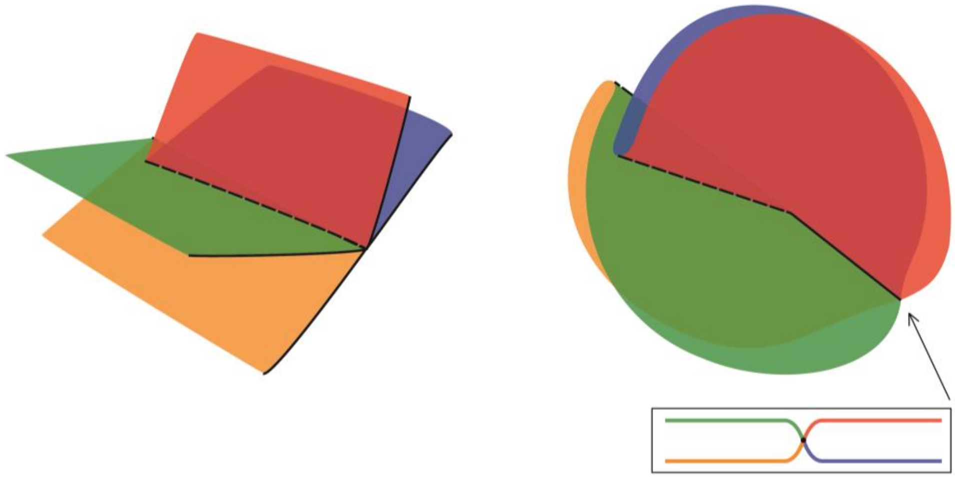


Рис. 4

Таким образом, программные средства MATLAB и Illustrator помогают понять поведение гармонического отображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев А.А., Шеретова В. В. Квадратичные дифференциалы и локальные свойства гармонических отображений / Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, 1994. – С. 48 – 60.
2. Голубев А.А., Шеретов В.Г. Квазиконформные экстремали интеграла энергии // Математические заметки. 1994. Т.55, № 6. – С. 50 – 58.
3. Голубев А.А., Шеретов В.Г. Квазиконформные экстремали интеграла Дугласа-Дирихле и квадратичные дифференциалы / Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, 1996. – С. 44 – 53.
4. Голубев А.А. Об особых точках плоских гармонических отображений / Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, 1997. – С. 47 – 52.
5. Голубев А.А. Об особых точках гармонических отображений / Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, 2014. – С. 22 – 35.
6. Цветков А.А., Голубев А.А. Исследование особых точек гармонических отображений с помощью математического пакета Matlab / В сборнике: Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области. Материалы Второй Всероссийской научно-практической конференции. Тверь, 2018. – С. 204–212.
7. Цветков А.А., Голубев А.А. К вопросу об особых точках классических гармонических отображений / Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, 2018. – С. 32–37.

УДК 378.1

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Юлия Владимировна Чемарина
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Chemarina.YV@tversu.ru
Александр Анатольевич Голубев
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Golubev.AA@tversu.ru

Ключевые слова: *проектная деятельность, универсальные компетенции, математический факультет.*

Аннотация. В работе представлен опыт математического факультета Тверского государственного университета по внедрению проектного обучения в образовательный процесс.

Согласно Указу Президента Российской Федерации от 9 мая 2017 г. № 203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы» [1] необходимыми условиями для формирования информационного пространства знаний являются: обеспечение условий для научно-технического творчества, включая создание площадок для самореализации представителей образовательных и научных организаций; использование и развитие различных образовательных технологий, в том числе дистанционных, электронного обучения, при реализации образовательных программ; осуществление разработки и реализации партнерских программ образовательных организаций высшего образования и российских высокотехнологичных организаций, в том числе по вопросу совершенствования образовательных программ.

Взаимодействие математического факультета Тверского государственного университета с предприятиями региона при реализации образовательных программ является необходимым условием актуальности получаемых студентами знаний, а также их дальнейшего успешного трудоустройства. Одним из наиболее перспективных направлений такого взаимодействия является проектная деятельность студентов, направленная на получение ими профессиональных навыков и опыта профессиональной деятельности. Не зависимо от того, выберет ли выпускник нашего факультета местом своего дальнейшего трудоустройства образовательную организацию, научно-исследовательский институт или IT-компанию, ему придется заниматься проектной деятельностью: в первом случае выпускнику предстоит создание и реализация образовательных проектов, во втором – участие в научно-исследовательских проектах, а в случае выбора IT-компании необходимо учитывать, что практически вся работа IT-индустрии носит проектный характер. Вузы и предприятия объединяются в консорциумы для решения конкретных задач, реализации общих проектов. И выпускник должен быть к этому готов.

Математический факультет Тверского государственного университета готовит выпускников по направлениям подготовки бакалавров: 01.03.01 «Математика», 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»; магистров: 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»; специалистов: 10.05.01 «Компьютерная безопасность». Необходимость формирования компетенций, связанных с проектной деятельностью студентов, закреплена в федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования. Согласно ФГОС ВО 3++ по направлениям подготовки бакалавриата [2] выпускник должен обладать универсальной компетенцией УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений. Эта компетенция относится к категории универсальных компетенций «Разработка и реализация проектов». Для проверки её сформированности используются следующие индикаторы:

Б-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними.

Б-2.2. Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта.

Б-2.3. Планирует реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм.

Б-2.4. Выполняет задачи в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами и точками контроля, при необходимости корректирует способы решения задач.

Б-2.5 Представляет результаты проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования.

В стандарте ФГОС ВО 3++ по направлению магистратуры 02.04.01 Математика и компьютерные науки [3] в данной категории универсальных компетенций содержится УК-2. Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла. Перечислим соответствующие этой компетенции индикаторы:

М-2.1 Формулирует на основе поставленной проблемы проектную задачу и способ ее решения через реализацию проектного управления.

М-2.2. Разрабатывает концепцию проекта в рамках обозначенной проблемы: формулирует цель, задачи, обосновывает актуальность, значимость, ожидаемые результаты и возможные сферы их применения.

М-2.3. Разрабатывает план реализации проекта с учетом возможных рисков реализации и возможностей их устранения, планирует необходимые ресурсы, в том числе с учетом их заменяемости.

М-2.4. Осуществляет мониторинг хода реализации проекта, корректирует отклонения, вносит дополнительные изменения в план реализации проекта, уточняет зоны ответственности участников проекта.

М-2.5 Предлагает процедуры и механизмы оценки качества проекта, инфраструктурные условия для внедрения результатов проекта.

Для формирования данных компетенций необходимо чёткое представление о том, что является проектом и, что понимается под проектной деятельностью. С нашей точки зрения, направлениям подготовки математического факультета наилучшим образом соответствует следующее определение учебного проекта [4]: «Под проектом понимается специально организованная, мотивированная самостоятельная деятельность студентов. Учебные проекты нацелены на решение определенной практически или теоретически значимой проблемы, оформлены в виде конечного продукта, который можно увидеть, осмыслить, применить в реальной практической деятельности».

В результате выполнения проекта студент получает опыт решения задач будущей профессиональной деятельности в соответствии с профессиональными стандартами: «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования», «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», «Программист», «Системный аналитик», «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» и ряда других. Также в ходе реализации проекта студент приобретает опыт работы в команде, опыт самоорганизации и саморазвития.

В настоящее время студенческие проекты математического факультета имеют ярко выраженный научно-исследовательский характер. Это связано с тем, что соответствующий вид деятельности присутствует во всех образовательных программах факультета. Реализация проектного обучения происходит в нескольких направлениях. Основное из них – это индивидуальные и групповые проекты, выполняемые студентами в рамках всех видов учебной и производственной практик. Конечным продуктом в таких проектах, как правило, является новая математическая модель исследуемого процесса или явления и её программная реализация. Примером может служить студенческий проект «Разработка программного обеспечения для анализа мгновенного сердечного ритма в рамках модели мультифрактальной динамики», выполненный студентами направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки совестно с ГБУЗ Тверской области «Областной клинический кардиологический диспансер». Математический факультет предлагает студентам для реализации проектов широкий спектр баз практик, куда входят общеобразовательные учреждения Тверской области, предприятия и IT-компании региона: ООО «ЛИТ ТГУ», АО НИИИТ, ОАО ТВЗ, ООО «Тверьгазгеофизика», ООО «ЭлТех», ООО «Тверские КРИПТО-графические системы», ЗАО НИИ ЦПС, ООО «Интернет Системы», EPAM Systems и другие.

Успешным оказался опыт выполнения индивидуальных и групповых проектов, выполненных студентами под руководством ведущих учёных математического факультета в рамках самостоятельной работы студентов. Такие проекты являются инициативой самих студентов и имеют, как правило, высокую результативность. Так в 2018 году студенты 2-4 курсов направления

02.03.01 Математика и компьютерные науки приняли участие в работе секции «Информационные технологии» Летней студенческой научно-технической школы «Кадры будущего» в Дубне. Одной из главных целей проведения школы было предоставление её участникам широких возможностей для раскрытия своих творческих способностей, приобретения ими практических навыков командной работы посредством проектной деятельности, поиска интересной и перспективной работы в компаниях-резидентах ОЭЗ «Дубна» и предприятиях научно-промышленного комплекса города. При отборе участников учитывались рейтинговые оценки уровня мотивации претендентов, индивидуальные проекты и рекомендации соответствующего университета. Студенты математического факультета представили в организационный комитет два научных проекта, которые успешно пошли конкурсный отбор: «Компьютерная графика на фрактальных решетках» и «Динамика промышленного индекса DOW JONES и фондового индекса NASDAQ Composite в математической модели мультифрактальной динамики».

Результаты научно-исследовательской деятельности, полученные студентами в ходе работы над проектами, докладываются на комиссиях по независимой оценке качества подготовки студентов по образовательным программам, в состав которых входят работодатели и члены студенческого совета по вопросам качества образования ТвГУ. Лучшие работы публикуются в материалах Всероссийской научно-практической конференции «Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области» [5].

В заключение отметим, что для успешной реализации проектной деятельности необходимо как усовершенствовать уже существующие механизмы: развивать проектное обучение на всех направлениях подготовки, повышать квалификацию руководителей образовательных программ, преподавателей, тьюторов, так и создавать новые механизмы, вводить новые образовательные форматы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы: Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 г. № 203.

2. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки: Приказ Министерства образования и науки РФ от 23 августа 2017 г. N 807.

3. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - магистратура по направлению подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки: Приказ Министерства образования и науки РФ от 23 августа 2017 г. N 810.

4. Евстратова Е.А. и др. Проектное обучение: практики внедрения в университетах. – М. : Издательский дом НИУ ВШЭ, 2018. – 154 с.

5. Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области. Тверь: Тверской государственный университет, 2018. – 235 с. https://elibrary.ru/item.asp?id=34885343.

УДК 373.5.016:51(076.1)

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ПОСРЕДСТВОМ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

Алёна Анатольевна Шаповалова
Муниципальное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 25, Тверь
E-mail: fedotova99@rambler.ru

Ключевые слова: *задача, движение, уравнение, расстояние.*

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые методические приемы организации работы обучающихся над текстовыми задачами, представлены варианты заданий и вопросов по условию, направленных на развитие умений, необходимых для успешной работы над задачей.

Бессознательное заучивание различных приемов
не может принести никакой пользы, …
необходимо дать понять ученику,
почему при вычислении поступают так, а не иначе.

Л.П. Чебышев

С каждым годом все большую остроту приобретают проблемы создания эффективных средств повышения уровня интеллектуального развития обучающихся и их творческих способностей. И здесь важно определиться с самим понятием эффективности: эффект (лат. effectus – исполнение, действие) – результат, следствие каких-либо причин, действий; эффективный (лат. effectivus) – достигающий определенного эффекта, нужного результата. Таким образом, эффективность любой деятельности определяется ее результатами.

И одним из средств повышения эффективности обучения математике является систематическое и целенаправленное формирование умений решать задачи. Использование различного рода заданий у обучающихся постепенно вырабатываются знания о задачах, процессах их решения, формируются навыки проведения анализа текста задачи и поиска способа ее решения.

В соответствии со структурой задачи можно обозначить следующие составляющие *умения решать задачи*: чтение текста, определение вопроса и условия, оформление краткой записи или чертежа по тексту задачи, умение устанавливать связи между данными и искомыми, перевод словесного текста на математический язык, актуализация теоретических знаний, необходимых для решения, оценка результата.

Обычно внимание обучающихся направлено только на этап оформления найденного решения, но на эффективность формирования умений решать задачи влияет также решение задач с недостающими, лишними или противоречивыми данными, а также преобразование и составление новых задач.

Например, приемы работы над текстом предусматривают необходимость обратить внимание на то, что отдельно взятое слово само по себе не определяет выбора действия.

Задача 1. (5 класс) Два поезда вышли навстречу друг другу одновременно из двух городов, расстояние между которыми 1260 км, и встретились через 7 часов после выхода. Скорость одного из них 80 км/ч. Найдите скорость другого поезда.

Вопросы по задаче:

а) Что произойдет, если из условия убрать слово «одновременно»?

б) Что изменится, если слова «через 7 часов» заменить словами «через 2 часа»?

в) Что произойдет, если слово «одновременно» заменить словами «причем второй поезд вышел на 2 часа позже первого»?

г) Не вычисляя, определите, как изменится ответ, если скорость первого будет не 80 км/ч, а 60 км/ч, скорость первого будет не 80 км/ч, а 100 км/ч?

Задание: решить задачу в случае в).

Задача 2. (6 класс) С пристани одновременно отплыли два теплохода. Скорость одного из них 21 км/ч, скорость другого 25 км/ч.

Вопросы по задаче:

а) Каким будет расстояние между теплоходами через 1 час, 3 часа, 6 часов, если они движутся в одном направлении?

б) Каким будет расстояние между теплоходами через 2 часа, 4 часа, 5 часов, если они движутся в противоположных направлениях?

в) Через сколько часов расстояние между теплоходами будет 2 км, 4 км, 6 км, 60 км, если они движутся в одном направлении?

г) Через сколько часов расстояние между теплоходами будет 48 км, 144 км, 240 км, если они движутся в противоположных направлениях?

Задание: решить задачу для каждого случая.

Задача 3. (7 класс) Утром на базе было 4,64 т муки. До обеда с базы вывезли в 3 раза больше муки, чем после обеда. К вечеру на базе осталось 0,64 т муки. Сколько муки вывезли с базы до обеда?

Задание: решите задачу с помощью уравнения, приняв за основание следующее условие:

а) к вечеру на базе осталось 0,64 т муки;

б) утром на базе было 4, 64 т муки;

в) до обеда вывезли в 3 раза больше муки, чем после обеда.

Такое задание помогает понять, что в зависимости от выбранной основы для составления уравнения они получаются разные.

Задача 4. (7 класс) На первой стоянке в 4 раза меньше автомашин, чем на второй. После того, как на первую стоянку приехало еще 35 машин, а со второй уехало 25, автомобилей на стоянке стало поровну. Сколько автомашин было на каждой стоянке?

Как изменится условие задачи, если составленное уравнение по задаче имеет вид:

а) $x + 10 = 4x - 5$?

б) $2x = 3x - 10$?

в) $4x - x = 18$?

г) $4x + x = 25$?

д) $x + 10 - (4x - 40) = 10$?

Задача 5. (8 класс) Две бригады должны были изготовить по 180 деталей. Первая бригада выполнила работу в срок. Вторая бригада изготавливала в час на 2 детали больше первой и закончила работу на 3 часа раньше срока. За сколько часов каждая бригада выполнила задание?

Вопросы по задаче:

а) Можно ли при составлении уравнения принять за основу следующую схему: «производительность второй бригады – производительность первой бригады = 2»? Почему?

б) Какого вида уравнение позволяет решить эту задачу?

в) Являются ли данные уравнения подходящими к данной задаче? Что обозначено переменной?

$$\frac{180}{x-3} - \frac{180}{x} = 2.$$

г) Являются ли данные уравнения подходящими к данной задаче? Что обозначено переменной?

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3.$$

Задание: решить двумя способами.

Для отработки творческого подхода к решению задач полезно использовать задачи с избыточными, лишними, недостающими, противоречивыми данными. Важно также отметить, чтобы эта работа была эффективной, она должна вестись систематически и целенаправленно.

Задача 6. (5 класс) Иван Иванович живёт на расстоянии 24 км от библиотеки. Путь от дома до библиотеки он проехал за 3 часа на велосипеде, двигаясь со скоростью 8 км/ч, а обратный путь по той же дороге он проехал за 4 часа. На каком пути скорость Ивана Ивановича была меньше и на сколько?

Задание: выявите в условии лишние данные и запишите без них задачу двумя различными способами.

Задача 7. (5 класс) Расстояние между станциями 684 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Известно, что они встретились. Найдите скорость каждого поезда, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого.

Задание: определите недостающие данные в задаче и запишите ее текст полностью двумя различными способами.

При решении задач на движение различные утверждения можно классифицировать по четырем описаниям (при этом возможно, что утверждение может подходить к нескольким ситуациям):

- движение пешеходов навстречу друг другу;
- движение пешеходов в одном направлении;
- движение пешеходов в противоположные стороны;
- не имеющее смысла утверждение.

Утверждения:

o произведение скоростей пешеходов определяет быстроту их сближения;

- сумма скоростей того и другого пешехода определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- пешеходы обязательно встретятся, если будут идти слишком долго;
- разность скоростей пешеходов определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- расстояние между пешеходами сокращается;
- расстояние между пешеходами увеличивается;
- пешеходы не встретятся, даже если будут идти слишком долго;
- после встречи расстояние между пешеходами будет уменьшаться;
- после встречи расстояние между пешеходами будет увеличиваться;
- пешеходы могут встретиться два раза, если будут идти слишком долго;
- пешеходы могут встретиться только один раз;
- если скорости пешеходов одинаковые, то они встретятся ровно посередине своего пути;
- место встречи пешеходов не зависит от того, одновременно они вышли в путь или нет;
- если скорости пешеходов одинаковые, то они не встретятся и т.п.

Деятельность обучающихся по решению задач требует от них умения контролировать результаты своего труда. Поэтому для достижения эффективности такой работы необходимо использование следующих приемов:

1) воспитывать у обучающихся потребность контролировать каждый шаг своего решения;
2) проверка результата решения задачи путем соотнесения условий и требований (наличие здравого смысла);
3) решение задачи несколькими способами;
4) сравнение найденных способов решения;
5) составление и решение задачи, обратной данной.

Решение математической задачи – это ряд вычислений, при которых необходима цепь логических рассуждений. А умение рассуждать должно формироваться во всех классах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев С. Чебышевские афоризмы / С. Лебедев // МАТЕМАТИКА. – 2001. – № 20. – С. 7.

2. Матушкина З. Задания, формирующие умение решать задачи / З. Матушкина // МАТЕМАТИКА. – 1999. – № 42. – С. 8–10.

3. Попова Л. Личностно ориентированная технология на уроках математики / Л. Попова // МАТЕМАТИКА. – 2008. – № 14. – С. 31–32.

4. Самойлик Г., Использование исторического материала в обучении / Г. Самойлик // МАТЕМАТИКА. – 2001. – № 20. – С. 1–3.

УДК 004.021

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

Инна Анатольевна Шаповалова
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Shapovalova.IA@tversu.ru,

Олеся Юрьевна Кашина
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: ojkasina@edu.tversu.ru

Ключевые слова: *информационная безопасность, математические методы, защита информации.*

Аннотация. В работе дается обзор основных математических методов, применяемых в информационной безопасности.

Одним из главных трендов современного мирового развития является цифровизация экономики, использование цифровых ресурсов, создание сквозных цифровых технологий. Но использование цифровых сервисов невозможно без качественной всеобъемлющей защиты информации. Напомним, что информационная безопасность – это состояние информационной системы, в котором угрозы нарушения конфиденциальности, целостности и доступности информации сведены к минимуму. Информационная безопасность должна обеспечивать не только защиту сети, но и интегрированную систему безопасности. Заметим, что обеспечение безопасности невозможно без создания и использования математических моделей и методов.

В рамках защиты информации выделим следующие научные области: криптография и шифрование данных, криптоанализ, математическое моделирование в сфере информационной безопасности, нейросетевые технологии. Остановимся на обзоре математических методов в этих областях подробнее.

Криптография. Криптографические методы защиты информации входят в систему технических методов защиты. Эти методы делятся на следующие группы:

1. методы шифрования информации, предназначенные для защиты информации от чтения, с помощью криптографического преобразования, превращающего исходный текст в нечитаемую последовательность символов;
2. методы построения электронной цифровой подписи, предназначенные для защиты информации от изменения, связывания источника информации (автора) с самой информацией;
3. методы хеширования данных, предназначенные для проверки целостности электронных документов без чтения самой информации в этих документах.

При разработке шифров и при анализе криптоустойчивости применяют такие разделы математики, как алгебра, теория чисел, комбинаторика, теория вероятностей и математической статистики, теория алгоритмов.

Шифрование – это процедура преобразования произвольного электронного файла (текстовой строки) в нечитаемую последовательность символов для защиты файла от чтения людьми, не имеющими соответствующих прав доступа. Ключом шифрования (построения электронной цифровой подписи) называется произвольный конечный набор символов некоторого алфавита, который служит входным параметром для алгоритма шифрования.

Классические методы шифрования и построения электронной цифровой подписи включают в себя сдвиги и перестановки исходного текста, гаммирование (наложение одного текста на другой), подстановки (отображения одних алфавитов на другие) или комбинации этих методов. Например, такой классический шифр как DES (Data Encryption Standard), разработанный фирмой IBM и утвержденный правительством США в 1977 году как официальный стандарт, имеет блоки по 64 бита и использует ключ длины 56 бит. Алгоритм использует комбинацию нелинейных (S-блоки) и линейных (перестановки E, IP, IP-1) преобразований. Классические системы шифрования используют один и тот же ключ как для шифрования, так и для расшифрования текстов. Напротив, система RSA относится к системам шифрования с открытым ключом. Это означает, что для шифрования и расшифрования используются совершенно разные ключи. Ключ шифрования, используемый для преобразования исходного текста в шифротекст, разрешается передавать любому пользователю системы, не задумываясь о безопасности, поэтому этот ключ называется открытым – public в отличии от второго секретного – private ключа, который используется для восстановления исходного текста. Это позволяет свободно передавать и обменивать ключи по различным сетям с открытым доступом.

Криптоанализ. В криптоанализе занимаются задачами, обратными по отношению к задачам криптографии. Он ставит своей задачей в разных условиях получить дополнительные сведения о ключе шифрования, чтобы значительно уменьшить диапазон вероятных ключей. Взлом шифра совсем не обязательно подразумевает обнаружение способа, применимого на практике для восстановления открытого текста по перехваченному зашифрованному сообщению. Шифр считается взломанным, если в системе обнаружено слабое место, которое может быть использовано для более эффективного взлома, чем метод полного перебора ключей. Попытку раскрытия конкретного шифра с применением методов криптоанализа называют криптографической атакой на этот шифр. Криптографическую атаку, в ходе которой раскрыть шифр удалось, называют взломом или вскрытием. Выделяют четыре основных и три дополнительных метода криптоанализа.

Основные методы криптоанализа:

1) атака на основе шифротекста;
2) атака на основе открытых текстов и соответствующих шифротекстов;
3) атака на основе подобранного открытого текста (возможность выбрать текст для шифрования);
4) атака на основе адаптивно подобранного открытого текста.

Дополнительные методы криптоанализа:

1) атака на основе подобранного шифротекста;
2) атака на основе подобранного ключа;
3) бандитский криптоанализ.

Все методы криптоанализа в целом укладываются в четыре направления:

1) статистический криптоанализ – исследует возможности взлома криптосистем на основе изучения статистических закономерностей исходных и зашифрованных сообщений;
2) алгебраический криптоанализ – занимается поиском математически слабых звеньев криптоалгоритмов;
3) дифференциальный криптоанализ – основан на анализе зависимости изменения шифрованного текста от изменения исходного текста;
4) линейный криптоанализ – метод, основанный на поиске линейной аппроксимации между исходным и шифрованным текстом.

Математические модели безопасности. Математическая модель в информационной безопасности – это описание сценариев в виде последовательности действий нарушителей и соответствующих ответных мер. Приближения таких моделей описывают процессы взаимодействия нарушителя с системой защиты и возможные результаты действий. Хорошо изучены математическая модель информационных атак на автоматизированные системы, обеспечивающая возможность представления несанкционированных действий нарушителей в виде графовых структур; математическая модель процесса выявления атак, базирующаяся на конечных автоматных распознавателях и позволяющая эффективно выявлять известные и новые типы атак; математическая модель процесса оценки рисков безопасности, позволяющая вычислять значение риска с учетом уровня ущерба от атаки, а также вероятности ее реализации; математическая модель политики информационной безопасности подсистемы эталонной автоматизированной системы обработки данных на основе эталонной модели защищенной автоматизированной системы.

При математическом моделировании защиты информации используются такие разделы математики, как теория вероятностей и случайных процессов, эволюционное моделирование, теория графов, теория автоматов и сетей Петри, теория игр и теория конфликтов, теория катастроф, теория нечетких множеств. Так, например, в математических моделях безопасности компьютерных систем понятие автомата используется для описания свойств системы защиты, ее отдельных элементов или компьютерной системы в целом; элементы теории графов широко используются в математических моделях безопасности компьютерных систем для представления траекторий состояний функционирования системы, матрицы доступов систем дискреционного разграничения доступа.

Как привило, результатами моделирования являются: оценка возможности реализации различных угроз на информационные системы и проведения атак на них; количественная оценка качества функционирования системы защиты;

оценка экономической эффективности применения средств защиты информации; структура построения системы защиты информационной системы.

Нейросетевые технологии. В последнее время проводится ряд исследований по применению нейронных сетей для решения различных задач информационной безопасности: обнаружение вторжений и атак на автоматизированные информационные системы, аудит баз данных, эвристическое детектирование вредоносных атак и новых типов вирусов, анализ поведения злоумышленника, выявления аномалий в действиях пользователей, криптография и стеганография, биометрия, кластеризация пользователей информационной системы для формирования ролей в ролевой политике управления доступом, анализ тональности текста и многое другое.

В задачах искусственного интеллекта применяются знания и умения из таких областей математики, как математическое моделирование, численные методы, методы оптимизации.

Нейронные сети имеют ряд преимуществ перед традиционными вычислительными методами: решение задач при неизвестных закономерностях, точность решения при зашумлённых исходных данных, работоспособность в непредвиденных ситуациях, возможность учёта максимального числа разнородных факторов, взломоустойчивость, быстродействие за счёт использования массового параллелизма обработки информации, возможность извлечения знаний, обучения и самоорганизации. Именно эти свойства и делают нейронные сети привлекательными в обеспечении защиты данных.

Наиболее часто в задачах защиты информации используются сети Кохонена, многослойные сверточные сети глубокого обучения, рекуррентные сети, нейронные сети адаптивного резонанса. Для решения сложных задач создаются нейронные сети, включающие в свою архитектуру различные виды нейронных сетей, каждая из которых предназначена для решения определенной подзадачи.

Развитие и широкое распространение информационных технологий сопровождается совершенствованием методов несанкционированного доступа к информации, поэтому весьма остро стоит задача разработки новых методик защиты и использования новейших достижений в различных областях математических знаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Введение в криптографию / Под. ред. Ященко В.В. – М.: МЦНМО, 2012.

2. Щеглов А.Ю., Щеглов К.А. Математические модели и методы формального проектирования системы защиты информационных систем : учеб. пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2015.

3. Волчихин В.И., Иванов А.И., Фунтиков В.А. Быстрые алгоритмы обучения нейросетевых механизмов биометрико-криптографической защиты информации. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2005.

УДК 378.1

О РЕЗУЛЬТАТАХ РАБОТЫ КАФЕДРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТВЕРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА В 2018 ГОДУ

Юрий Владимирович Шеретов
Тверской государственный университет, Тверь
E-mail: Sheretov.YV@tversu.ru

Ключевые слова: *учебно-методическая работа, научно-исследовательская работа, реализация программ подготовки бакалавров и магистров в вузе, государственная аккредитация вуза.*

Аннотация. В работе проанализированы результаты учебно-методической и научно-исследовательской работы кафедры математического анализа Тверского государственного университета в 2018 году.

Кафедра математического анализа является одной из старейших кафедр в Тверском государственном университете. На ней работали многие выдающиеся ученые и педагоги в области математики, в частности профессора Алексей Иванович Маркушевич, Павел Петрович Коровкин, Николай Алексеевич Давыдов, Владимир Николаевич Никольский, Александр Моисеевич Рубинов, Лев Васильевич Тайков, Владимир Георгиевич Шеретов. Традиции обучения студентов, заложенные в предыдущие годы, сохраняются нынешним составом кафедры. В настоящее время на ней работают:

1. Шеретов Юрий Владимирович − доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой;
2. Баранова Ольга Евгеньевна − кандидат физико-математических наук, доцент;
3. Голубев Александр Анатольевич − кандидат физико-математических наук, доцент;
4. Граф Сергей Юрьевич − кандидат физико-математических наук, доцент;
5. Куженькин Сергей Николаевич − кандидат физико-математических наук, доцент;
6. Игнатьев Геннадий Альбертович − старший преподаватель;
7. Рычкова Людмила Евгеньевна − специалист по учебно-методической работе.

За кафедрой закреплены две программы обучения студентов:

1. Программа подготовки магистров «Преподавание математики и информатики» по направлению 02.04.01 − Математика и компьютерные науки (руководитель − профессор Шеретов Ю.В.);
2. Программа подготовки бакалавров по направлению 01.03.01 − Математика, профиль «Преподавание математики и информатики» (руководитель − доцент Голубев А.А.).

В первом полугодии кафедра основательно подготовилась к предстоящей аккредитации вуза. Составлены макеты основных образовательных программ, собрана вся необходимая документация. Все преподаватели кафедры прошли повышение квалификации в ТвГУ по программе «Использование средств информационно-коммуникационных технологий в электронной информационно-образовательной среде образовательной организации высшего образования» в объёме 24 часа. Обе образовательные программы прошли государственную аккредитацию (Приказ Рособрнадзора № 1287 от 19.09.2018).

Под руководством преподавателей кафедры выпускные квалификационные работы успешно защитили 12 студентов. Летом 2018 г. произведен набор 15 студентов на бюджетные места и 1 студента на платное место направления 01.03.01 - Математика, профиль «Преподавание математики и информатики». В 2018 году кафедра опубликовала четыре сборника научных статей [1−4]. Это – рекордный показатель за многие годы. Кроме того, выпущено одно учебное пособие с грифом УМУ [5]. Научная работа на кафедре ведется по следующим направлениям:

1. Теория функций комплексной переменной (С.Ю. Граф, А.А. Голубев, О.Е. Баранова);
2. Математический и численный анализ уравнений гидродинамики (Ю.В. Шеретов);
3. Методика преподавания математики (А.А. Голубев, О.Е. Баранова, Г.А. Игнатьев);
4. Нелинейный анализ (С.Н. Куженькин);
5. Математическая экономика (А.А. Голубев);
6. Математические задачи геофизики (С.Ю. Граф).

В 2018 году членами кафедрами были опубликованы одна статья в журнале, входящем в Scopus [6], а также 4 статьи в журналах из перечня ВАК [7−10]. Еще 17 научных работ представлены в РИНЦ. Под руководством преподавателей кафедры студенты Д.И. Асонов, А.А. Гусаров, Ю.А. Крылова, Н.В. Реброва, А.А. Цветков также опубликовали результаты своих исследований. Перечислим наиболее значимые научные результаты:

1. Построены точные решения квазигидродинамической системы, подчиняющиеся обобщенному условию Громеки–Бельтрами. Эти решения удовлетворяют также системе Навье–Стокса и были найдены ранее для неё другим способом. В нестационарном случае они обобщают известное решение Джеффри Инграма Тейлора.
2. Методом энергетических неравенств доказана единственность классического решения основной начально-краевой задачи для упрощённой квазигидродинамической системы. Эта диссипативная система описывает медленные течения слабосжимаемой вязкой жидкости.
3. Для сохраняющих ориентацию гармонических в единичном круге функций получены аналоги условий однолистности Нехари в терминах обобщенного определения производной Шварца. Доказаны достаточные условия однолистности и локально равномерной однолистности. Эффективность результатов проиллюстрирована примерами.
4. Получены оценки гауссовой кривизны и площади непараметрических минимальных поверхностей, определяемых квазиконформными гармоническими отображениями единичного круга. Показана точность оценок.
5. Разработана методика применения быстрого преобразования Фурье для эффективной реализации вейвлет-преобразования сейсмической записи

с целью выявления частотно-временных особенностей и спектральной декомпозиции записи. Методика реализована в рамках модуля «Спектральная декомпозиция» пакета интерпретационных программ «ИНПРЕС» в ОАО «ЦГЭ» (холдинг «Росгеология», Москва).
6. Построен пример неустойчивого гармонического отображения, в котором случаю трансверсального пересечения нулевой линии Якобиана и ортогональных траекторий отвечает особенность, отличная от точки сборки и точки складки.
7. Раскрыт комплекс финансово-экономических проблем в управлении многоквартирными домами и причины общей экономической неэффективности жилищно-коммунального хозяйства современной России, определены пути решения указанных задач.
8. Доказана гипотеза об искажении для мультипликативных симметризаций голоморфных однолистных функций, принадлежащих некоторому подклассу класса S.
9. Разработана методика нахождения корней алгебраических уравнений третьей и четвёртой степени.

Преподаватели и студенты приняли участие в научных конференциях различного уровня:

1. Восьмой международной научной конференции «Химическая термодинамика и кинетика» (Тверь, Тверской государственный университет, 28.05.2018 – 01.06.2018);
2. Международной школе-конференции «Комплексный анализ и его приложения», посвященной 90-летию со дня рождения И.П. Митюка (Геленджик, Кубанский государственный университет, 02.06.2018 − 09.06.2018);
3. V Международной научной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», посвященной 80-летию А.М. Нахушева (Нальчик, Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, 04.12.2018 − 07.12.2018);
4. Вторая Всероссийской научно-практической конференции «Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области» (Тверь, Тверской государственный университет, 21.04.2018).

Кафедра активно сотрудничала с другими организациями, как в нашей стране, так и за рубежом. Доцент А.А. Голубев был председателем Тверской региональной общественной организации «Ассоциация учителей и преподавателей математики Тверской области». Кроме того, он участвовал в реализации проекта РФФИ № 18-010-00090 «Исследование финансово-экономических аспектов деятельности управляющих компаний в жилищно-коммунальном хозяйстве и разработка предложений по повышению их финансовой устойчивости». В рамках этого проекта опубликованы три статьи (в соавторстве) в журналах из перечня ВАК [8−10]. Голубев А.А. получил Благодарность Законодательного Собрания Тверской области «За большой вклад в развитие и совершенствование образовательного процесса, подготовку высококвалифицированных специалистов». Доцент С.Ю. Граф участвовал в реализации проекта Российского научного фонда № 17-11-01229 «Аналитические и гармонические инъективные отображения, их обобщения и приложения». В рамках этого проекта опубликована статья в Scopus совместно с сотрудниками Петрозаводского государственного университета и Индийского института статистики (г. Ченнай) [6]. Доцент О.Е. Баранова награждена Почетной грамотой Законодательного Собрания Тверской области «За большой вклад в развитие и совершенствование образовательного процесса, подготовку высококвалифицированных специалистов».

Таким образом, в 2018 году коллективом кафедры математического анализа внесен заметный вклад в развитие образования и науки Тверской области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

6. Столетие физико-математического образования в Верхневолжском регионе. Тверь: Тверской государственный университет, 2018. 116 с. https://elibrary.ru/item.asp?id=32625246 .

7. Перспективы развития математического образования в Твери и Тверской области. Тверь: Тверской государственный университет, 2018. 235 с. https://elibrary.ru/item.asp?id=34885343 .

8. Преподавание математики в школах Тверского региона. Тверь: Тверской государственный университет, 2018. Вып. 3. 196 с. https://elibrary.ru/item.asp?id=35462998 .

9. Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь: Тверской государственный университет, 2018. 52 с. https://elibrary.ru/contents.asp?id=36470718 .

10. Голубев А.А., Спасская Т.А. Практикум по элементарной математике. Тверь: Тверской государственный университет, 2018. 176 с. https://elibrary.ru/item.asp?id=36383531 .

11. Graf S.Yu., Ponnusamy S., Starkov V.V. Univalence criterion for harmonic mappings and Φ-like functions // Complex Variables and Elliptic Equations. 2018. V.63, Issue 12. P.1767 − 1779. http://doi.org/10.1080/17476933.2017.1409741 .

12. Шеретов Ю.В. О точных решениях квазигидродинамической системы, удовлетворяющих обобщенному условию Громеки−Бельтрами // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2018. № 3. С. 5 − 18. https://elibrary.ru/item.asp?id=35660173 , https://doi.org/10.26456/vtpmk507 .

13. Сухарев А.Н., Голубев А.А., Карасева Л.А. Финансовый механизм управляющих организаций в сфере ЖКХ: проблемы деформации // Финансы и кредит. 2018. Т. 24, № 5 (773). С. 1063 − 1078. https://elibrary.ru/item.asp?id=34998667 .

14. Сухарев А.Н., Голубев А.А., Карасева Л.А. Управляющие организации в сфере ЖКХ: организационно-правовые формы и количественные показатели объекта обслуживания // Финансы и кредит. 2018. Т. 24. № 6 (774). С. 1387 − 1402. https://elibrary.ru/item.asp?id=35154969 .

15. Сухарев А.Н., Голубев А.А., Карасева Л.А. О финансовом положении и финансовых результатах деятельности управляющих компаний в сфере ЖКХ в современной России // Финансы и кредит. 2018. Т. 24. № 8 (776). С. 1799 − 1813. https://elibrary.ru/item.asp?id=35419678 .

Научное издание

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТВЕРИ И ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ

Материалы
III Всероссийской научно-практической конференции

Тверь, 29-30 марта 2019 года

Отпечатано с авторских оригиналов

Подписано в печать 18.03.2019. Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$.
Усл. печ. л. 13,625. Тираж 200 экз. Заказ № 80.
Редакционно-издательское управление
Тверского государственного университета
Адрес: Россия, 170100, г. Тверь, Студенческий пер., д. 12, кор. Б.
Тел. РИУ: (4822) 35-60-63.