

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ОЛИМП 2019  
Школьная олимпиада математического факультета ТвГУ

9-10 классы

**Задача 1.** (4 балла) Найти сумму

$$\frac{2018}{1 \cdot 3} + \frac{2018}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2018}{2017 \cdot 2019}.$$

**Задача 2.** (4 балла) Решить неравенство

$$\sqrt{-2x - 4} - \sqrt{x^2 - 2x - 8} \geq x^2 - 4.$$

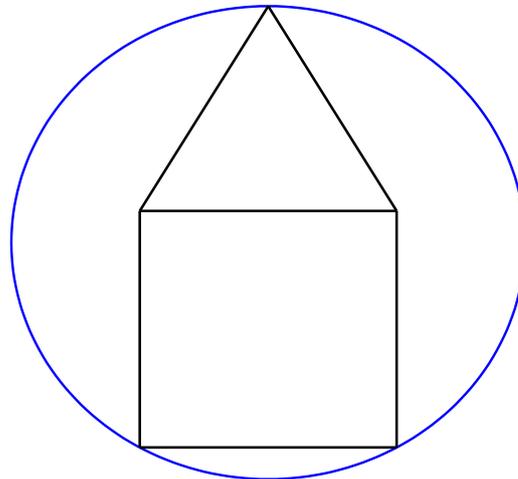
**Задача 3.** (4 балла) Доказать, что для любого простого числа  $p > 100$  число  $p^2 + 2$  является составным.

**Задача 4.** (4 балла) Доказать, что

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{2018} > 0$$

при всех значениях  $x$ .

**Задача 5.** (4 балла) Составленный из равностороннего треугольника и квадрата "домик" вписан в окружность (см. рисунок). Сторона квадрата равна  $a$ . Найти длину описанной окружности.



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ОЛИМП 2019  
Школьная олимпиада математического факультета ТвГУ

11 класс

**Задача 1.** (4 балла) Найти сумму

$$\frac{2018}{1 \cdot 3} + \frac{2018}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2018}{2017 \cdot 2019}.$$

**Задача 2.** (4 балла) Решить неравенство

$$\sqrt{-2x - 4} - \sqrt{x^2 - 2x - 8} \geq x^2 - 4.$$

**Задача 3.** (4 балла) Найти все простые числа  $p$ , для которых число  $p^4 + 8$  также является простым.

**Задача 4.** (4 балла) Найти максимум функции  $z = 3x + y$  при условии, что  $y \leq -|8 - 4x|$ .

**Задача 5.** (4 балла) Две окружности пересекаются в двух точках  $K$  и  $M$ . Прямая касается обеих окружностей в точках  $A$  и  $B$  (см. рисунок). Доказать, что сумма углов  $\angle AKB$  и  $\angle AMB$  равна 180 градусов.

