

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Тверской государственный университет»

Институт непрерывного образования

Отделение развития профессиональной компетентности преподавателей  
вузов

УТВЕРЖДАЮ

\_\_\_\_\_  
А. В. Белоцерковский

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.  
М. П.

**Фундаментальная математика в современном научном и  
образовательном пространствах**

Программа курсов повышения квалификации

Разработчики программы:

Цирулев А.Н., д.ф.-м.н., доц., зав. кафедрой математических методов  
современного естествознания, Солдатенко И.С., к.ф.-м.н., доц., зам. декана  
ф-та ПМиК по научной работе и информатизации, Могилевский И.Ш.,  
к.ф.-м.н., доц., доцент кафедры функционального анализа и геометрии,  
Рыбаков М.Н., к.ф.-м.н., доц., доцент кафедры функционального анализа и  
геометрии, Чемарина Ю.В., к.ф.-м.н., доц., декан математического ф-та.

Составитель учебно-тематического плана:

Чемарина Ю.В., к.ф.-м.н., доц., декан математического ф-та.

Тверь, 2016

## **1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ**

1.1. Категория слушателей, на обучение которых рассчитана программа повышения квалификации: преподаватели вузов.

1.2. Сфера применения слушателями полученных профессиональных компетенций, умений, знаний: научная-исследовательская деятельность и учебно-методическая работа в вузе.

## **2. ХАРАКТЕРИСТИКА ПОДГОТОВКИ ПО ПРОГРАММЕ**

2.1. Нормативный срок освоения программы – 24 часа.

2.2. Режим обучения – 4 часа в неделю.

2.3. Форма обучения: без отрыва от работы.

## **3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ**

Слушатель, освоивший программу, должен:

3.1. обладать профессиональными компетенциями:

1) Способность к использованию теорем Курта Гёделя о неполноте (формальной арифметики) и теореме Альфреда Тарского о невыразимости истины (в формальной арифметике) для решения задач в области математической логики и оснований математики.

Иметь представление о:

- содержательных формулировках теорем К. Гёделя о неполноте формальной арифметики;
- содержательной формулировке теореме А. Тарского о невыразимости истины в формальной арифметике;
- идеях их доказательства.

Знать:

- систему понятий, которая используется при формулировке теорем К. Гёделя и А. Тарского;
- принципы, лежащие в основе доказательства этих теорем.

Уметь:

- определять границы применимости теорем К. Гёделя и А. Тарского;
- проверять выполнение условий этих теорем для естественнонаучных теорий.

Владеть:

- приёмами построения гёделевой нумерации.

2) Готовность использовать в научно-исследовательской деятельности и учебно-методической работе современные Интернет-технологии и алгоритмы интеллектуальной оптимизации.

Иметь представление о:

- массовых открытых онлайн-курсах (МООС) и их принципах работы;
- принципах работы алгоритмов интеллектуальной оптимизации;
- основных понятиях теории нечёткостей и нечёткого вывода.

Знать:

- перечень основных платформ МООС;
- некоторые алгоритмы интеллектуальной оптимизации;
- принципы построения моделей нечёткого вывода.

Уметь:

- использовать МООС в своей работе и в целях самообразования;
- применять алгоритмы интеллектуальной оптимизации для решения оптимизационных задач;
- строить и решать простейшие задачи нечёткого вывода.

Владеть:

- навыками поиска, тематического подбора и использования МООС в учебной работе и целях самообразования;
- основными методами интеллектуальной оптимизации;
- моделями нечёткого вывода и методами их решения.

3) Готовность к построению и анализу математических моделей природных явлений и процессов.

Иметь представление о:

- способах построения математических моделей движения жидкости;
- основах теории групп.

Знать:

- математическую теорию поля;
- теорию интеграла Лебега;
- основы дифференциальной геометрии;
- основные понятия и современные формулировки основных результатов теории групп.

Уметь:

- строить математические модели природных явлений и процессов на основе законов физики и математических методов;
- анализировать полученные математические модели;
- делать выводы о применимости математических моделей к конкретным природным явлениям;
- применять методы теории групп Ли в прикладных задачах.

Владеть:

- принципами и методами построения и анализа математических моделей;
- навыками поиска научной информации по математическому моделированию с помощью современных средств коммуникации;
- современными подходами к преподаванию теории групп.

#### 4. СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ

№ п/п	Наименование модулей, разделов и тем	Всего, час.	В том числе:	
			Лекции	Практические занятия (семинары), лабораторные работы
1	Теоремы К. Гёделя о неполноте формальной арифметики	6	4	2
2	Современные Интернет-технологии. Нёчеткие системы и мягкие вычисления	6	4	2

3	Математические задачи гидродинамики	6	4	2
4	Теория групп и симметрия	6	4	2
	<b>Итого</b>	<b>24</b>	<b>16</b>	<b>8</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### 5.1. Учебно-тематический план программы

№ п/п	Наименование модулей, разделов и тем	Всего, час.	В том числе:	
			Лекции	Практические занятия (семинары), лабораторные работы
<b>1</b>	<b>Модуль 1. Теоремы К. Гёделя о неполноте формальной арифметики</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>
	Тема 1. Гёделева нумерация. Первая и вторая теорема Гёделя о неполноте.	4	2	2
	Тема 2. Теорема Тарского о невыразимости истины.	2	2	0
<b>2</b>	<b>Модуль 2. Современные Интернет-технологии. Нёчеткие системы и мягкие вычисления</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>
	Тема 1. История возникновения и развития Интернета и MOOC, как одного из его сервисов.	2	2	0
	Тема 2. Алгоритмы интеллектуальной оптимизации. Основы теории нечёткостей. Нечёткий вывод.	4	2	2
<b>3</b>	<b>Модуль 3. Математические задачи гидродинамики</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>
	Тема 1. Математическая постановка задач о движении идеальной и вязкой жидкостей	2	2	0
	Тема 2. Математический анализ системы уравнений Навье-Стокса с различными краевыми условиями.	4	2	2
<b>4</b>	<b>Модуль 4. Теория групп и симметрия</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>
	Тема 1. Общие понятия теория групп	2	2	0
	Тема 2. Группы Ли. Симметрия	4	2	2
	<b>Итого</b>	<b>24</b>	<b>16</b>	<b>8</b>

## 5.2. Учебная программа по модулям

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения (по темам в дидактических единицах), наименование и тематика лабораторных работ, практических занятий (семинаров), самостоятельной работы, используемых образовательных технологий и рекомендуемой литературы
<b>1</b>	<b>Модуль 1. Теоремы К. Гёделя о неполноте формальной арифметики</b>	
	Тема 1. Гёделева нумерация. Первая и вторая теорема Гёделя о неполноте.	Понятие формальной теории. Аксиоматические теории. Формальное доказательство. Непротиворечивость. Полнота. Предварительная формулировка первой теоремы Гёделя. Аксиоматика Пеано. Теорема о представимости вычислимых функций. Идеи и схема доказательства. Понятие $\omega$ -непротиворечивой теории. Первая теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики в предположении её $\omega$ -непротиворечивости. Основная идея и схема доказательства. Теорема Гёделя в форме Россера (без предположения об $\omega$ -непротиворечивости формальной арифметики). Выразимость непротиворечивости формальной арифметики средствами формальной арифметики. Вторая теорема Гёделя о неполноте. Следствие из теорем Гёделя: перенесение теорем Гёделя на любые аксиоматические теории, содержащие в себе формальную арифметику Пеано.
	Тема 2. Теорема Тарского о невыразимости истины.	Выразимость истины. Теорема Тарского о невыразимости истины в арифметике Пеано. Следствия.
	<b>Практические занятия (семинары)</b>	Представимость арифметических функций в формальной арифметике. Построение гёделевой нумерации.
	<b>Самостоятельная работа</b>	Не предусмотрена.
	<b>Используемые образовательные технологии</b>	Традиционная лекция. Проблемная лекция. Практическое занятие.
	<b>Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы</b>	<p><b>Обязательная литература и источники:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. K. Gödel. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I. Monatshefte für Mathematik und Physik 38: 173 – 198. 1931.</li> <li>2. Мендельсон, Э. Введение в математическую логику. – М.: «Наука», 1984.</li> </ol> <p><b>Дополнительная литература и источники:</b></p>

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения (по темам в дидактических единицах), наименование и тематика лабораторных работ, практических занятий (семинаров), самостоятельной работы, используемых образовательных технологий и рекомендуемой литературы
		<p>1. Клини, С.К. Введение в метаматематику. – М.: Либроком, 2008.</p> <p>2. Клини, С.К. Математическая логика. – М.: «Мир», 1973.</p> <p>3. Успенский, В.А. Теорема Гёделя о неполноте. – М.: Наука, 1982.</p> <p>4. Ершов, Ю.Л. Математическая логика/ Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. – М.: Наука, 1987.</p> <p><b>Видеоматериалы:</b></p> <p>1. Академик Ю. Л. Ершов «Доказательность в математике», программа А. Гордона от 16 июня 2003 года. <a href="https://www.youtube.com/watch?v=iIQ0_CRCQfo">https://www.youtube.com/watch?v=iIQ0_CRCQfo</a></p> <p>2. Сосинский, А.Б. Теорема Геделя // Летняя школа «Современная математика». – Дубна, 2006. <a href="https://www.youtube.com/watch?v=kAAy57Vduuc">https://www.youtube.com/watch?v=kAAy57Vduuc</a></p> <p>3. Успенский, В.А. Теорема Гёделя о неполноте и четыре дороги, ведущие к ней // Летняя школа «Современная математика». – Дубна, 2007. <a href="https://www.youtube.com/watch?v=juxR7MLdHgE">https://www.youtube.com/watch?v=juxR7MLdHgE</a></p>
2	<b>Модуль 2. Современные Интернет-технологии. Нёчеткие системы и мягкие вычисления</b>	
	Тема 1. История возникновения и развития Интернета и MOOC, как одного из его сервисов.	История возникновения и развития Интернета. Massive Open Online Courses (MOOC) как один из ее сервисов: история, принципы работы.
	Тема 2. Алгоритмы интеллектуальной оптимизации. Основы теории нечёткостей. Нечёткий вывод.	Алгоритмы интеллектуальной оптимизации: основные идеи и сферы применения. Примеры: генетический, муравьиный, пчелиный, отжига, поиск гармонии, передвижением бактерий, роя частиц и др. Основные определения и понятия из теории нечёткостей: нечёткая величина, (параметризованные) функции распределения возможностей.
	<b>Практические занятия (семинары)</b>	Алгоритмы нечёткого вывода.
	<b>Самостоятельная работа</b>	Не предусмотрена.
	<b>Используемые образовательные технологии</b>	Проблемная лекция. Практическое занятие.
	<b>Перечень рекомендуемых</b>	<b>Обязательная литература и источники:</b>

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения (по темам в дидактических единицах), наименование и тематика лабораторных работ, практических занятий (семинаров), самостоятельной работы, используемых образовательных технологий и рекомендуемой литературы
	<b>учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы/ Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – М., Горячая Линия-Телеком, 2007.</li> <li>2. Заде, Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Наука, 1976.</li> </ol> <p><b>Дополнительная литература и источники:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Nguyen H.T., Walker E.A., Walker E. First Course in Fuzzy Logic. Third Edition. Chapman&amp;Hall/CRC, 2006.</li> </ol>
<b>3</b>	<b>Модуль 3. Математические задачи гидродинамики</b>	
	Тема 1. Математическая постановка задач о движении идеальной и вязкой жидкостей	Уравнение неразрывности. Уравнение Эйлера движения идеальной жидкости. Несжимаемая жидкость. Вязкая жидкость. Уравнения Навье-Стокса.
	Тема 2. Математический анализ системы уравнений Навье-Стокса с различными краевыми условиями.	Линеаризация уравнений Навье-Стокса. Обобщенное решение краевой задачи с условием прилипания на границе. Существование и единственность обобщенного решения. Гладкость обобщенного решения.
	<b>Практические занятия (семинары)</b>	Задача со свободной границей. Открытые вопросы математической гидродинамики.
	<b>Самостоятельная работа</b>	Не предусмотрена.
	<b>Используемые образовательные технологии</b>	Традиционная лекция. Проблемная лекция. Практическое занятие.
	<b>Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы</b>	<p><b>Обязательная литература и источники:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Лаврентьев, М.А. Проблемы гидродинамики и их математические модели/ М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М., Наука, 1973.</li> <li>2. Ладыженская, О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. – М., Наука, 1970.</li> </ol>
<b>4</b>	<b>Модуль 4. Теория групп и симметрия</b>	
	Тема 1. Общие понятия теория групп	Определение группы. Гомоморфизм групп. Факторгруппа. Конечные группы и теорема Лагранжа. Группа перестановок и теорема Кэли. Группы преобразований. Классические группы.



№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения (по темам в дидактических единицах), наименование и тематика лабораторных работ, практических занятий (семинаров), самостоятельной работы, используемых образовательных технологий и рекомендуемой литературы
	Тема 2. Группы Ли. Симметрия	Группы и алгебры Ли. Левоинвариантные векторные поля. Однопараметрические подгруппы. Матричные группы и алгебры Ли. Накрытия $SU(2) \rightarrow SO(3, R)$ и $SL(2, C) \rightarrow SO^+(1, 3)$ . Универсальное накрытие. Действия групп на множествах и группы преобразований. Понятие симметрии. Представления групп. Неприводимые представления.
	<b>Практические занятия (семинары)</b>	Представления групп $SU(2)$ и $SO(3)$ .
	<b>Самостоятельная работа</b>	Не предусмотрена.
	<b>Используемые образовательные технологии</b>	Традиционная лекция. Практическое занятие. Метод проектирования лекции. Метод визуализации.
	<b>Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы</b>	<b>Обязательная литература:</b> 1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. В 3-х т. – М.: МЦНМО, 2012. 2. Наймарк, М.А. Теория представлений групп. Изд.2. – М.: URSS, 2010. <b>Дополнительная литература:</b> 1. Шафаревич, И.Р. Основные понятия алгебры. – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 1999. 2. Вейль, Г. Симметрия. – М.: Наука, 1968.

## 6. ФОРМЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ МОДУЛЕЙ

Наименование модулей	Основные показатели оценки	Формы и методы контроля и оценки
Модуль 1. Теоремы К. Гёделя о неполноте формальной арифметики	Знание содержательных и математических формулировок теорем К. Гёделя и А. Тарского. Умение производить построение гёделевой нумерации, определять границы применимости этих теорем для естественнонаучных теорий.	Зачёт
Модуль 2. Современные Интернет-технологии. Нёчеткие системы и мягкие вычисления	Понимание предназначения и принципов работы МООС. Знание основных алгоритмов интеллектуальной оптимизации и методов нечеткого вывода. Умение применять алгоритмы интеллектуальной оптимизации для решения прикладных задач.	Зачёт

Модуль 3. Математические задачи гидродинамики	Знание основных алгоритмов построения математических моделей движения жидкости.	Зачёт
Модуль 4. Теория групп и симметрия	Знание основных понятий и идей теории групп, способов решения математических и физических задач методами теории групп. Умение решать краевые задачи с условиями на границе для уравнения Навье-Стокса. Умение вычислять компоненты левоинвариантных векторных полей на группах Ли, находить алгебры Ли матричных групп Ли.	Зачёт

СОГЛАСОВАНО:

Директор ИнНО

Руководитель отделения РПКПВ

Смирнов С.Н.

Хохлова О.Н.