

1. (2 балла). Есть три брата-акробата. Их средний рост – 1 метр 74 сантиметра. А средний рост двух из этих братьев: самого высокого и самого низкого – 1 метр 75 сантиметров. Какого роста средний брат? Ответ обоснуйте.

2. (3 балла). При каких  $a$  два многочлена  $f(x) = x^2 - 2x - a$ ,  $g(x) = x^2 + (1 + a)x + a$  имеют общий действительный корень?

3. (4 балла). Верно ли, что при любом натуральном  $n$  число  $n^3 + 11n - 1$  простое?

4. (4 балла). Докажите, что при целых  $n \geq 2$  и  $|x| < 1$  справедливо неравенство

$$2^n > (1 - x)^n + (1 + x)^n.$$

5. (5 баллов). Квадрат  $ABCD$  вписан в окружность  $\Gamma$ . На меньшей дуге  $CD$  окружности  $\Gamma$  выбрана произвольная точка  $M$ . Внутри квадрата отмечены такие точки  $K$  и  $L$ , что  $KLMD$  – квадрат. Найдите  $\angle AKD$ .

6. (5 баллов). Для всех действительных  $x$  и  $y$  функция одного переменного  $f$  удовлетворяет уравнению

$$f(2x^2 - y) - f(2x - xy) = f(x) + 4x^4 + y^2 - 5x^2 - x^2y^2 + 1.$$

Найдите  $f(5)$ , округлив при необходимости это число до двух знаков после запятой.