

1. (2 балла). При каких a уравнение $ax^2 + 2|x| + 1 = a^2$ имеют ровно 3 действительных корня?

2. (2 балла). На белой плоскости произвольным образом разбрызгана черная краска. Докажите, что на плоскости найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 2022.

3. (3 балла). В треугольнике ABC медиана BM равна высоте AH . Найдите угол MBC .

4. (4 балла). Найти все целочисленные решения уравнения

$$p(x + y) = xy,$$

где p — простое число.

5. (4 балла). При каком наименьшем натуральном x выражение

$$A = \sqrt{29 + \sqrt{x}} + \sqrt{29 - \sqrt{x}}$$

является целым числом?

6. (5 баллов). В круге радиуса R дана точка A на расстоянии $a < R$ от центра круга. Через точку A проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Найдите сумму квадратов длин хорд, отсекаемых этими прямыми, доказав, что она не зависит от положения прямых.