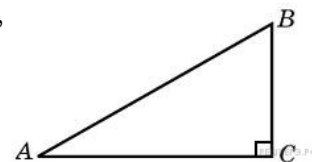


Треугольник

1. **Задание 3 № 27587.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 5 и 8.



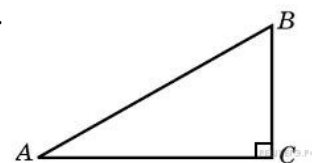
Решение.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 = 20 \text{ см}^2.$$

Ответ: 20.

2. **Задание 3 № 27588.** Площадь прямоугольного треугольника равна 16. Один из его катетов равен 4. Найдите другой катет.



Решение.

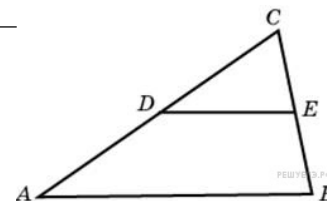
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Пусть неизвестный катет равен a . Тогда

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4 = 16 \text{ см}^2,$$

откуда $a = 8$ см.

Ответ: 8.

3. **Задание 3 № 27592.** Площадь треугольника ABC равна 4. DE — средняя линия. Найдите площадь треугольника CDE .



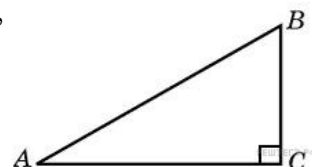
Решение.

Средняя линия отсекает от треугольника подобный ему с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия. Тогда

$$S = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \text{ см}^2.$$

Ответ: 1.

4. **Задание 3 № 27617.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10.



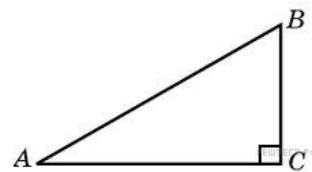
Решение.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. По теореме Пифагора $a^2 = 100 - 36 = 64$, $a = 8$, где a — второй катет. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24.$$

Ответ: 24.

5. Задание 3 № 27618. Площадь прямоугольного треугольника равна 24. Один из его катетов на 2 больше другого. Найдите меньший катет.



Решение.

Пусть x — меньший катет, тогда $x + 2$ — больший. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:

$$\frac{1}{2}x(x+2) = 24 \Leftrightarrow x(x+2) = 48 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ x = -8, \Leftrightarrow x = 6. \\ x > 0 \end{cases}$$

Ответ: 6.

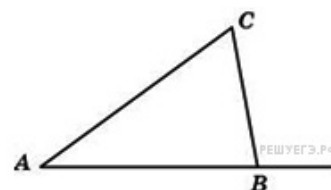
6. Задание 3 № 27704. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (2; 2), (8; 10), (8; 8).

Решение.

Длина стороны, соединяющей вершины с координатами (8; 10) и (8; 8), равна 2. Высота, проведенная из вершины с координатами (2; 2) к продолжению этой стороны, равна 6. Поэтому площадь треугольника равна половине произведения высоты на сторону, к которой она проведена. Поэтому площадь равна 6.

Ответ: 6.

7. Задание 3 № 27743. В треугольнике ABC угол A равен 40° , внешний угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



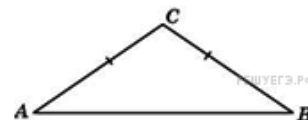
Решение.

Внешний угол треугольника равен сумме несмежных с ним углов этого треугольника. Поэтому

$$\angle C = \angle B_{\text{внешн}} - \angle A = 102^\circ - 40^\circ = 62^\circ.$$

Ответ: 62.

8. Задание 3 № 27744. В треугольнике ABC угол A равен 38° , $AC = BC$. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



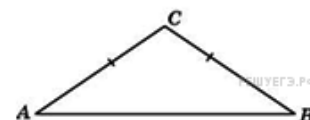
Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, углы при его основании равны. Поэтому

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 2\angle A = 104^\circ.$$

Ответ: 104.

9. Задание 3 № 27745. В треугольнике ABC угол C равен 118° , $AC = BC$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.



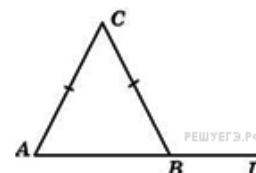
Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, углы при его основании равны. Поэтому

$$\angle A = \frac{180^\circ - \angle C}{2} = \frac{62^\circ}{2} = 31^\circ.$$

Ответ: 31.

10. Задание 3 № 27746. В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 52° . Найдите внешний угол CBD . Ответ дайте в градусах.



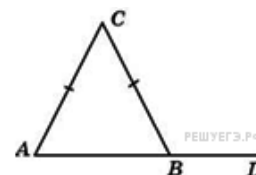
Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, углы при его основании равны. Поэтому

$$\angle CBD = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - \frac{180^\circ - \angle C}{2} = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ.$$

Ответ: 116.

11. Задание 3 № 27747. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 122° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



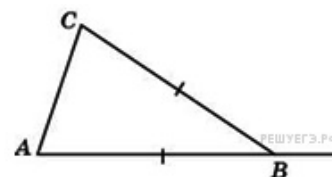
Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, углы при его основании равны. Поэтому

$$\angle C = 180^\circ - 2\angle B = 180^\circ - 2(180^\circ - \angle CBD) = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ.$$

Ответ: 64.

12. Задание 3 № 27748. В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 138° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



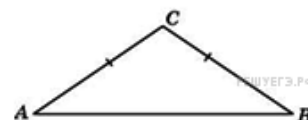
Решение.

так как треугольник ABC равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle C = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - 138^\circ)}{2} = 69^\circ.$$

Ответ: 69.

13. Задание 3 № 27750. Один из углов равнобедренного треугольника равен 98° . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в градусах.



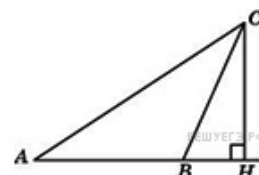
Решение.

Углы при основании равнобедренного равны и являются острыми углами. Тогда данный в условии угол является углом при вершине, откуда

$$\angle A = \frac{180^\circ - 98^\circ}{2} = 41^\circ.$$

Ответ: 41.

14. Задание 3 № 27757. В треугольнике ABC угол A равен 30° , CH — высота, угол BCH равен 22° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

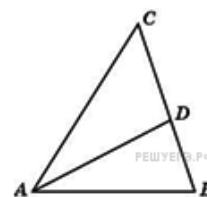


Решение.

$$\angle ACB = \angle ACH - \angle BCH = (90^\circ - \angle A) - \angle BCH = (90^\circ - 30^\circ) - 22^\circ = 38^\circ.$$

Ответ: 38.

15. Задание 3 № 27758. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 50° , угол CAD равен 28° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



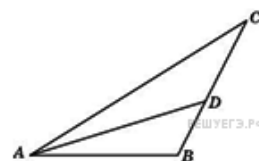
Решение.

так как AD — биссектриса, она делит угол пополам. Имеем

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 2\angle CAD - \angle C = 180^\circ - 2 \cdot 28^\circ - 50^\circ = 74^\circ.$$

Ответ: 74.

16. Задание 3 № 27759. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 30° , угол BAD равен 22° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.

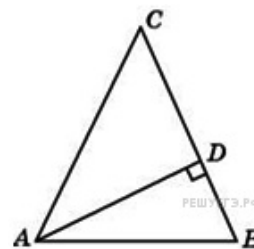


Решение.

Поскольку AD — биссектриса $\angle CAD = \angle BAD = 22^\circ$. Угол ADB является внешним углом треугольника ADC , поэтому он равен сумме двух не смежных с ним углов: $\angle ADB = \angle CAD + \angle ACD = 52^\circ$.

Ответ: 52.

17. Задание 3 № 27760. В треугольнике ABC $AC = BC$, AD — высота, угол BAD равен 24° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



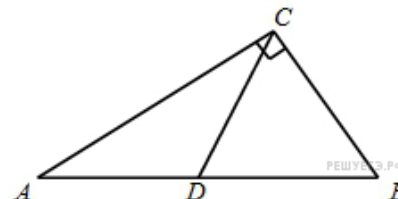
Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы при его основании равны.

$$\angle C = 180^\circ - 2\angle B = 180^\circ - 2(90^\circ - \angle BAD) = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ.$$

Ответ: 48.

18. Задание 3 № 27761. В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90° , угол B равен 58° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



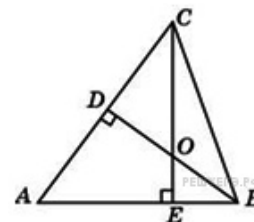
Решение.

CD — медиана в прямоугольном треугольнике, значит, $CD = AD = BD$. Тогда треугольник ACD — равнобедренный, углы при его основании равны.

$$\angle ACD = \angle A = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ.$$

Ответ: 32.

19. Задание 3 № 27762. В треугольнике ABC угол A равен 72° , а углы B и C — острые. BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



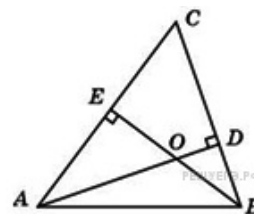
Решение.

Сумма углов в выпуклом четырехугольнике равна 360 градусам, следовательно,

$$\angle DOE = 360^\circ - \angle ADO - \angle OEA - \angle A = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 108^\circ.$$

Ответ: 108.

20. Задание 3 № 27763. Два угла треугольника равны 58° и 72° . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.



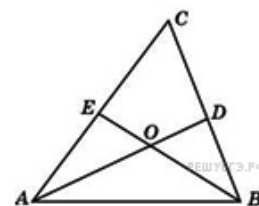
Решение.

Сумма углов в выпуклом четырёхугольнике равна 360 градусам, следовательно,

$$\begin{aligned} \angle DOE &= 360^\circ - \angle CDO - \angle CEO - \angle C = \\ &= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - (180^\circ - 58^\circ - 72^\circ) = 130^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 130.

21. Задание 3 № 27764. В треугольнике ABC угол C равен 58° , AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



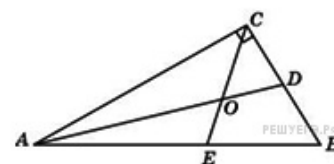
Решение.

Рассмотри угол AOB в треугольнике AOB :

$$\begin{aligned}\angle AOB &= 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ.\end{aligned}$$

Ответ: 119.

22. Задание 3 № 27765. Острый угол прямоугольного треугольника равен 32° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.

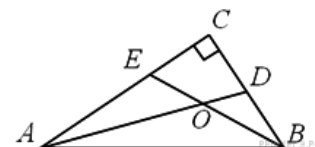


Решение.

$$\angle AOE = \frac{1}{2}(\angle C + \angle A) = \frac{90^\circ}{2} + \frac{32^\circ}{2} = 61^\circ.$$

Ответ: 61.

23. Задание 3 № 27766. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

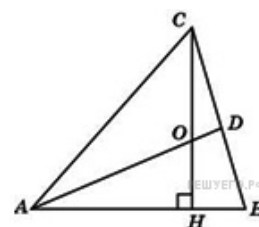


Решение.

$$\angle BOD = 180^\circ - \angle BOA = 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)\right) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

Ответ: 45.

24. Задание 3 № 27767. В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения CH и AD , угол BAD равен 26° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.



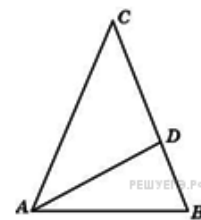
Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° , откуда:

$$\angle AOC = 180^\circ - \angle OAC - \angle ACO = 180^\circ - \angle BAD - (90^\circ - 2\angle BAD) = 90^\circ + \angle BAD = 90^\circ + 26^\circ = 116^\circ.$$

Ответ: 116.

25. Задание 3 № 27768. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD и $AB = AD = CD$. Найдите меньший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



Решение.

треугольник ADC — равнобедренный, значит, угол DAC равен углу ACD , как углы при его основании. треугольник ADB тоже равнобедренный, значит, угол ADB равен углу ABD , как углы при его основании, причем

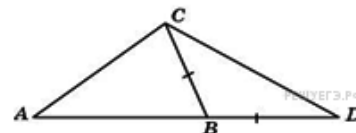
$$\angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - (180^\circ - 2\angle ACD) = 2\angle ACD.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 180^\circ \Leftrightarrow \angle BAD + \angle DAC + \angle ABD + \angle ACD = 180^\circ \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5\angle ACD = 180^\circ \Leftrightarrow \angle ACD = 36^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 36.

26. Задание 3 № 27769. В треугольнике ABC угол A равен 44° , угол C равен 62° . На продолжении стороны AB отложен отрезок $BD = BC$. Найдите угол D треугольника BCD . Ответ дайте в градусах.



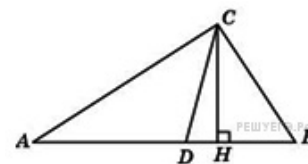
Решение.

Треугольник CBD — равнобедренный, значит, угол BDC равен углу BCD , как углы при его основании.

$$\begin{aligned} \angle D &= \frac{180^\circ - \angle CBD}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - \angle CBA)}{2} = \\ &= \frac{\angle CBA}{2} = \frac{180^\circ - \angle A - \angle ACB}{2} = \frac{74^\circ}{2} = 37^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 37.

27. Задание 3 № 27770. Острые углы прямоугольного треугольника равны 29° и 61° . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

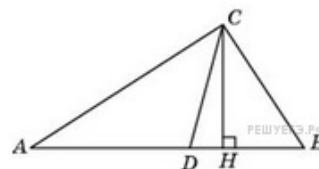


Решение.

$$\begin{aligned} \angle DCH &= \angle C - \angle ACD - \angle BCH = \angle C - \frac{\angle C}{2} - (90^\circ - \angle B) = \\ &= 90^\circ - 45^\circ - 29^\circ = 16^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

28. Задание 3 № 27771. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 21° . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



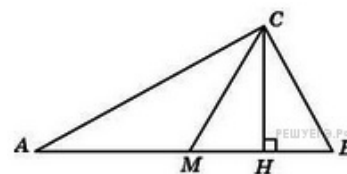
Решение.

Меньшим будет угол A , так как угол ACH в прямоугольном треугольнике ACH очевидно больше, чем угол HCB в прямоугольном треугольнике HCB . Рассмотрим треугольник ACH .

$$\angle A = 90^\circ - \angle ACH = 90^\circ - (\angle ACD + \angle DCH) = 90^\circ - (45^\circ + 21^\circ) = 24^\circ.$$

Ответ: 24.

29. Задание 3 № 27772. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



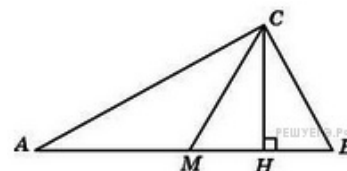
Решение.

Так как CM — медиана, то $AM = MC$ (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы A и ACM равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle MCH = \angle C - \angle ACM - \angle BCH = 90^\circ - 24^\circ - (90^\circ - 66^\circ) = 42^\circ.$$

Ответ: 42.

30. Задание 3 № 27773. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 40° . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение.

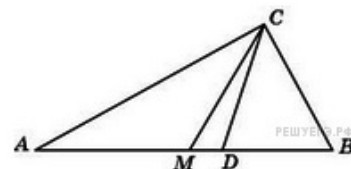
В прямоугольном треугольнике CHM угол C равен 40° , поэтому угол M равен 50° .

В треугольнике ACB прямоугольный, CM — медиана, опущенная из вершины прямого угла, следовательно, $CM = MB$ и углы B и MCB равны как углы при основании равнобедренного треугольника. Тогда

$$\angle B = \frac{180^\circ - \angle CMB}{2} = \frac{180^\circ - (90^\circ - \angle MCH)}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ.$$

Ответ: 65.

31. Задание 3 № 27774. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



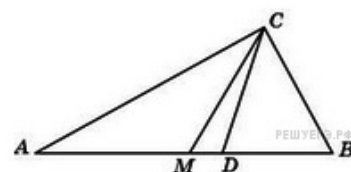
Решение.

Так как CM — медиана, то $AM = MC$ (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы A и ACM равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle MCD = \angle C - \frac{\angle C}{2} - \angle ACM = \frac{\angle C}{2} - \angle A = 45^\circ - 24^\circ = 21^\circ.$$

Ответ: 21.

32. Задание 3 № 27775. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



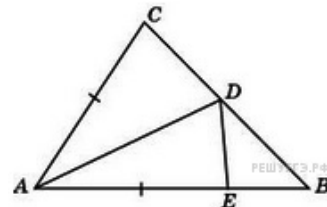
Решение.

Так как CM — медиана, то $AM = MC$ (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы A и ACM равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle A = \angle ACM = \angle C - \angle BCD - \angle MCD = 90^\circ - 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ.$$

Ответ: 31.

33. Задание 3 № 27776. В треугольнике ABC угол B равен 45° , угол C равен 85° , AD — биссектриса, E — такая точка на AB , что $AE = AC$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.



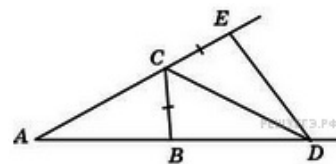
Решение.

треугольники CAD и EAD равны по двум сторонам и углу, лежащему между ними, значит, $\angle C = \angle DEA = 85^\circ$. Тогда

$$\angle BDE = 180^\circ - \angle B - \angle BED = 180^\circ - 45^\circ - (180^\circ - 85^\circ) = 40^\circ.$$

Ответ: 40.

34. Задание 3 № 27777. В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 86° , CD — биссектриса внешнего угла при вершине C , причем точка D лежит на прямой AB . На продолжении стороны AC за точку C выбрана такая точка E , что $CE = CB$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах



Решение.

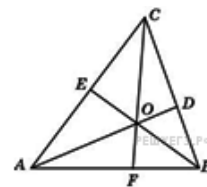
Треугольники CBD и ECD равны по двум сторонам и углу, лежащему между ними, значит, $\angle BDC = \angle CDE$. Тогда

$$\angle BDE = 2\angle BDC = 2(180^\circ - \angle BCD - \angle CBD).$$

Учитывая, что $\angle BCD = \angle BCE/2 = (\angle A + \angle B)/2 = 58^\circ$ и $\angle CBD = 180^\circ - \angle B = 94^\circ$, получим $\angle BDE = 56^\circ$.

Ответ: 56.

35. Задание 3 № 27778. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.

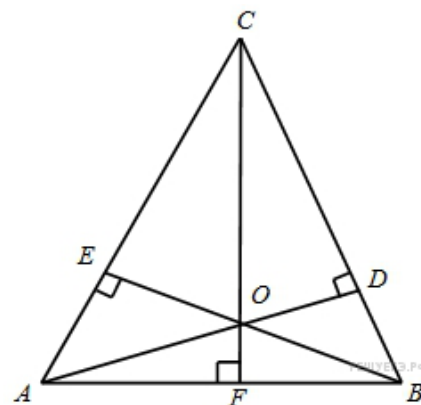


Решение.

$$\begin{aligned}\angle AOF &= 180^\circ - \angle OAF - \angle OFA = 180^\circ - \frac{\angle A}{2} - \left(180^\circ - \angle A - \frac{\angle C}{2}\right) = \\ &= \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle C}{2} = \frac{1}{2}(\angle A + 180^\circ - \angle A - \angle B) = 90^\circ - \frac{\angle B}{2} = 49^\circ.\end{aligned}$$

Ответ: 49.

36. Задание 3 № 27779. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.

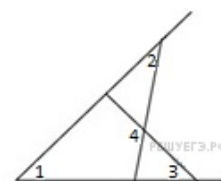


Решение.

Угол между высотами равен углу между сторонами, к которым они проведены: $\angle AOF = \angle B = 82^\circ$.

Ответ: 82.

37. Задание 3 № 27780. На рисунке угол 1 равен 46° , угол 2 равен 30° , угол 3 равен 44° . Найдите угол 4. Ответ дайте в градусах.



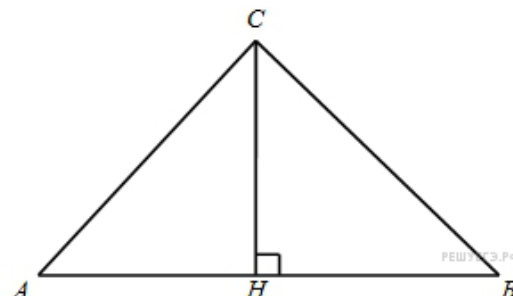
Решение.

сумма углов в выпуклом четырехугольнике равна 360° .

$$\angle 4 = 360^\circ - \angle 1 - (180^\circ - \angle 1 - \angle 2) - (180^\circ - \angle 1 - \angle 3) = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 120^\circ.$$

Ответ: 120.

38. Задание 3 № 27794. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 4$, высота CH равна $2\sqrt{3}$. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Решение.

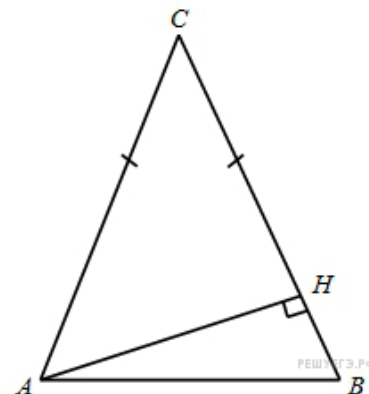
Высота в равнобедренном треугольнике является медианой, поэтому $AH = 2$. Рассмотрим треугольник AHC , по теореме Пифагора:

$$AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{4 + 12} = 4.$$

Угол ACH , лежащий против катета, равного половине гипотенузы, равен 30° . Поскольку искомый угол ACB вдвое больше, он равен 60° .

Ответ: 60.

39. Задание 3 № 27796. В треугольнике ABC $AC = BC = 6$, высота AH равна 3. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Рассмотрим треугольник AHC . Угол C лежит против катета, который равен половине гипотенузы, а значит, равен 30° .

Ответ: 30.

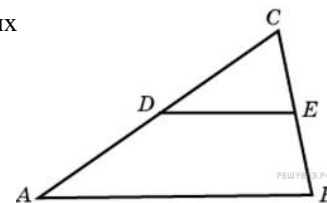
40. Задание 3 № 319058. Площадь треугольника ABC равна 12. DE – средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABDE$.

Решение.

Треугольник CDE подобен треугольнику CAB с коэффициентом 0,5. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому

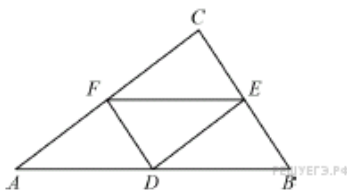
$$S_{CDE} = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3.$$

Следовательно, $S_{\text{трап}} = S_{ABC} - S_{CDE} = 12 - 3 = 9$.



Ответ: 9.

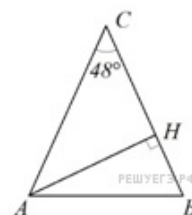
41. Задание 3 № 504229. Точки D , E , F – середины сторон треугольника ABC . Периметр треугольника DEF равен 5. Найти периметр треугольника ABC .



Решение.

Стороны треугольника FED являются средними линиями треугольника ABC , поэтому длины сторон треугольника ABC вдвое больше длин сторон треугольника FED . Следовательно, периметр треугольника ABC вдвое больше периметра треугольника FED , поэтому он равен 10.

42. Задание 3 № 509080. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB угол C равен 48° . Найдите угол между стороной AB и высотой AH этого треугольника.

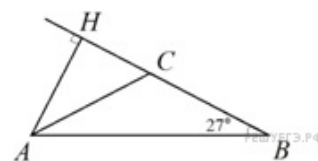


Решение.

Угол CBA равен $(180^\circ - 48^\circ) : 2 = 66^\circ$, поэтому искомый угол BAH равен $90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$.

Ответ: 24.

43. Задание 3 № 509109. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB угол B равен 27° . Найдите угол между стороной AC и высотой AH этого треугольника.

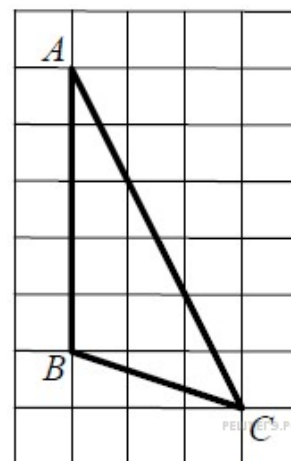


Решение.

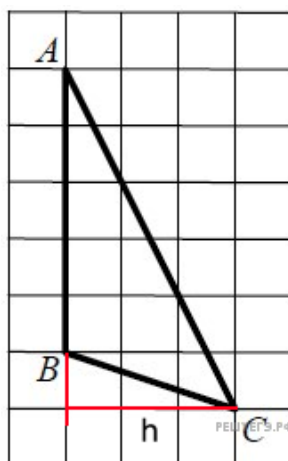
В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, поэтому угол CAB равен углу CBA и равен 27° . Рассмотрим треугольник ABH , он прямоугольный, сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° , откуда $\angle BAH = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$. Следовательно, искомый угол CAH равен $63^\circ - 27^\circ = 36^\circ$.

Ответ: 36.

44. Задание 3 № 512325. На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \cdot 1$ изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB .



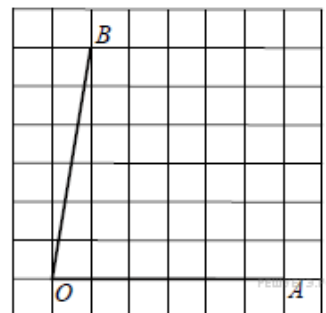
Решение.



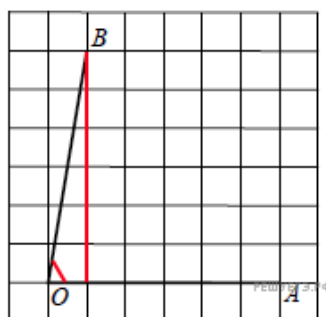
Если продолжить сторону AB , то можно увидеть, что высота, опущенная к данной стороне, будет равна 3

Ответ: 3

45. Задание 3 № 512346. На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \cdot 1$ изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



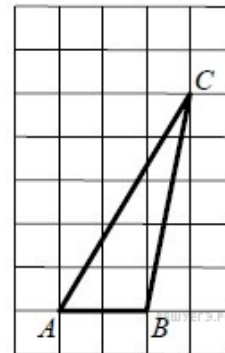
Решение.



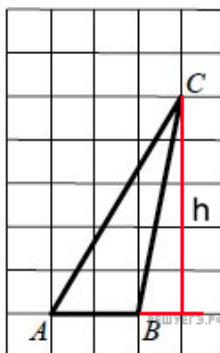
$$\operatorname{tg}(\angle BOA) = \frac{6}{1} = 6$$

Ответ: 6

46. Задание 3 № 512367. На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \cdot 1$ изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB .



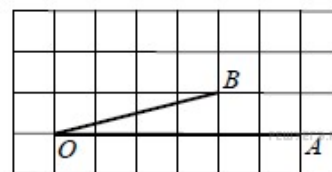
Решение.



Если продолжить сторону AB , то можно увидеть, что высота, опущенная на данную сторону, равна 5

Ответ: 5.

47. Задание 3 № 512388. На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \cdot 1$ изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



Решение.

Найдём тангенс этого угла:

$$\operatorname{tg}(\angle BOA) = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25.

