

### Числовые наборы на карточках и досках

**1. Задание 19 № 501694.** Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.

**2. Задание 19 № 509826.** На доске написано число 2015 и еще несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 5000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

а) Может ли на доске быть написано ровно 1009 чисел?

б) Может ли на доске быть написано ровно пять чисел?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

**3. Задание 19 № 501714.** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор  $-11, -7, -5, -4, -1, 2, 6$ . Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

**4. Задание 19 № 500005.** На доске написано число 7. Раз в минуту Вася дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске (таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т.д.).

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2012?

б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел на доске равняться 63?

в) Через какое наименьшее время на доске может появиться число 784?

**5. Задание 19 № 500017.** Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9 по одному записываю на 8 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

**6. Задание 19 № 500023.** Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 1?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

**7. Задание 19 № 500197.** Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 1?
- в) Каково наименьшее возможное значение полученного результата?

**8. Задание 19 № 505540.** На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно  $-5$ , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно  $-18$ .

- а) Сколько чисел написано на доске?
- б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
- в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?