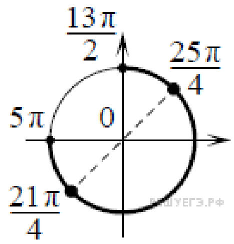
Уравнения смешанного типа

1. Задание 13 № 501689. а) Решите уравнение $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[5\pi, \dfrac{13\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Преобразуем исходное уравнение:



$$3^{\cos x} \cdot 5^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x} \Leftrightarrow 5^{\cos x} = 5^{\sin x} \Leftrightarrow \cos x = \sin x \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[5\pi, \dfrac{13\pi}{2}\right]$. Получим числа: $\dfrac{21\pi}{4}, \dfrac{25\pi}{4}$.

Ответ: а) $\dfrac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$, б) $\dfrac{21\pi}{4}, \dfrac{25\pi}{4}$.

2. Задание 13 № 505565. а) Решите уравнение $\dfrac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = 4^{2\cos^2 x - \cos x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{\pi}{6}\right]$.

Решение.

Заметим, что: $\dfrac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = \dfrac{3^{\cos x}}{3^{2\cos^2 x}} = 3^{\cos x - 2\cos^2 x}$. Далее имеем:

$$3^{\cos x - 2\cos^2 x} = 4^{2\cos^2 x - \cos x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2\cos^2 x - \cos x} = 4^{2\cos^2 x - \cos x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{12}\right)^{2\cos^2 x - \cos x} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{array}\right.$$

Заданному промежутку принадлежат числа $-\dfrac{3\pi}{2}, \quad -\dfrac{\pi}{2}, \quad -\dfrac{\pi}{3}$.

Ответ: а) $\left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi k,\ -\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k,\quad \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $-\dfrac{3\pi}{2}, \quad -\dfrac{\pi}{2}, \quad -\dfrac{\pi}{3}$.

3. Задание 13 № 509042. а) Решите уравнение $\log_3(\sin 2x+\cos(\pi-x)+9)=2.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.
а) Имеем:

$$\log_3(\sin 2x+\cos(\pi-x)+9)=\log_3 9 \quad\Leftrightarrow\quad \sin 2x-\cos x+9=9 \quad\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\quad \cos x(2\sin x-1)=0 \quad\Leftrightarrow\quad \left[\begin{array}{l}\cos x=0,\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right. \quad\Leftrightarrow\quad \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\\ x=(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z.\end{array}\right.$$

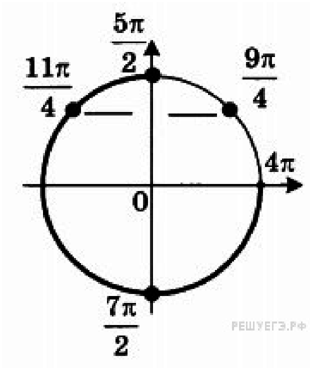
б) Из полученных решений в промежутке $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$ лежат числа $\frac{13\pi}{6},\ \frac{5\pi}{2},\ \frac{17\pi}{6},\ \frac{7\pi}{2}.$

Ответ: а) $x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ x=(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k,\quad k\in Z;$ б) $\frac{13\pi}{6},\ \frac{5\pi}{2},\ \frac{17\pi}{6},\ \frac{7\pi}{2}.$

4. Задание 13 № 511105. а) Решите уравнение $\left(49^{\cos x}\right)^{\sin x}=7^{\sqrt{2}\cos x}.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Решение.
а) Преобразуем уравнение:



$$7^{2\cos x\sin x}=7^{\sqrt{2}\cos x}\Leftrightarrow 2\sin x\cos x=\sqrt{2}\cos x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\cos x(2\sin x-\sqrt{2})=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0,\\ \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k,\\ x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,k\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$

б) С помощью единичной окружности отберём корни на отрезке $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Получаем: $\frac{5\pi}{2},\ \frac{11\pi}{4},\ \frac{7\pi}{2}.$

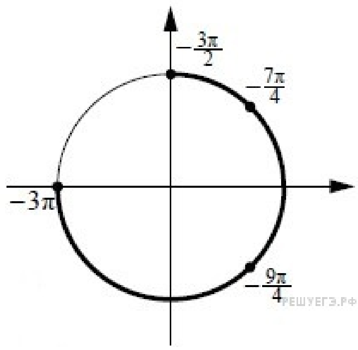
Ответ: а) $x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,k\in\mathbb{Z};$ б) $\frac{5\pi}{2},\ \frac{11\pi}{4},\ \frac{7\pi}{2}.$

5. Задание 13 № 512335. а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Последовательно получаем:



$$(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13\cos x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x = 1, \\ \cos x > 0, \end{cases}$$

откуда $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.

Получаем $-\frac{9\pi}{4}$ и $-\frac{7\pi}{4}$.

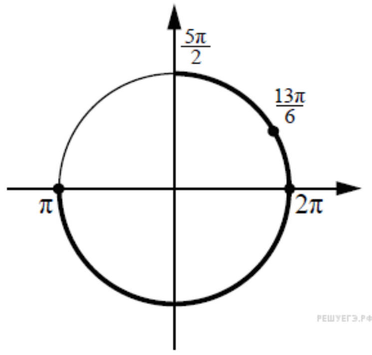
Ответ: а) $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$. б) $-\frac{9\pi}{4};\ -\frac{7\pi}{4}$.

6. Задание 13 № 512356. а) Решите уравнение $\left(2\cos^2 x + \sin x - 2\right)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Получаем:



$$\left(2\cos^2 x + \sin x - 2\right)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = 0, \\ \begin{cases} \operatorname{tg} x \geq 0, \\ 2\cos^2 x + \sin x - 2 = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = 0, \\ \begin{cases} \operatorname{tg} x \geq 0, \\ \sin x - 2\sin^2 x = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = 0, \\ \begin{cases} \operatorname{tg} x \geq 0, \\ \sin x(1 - 2\sin x) = 0, \end{cases} \end{array}\right.$$

откуда $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности. Получаем $\pi, 2\pi$ и $\frac{13\pi}{6}$.

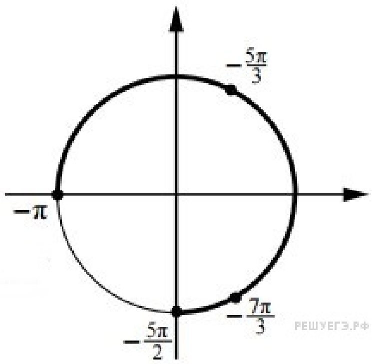
Ответ: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\pi, 2\pi$ и $\frac{13\pi}{6}$.

7. Задание 13 № 512377. а) Решите уравнение $(\mathrm{tg}^2 x - 3)\sqrt{11\cos x} = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Решение.

а) Последовательно получаем:



$$(\mathrm{tg}^2 x - 3)\sqrt{11\cos x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{tg}^2 x = 3, \\ \cos x > 0, \end{cases}$$

откуда $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$, отберём с помощью единичной окружности.

Получаем $-\frac{7\pi}{3}$ и $-\frac{5\pi}{3}$.

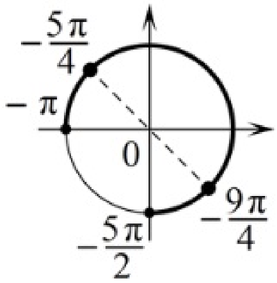
Ответ: а) $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $-\frac{7\pi}{3};\ -\frac{5\pi}{3}.$

8. Задание 13 № 501944. а) Решите уравнение $10^{\sin x} = 2^{\sin x} \cdot 5^{-\cos x}.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{-5\pi}{2}, -\pi\right]$.

Решение.

а) Преобразуем исходное уравнение:



$2^{\sin x} \cdot 5^{\sin x} = 2^{\sin x} \cdot 5^{-\cos x} \Leftrightarrow\ 5^{\sin x} = 5^{-\cos x}\ \Leftrightarrow\ \sin x = -\cos x\ \Leftrightarrow\ \mathrm{tg}\, x = -1,$

откуда $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{-5\pi}{2}, -\pi\right]$. Получим числа: $-\frac{9\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}.$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, б) $-\frac{9\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}.$

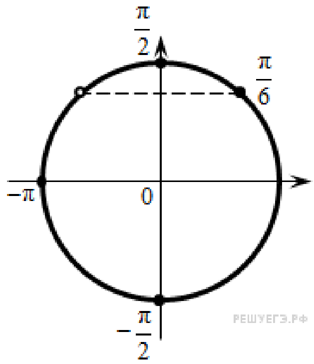
9. Задание 13 № 501729. а) Решите уравнение $(27^{\cos x})^{\sin x}=3^{\frac{3\cos x}{2}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi,\ \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем уравнение в виде

$$3^{3\cos x\sin x}=3^{\frac{3\cos x}{2}}\Leftrightarrow 3\cos x\sin x=\frac{3\cos x}{2}\Leftrightarrow \cos x\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)=0.$$



Значит, либо $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, либо $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi,\ \frac{\pi}{2}\right]$. Получим числа: $-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2}$.

Ответ: а) $x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2}$.

10. Задание 13 № 502313. а) Решите уравнение $(25^{\cos x})^{\sin x}=5^{\cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2},\ -\pi\right]$.

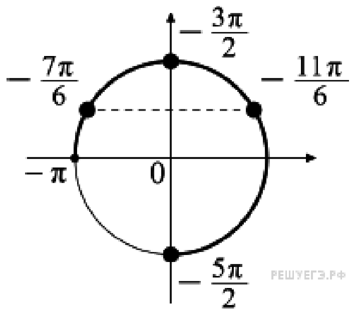
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$5^{2\sin x\cos x}=5^{\cos x}\Leftrightarrow 2\sin x\cos x=\cos x\Leftrightarrow \cos x\cdot(2\sin x-1)=0.$$

Значит, либо $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n,$ либо $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$ или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ \in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2},\ -\pi\right]$. Получим числа: $-\frac{5\pi}{2},\ -\frac{11\pi}{6},\ -\frac{3\pi}{2},\ -\frac{7\pi}{6}$.



Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2},-\frac{11\pi}{6},-\frac{3\pi}{2},-\frac{7\pi}{6}$.

11. Задание 13 № 505102. а) Решите уравнение $9^{\sin x}+9^{-\sin x}=\frac{10}{3}.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$.

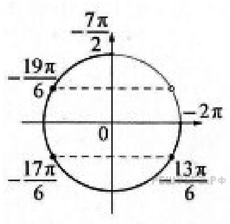
Решение.

а) Пусть $t=9^{\sin x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t+\frac{1}{t}=\frac{10}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3, \\ t=\frac{1}{3}. \end{array}\right.$

При $t=3$ получим: $9^{\sin x}=3 \Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+2\pi k, \\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k, \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}.$

При $t=\frac{1}{3}$ получим: $9^{\sin x}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k, \\ x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k, \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}.$

б) С помощью числовой окружности отберём корни принадлжащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$. Получим числа: $-\frac{19\pi}{6}, -\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}.$



Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k, \frac{5\pi}{6}+2\pi k, -\frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ б) $-\frac{19\pi}{6}, -\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}.$

12. Задание 13 № 505126. а) Решите уравнение

$$4^{\sin x}+4^{-\sin x}=\frac{5}{2}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

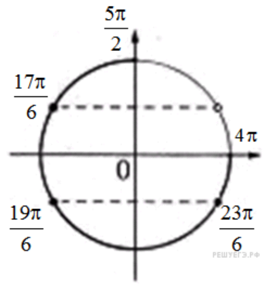
Решение.

а) Пусть $t=4^{\sin x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2,\\ t=\frac{1}{2}.\end{array}\right.$

При $t=2$ получим: $4^{\sin x}=2$, откуда $\sin x=\frac{1}{2}$; $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z},\\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$

При $t=\frac{1}{2}$ получим: $4^{\sin x}=\frac{1}{2}$, откуда $\sin x=-\frac{1}{2}$; $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z},\\ x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi l,\ l\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$

б) С помощью числовой окружности отберём корни принадлжащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.



Получим числа: $\frac{17\pi}{6};\ \frac{19\pi}{6};\ \frac{23\pi}{6}$.

Ответ:а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$ $-\frac{\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi l,\ l\in\mathbb{Z}.$

б) $\frac{17\pi}{6};\ \frac{19\pi}{6};\ \frac{23\pi}{6}$.

13. Задание 13 № 505236. а) Решите уравнение $\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}+\left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x}=2.$

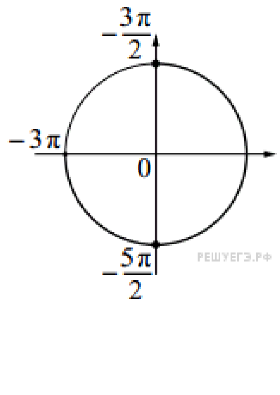
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi,-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Пусть $t=\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде

$$t+\frac{1}{t}=2\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}=1\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi,-\frac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{5\pi}{2},-\frac{3\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, б) $-\frac{5\pi}{2},-\frac{3\pi}{2}$.

14. Задание 13 № 505386. а) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\cos x}+3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x}-4=0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[4\pi,\,7\pi]$.

Решение.

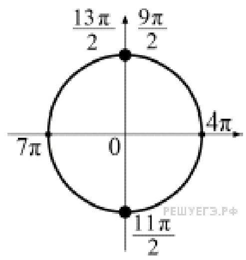
Сделаем замену $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x}$:

$$y^2+3y-4=0\Leftrightarrow(y+4)(y-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-4,\\ y=1.\end{array}\right.\text{Тогда,}\left[\begin{array}{l}\left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x}=-4,\\ \left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $[4\pi,\,7\pi]$: $\frac{9\pi}{2},\ \frac{11\pi}{2},\ \frac{13\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{9\pi}{2},\ \frac{11\pi}{2},\ \frac{13\pi}{2}$.



15. Задание 13 № 500192. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x}=9^{2\sin 2x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi,\,-2\pi]$.

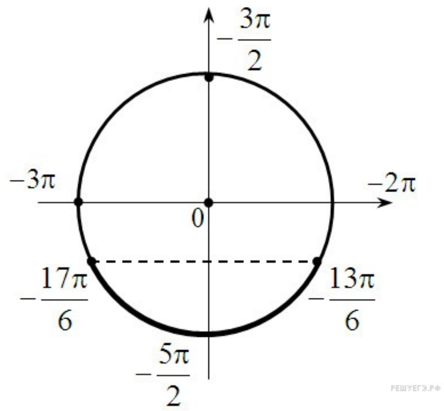
Решение.

а) Перейдем к одному основанию:

$$81^{-\cos x}=81^{\sin 2x}\Leftrightarrow-\cos x=2\sin x\cos x\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\cos x\cdot(2\sin x+1)=0.$$

Значит, или $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\,k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=-\frac{1}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k$ или $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\,k\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi,\,-2\pi]$. Получим числа: $-\frac{17\pi}{6},\,-\frac{5\pi}{2},\,-\frac{13\pi}{6}$.



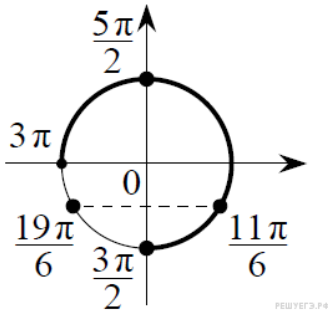
Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k,\,-\frac{\pi}{6}+2\pi k,\,-\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\,k\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{17\pi}{6},\,-\frac{5\pi}{2},\,-\frac{13\pi}{6}$.

16. Задание 13 № 500447.
а) Решите уравнение $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$.

Решение.
а) Из данного уравнения получаем:



$$\cos x + \sin 2x + 8 = 8 \Leftrightarrow \cos x + 2\cos x \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2\sin x + 1) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, или $\sin x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$. Получим числа: $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$; б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$.

17. Задание 13 № 505246. а) Решите уравнение $\left(\frac{4}{5}\right)^{\sin x} + \left(\frac{5}{4}\right)^{\sin x} = 2.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi, \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

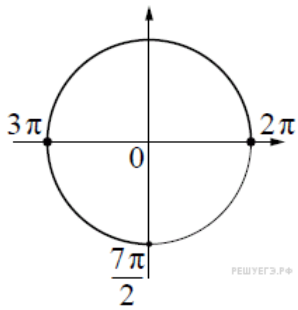
а) Пусть $t = \left(\frac{4}{5}\right)^{\sin x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow t = 1$. Тогда

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{\sin x} = 1 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi, \frac{7\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $2\pi,\ 3\pi$.

Ответ: а) $\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$, б) $2\pi;\ 3\pi$.



18. Задание 13 № 501483. а) Решите уравнение: $36^{\sin 2x} = 6^{2\sin x}$.

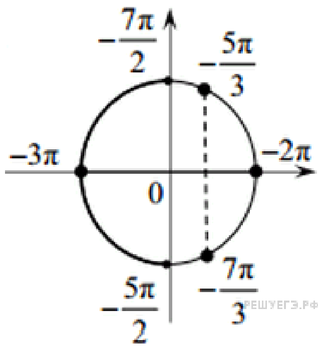
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Перейдем к одному основанию:

$$36^{\sin 2x} = 6^{2\sin x} \Leftrightarrow 2\sin x\cos x = \sin x \Leftrightarrow \sin x\cdot(2\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0,\\ \cos x = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pi k,\\ x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$. Получим число -3π.



Ответ: а) $\pi k, k\in\mathbb{Z},\ \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$

б) -3π.