

Окружности и системы окружностей

1. **Задание 16 № 501692.** Окружности радиусов 2 и 3 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке A . Прямая, проходящая через точку A , вторично пересекает меньшую окружность в точке B , а большую — в точке C . Найдите площадь треугольника BCO_2 , если $\angle ABO_1 = 30^\circ$.

2. **Задание 16 № 507379.** Расстояние между центрами окружностей радиусов 2 и 8 равно 15. Этих окружностей и их общей внутренней касательной касается третья окружность. Найдите её радиус.

3. **Задание 16 № 507380.** На стороне прямого угла с вершиной A взята точка O , причём $AO = 7$. С центром в точке O проведена окружность S радиуса 1. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S .

4. **Задание 16 № 507381.** Расстояние между центрами окружностей радиусов 1 и 9 равно 17. Обе окружности лежат по одну сторону от общей касательной. Третья окружность касается обеих окружностей и их общей касательной. Найдите радиус третьей окружности.

5. **Задание 16 № 507383.** Центр O окружности радиуса 4 принадлежит биссектрисе угла величиной 60° . Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся данной окружности, если известно, что расстояние от точки O до вершины угла равно 10.

6. **Задание 16 № 507385.** Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведены диаметры AC и AD этих окружностей. Найдите расстояние между центрами окружностей, если $BC = 7$, $BD = 3$.

7. **Задание 16 № 507653.** Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключённого между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

8. **Задание 16 № 507780.** Расстояния от общей хорды двух пересекающихся окружностей до их центров относятся как 2 : 5. Общая хорда имеет длину $2\sqrt{3}$, а радиус одной из окружностей в два раза больше радиуса другой окружности. Найдите расстояние между центрами окружностей.

9. **Задание 16 № 510102.** Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.

б) пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.

10. **Задание 16 № 511108.** Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

11. **Задание 16 № 512885.** Радиусы окружностей с центрами O_1 и O_2 равны соответственно 1 и 3. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных и прямой O_1O_2 , если $O_1O_2 = 14$.

12. **Задание 16 № 512891.** Радиусы окружностей с центрами O_1 и O_2 равны соответственно 2 и 10. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных и прямой O_1O_2 , если $O_1O_2 = 28$.

13. Задание 16 № 501712. Окружности радиусов 11 и 21 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке C , AO_1 и BO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle AO_1O_2 = 60^\circ$. Найдите AB .

14. Задание 16 № 502077. В окружности проведены хорды PQ и CD , причём $PQ = PD = CD = 8$, $CQ = 6$. Найдите CP .

15. Задание 16 № 502097. В окружности проведены хорды PQ и CD , причём $PQ = PD = CD = 10$, $CQ = 6$. Найдите CP .

16. Задание 16 № 504243. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую — в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую — в точке C .

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP : PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

17. Задание 16 № 484607. Две окружности, радиусы которых равны 9 и 4, касаются внешним образом. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных окружностей и их общей внешней касательной.

18. Задание 16 № 484609. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a причём $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

19. Задание 16 № 484616. Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пресекает его стороны в точках, удалённых от вершины C на расстояния 6 и 8. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающийся окружности S .

20. Задание 16 № 484619. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключённого между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

21. Задание 16 № 501609. Окружность радиуса $6\sqrt{2}$ вписана в прямой угол. Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках M и N . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 8. Найдите MN .

22. Задание 16 № 484626. Дана окружность радиуса 4 с центром в точке O , расположенной на биссектрисе угла, равного 60° . Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся данной окружности внешним образом, если известно, что расстояние от точки O до вершины угла равно 10.