

Окружности и треугольники

1. Задание 16 № 484610. В треугольнике ABC , $AB = 15$, $BC = 7$, $CA = 9$. Точка D лежит на прямой BC причем $BD : DC = 5 : 7$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB касаются стороны AD в точках E и F . Найдите длину отрезка EF .

2. Задание 16 № 505568. Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB , являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 2 и 4. Прямая, содержащая гипотенузу AB , является их общей внешней касательной.

а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB .

б) Найдите площадь треугольника ACB .

3. Задание 16 № 507176. Расстояние между параллельными прямыми равно 4. На одной из них лежит точка C , а на другой — точки A и B , причем треугольник ABC — равнобедренный и его боковая сторона равна 5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

4. Задание 16 № 507494. Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит точка C , а на другой — точки A и B , причем треугольник ABC — остроугольный равнобедренный и его боковая сторона равна 13. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

5. Задание 16 № 507498. Расстояние между параллельными прямыми равно 4. На одной из них лежит точка C , а на другой — точки A и B , причем треугольник ABC — остроугольный равнобедренный, и его боковая сторона равна 5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

6. Задание 16 № 507504. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 13$, $AC = 5$ и $BC = 12$. На стороне BC взята точка D , а на отрезке AD — точка O , причем $CD = 4$ и $AO = 3 OD$. Окружность с центром O проходит через точку C . Найдите расстояние от точки C до точки пересечения этой окружности с прямой AB .

7. Задание 16 № 507598. Окружность, вписанная в треугольник ABC , площадь которого равна 114, касается средней линии, параллельной стороне BC . Известно, что $BC = 19$. Найдите сторону AB .

8. Задание 16 № 507632. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 25$, $AC = 7$ и $BC = 24$. На стороне BC взята точка D , а на отрезке AD — точка O , причем $CD = 8$ и $AO = 3 OD$. Окружность с центром O проходит через точку C . Найдите расстояние от точки C до точки пересечения этой окружности с прямой AB .

9. Задание 16 № 507771. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 13, $\cos \angle BAC = -\frac{5}{13}$, высота, проведенная к стороне BC , равна 5. Найдите длину той хорды AM описанной окружности, которая делится пополам стороной BC .

10. Задание 16 № 507818. Точки D и E — основания высот непрямоугольного треугольника ABC , проведенных из вершин A и C соответственно. Известно, что $\frac{DE}{AC} = k$, $BC = a$ и $AB = b$. Найдите сторону AC .

11. Задание 16 № 513103. Точка B лежит на отрезке AC . Прямая, проходящая через точку A , касается окружности с диаметром BC в точке M и второй раз пересекает окружность с диаметром AB в точке K . Продолжение отрезка MB пересекает окружность с диаметром AB в точке D .

а) Докажите, что прямые AD и MC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DBC , если $AK = 3$ и $MK = 12$.

12. Задание 16 № 484611. В треугольнике ABC , $AB = 7$, $BC = 9$, $CA = 4$. Точка D лежит на прямой BC причем $BD : DC = 1 : 5$. Окружности, вписанные в треугольники ADC и ADB касаются стороны AD в точках E и F . Найдите длину отрезка EF .

13. Задание 16 № 501438. Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит вершина C , на другой — основание AB равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = 10$. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC , а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC .

14. Задание 16 № 484620. Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит точка C , а на другой — точки A и B , причем треугольник ABC — равнобедренный и его боковая сторона равна 13. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

15. Задание 16 № 500134. В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 7$, $BC = 8$, $AC = 9$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

16. Задание 16 № 500369. В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые AB и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

17. Задание 16 № 484624. Прямая, перпендикулярная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок прямой, заключённый внутри треугольника, равен 6, а отношение боковой стороны треугольника к его основанию равно $\frac{5}{6}$.

18. Задание 16 № 484625. Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 12, а косинус острого угла равен $\frac{3}{5}$.

19. Задание 16 № 485949. Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 14, а отношение катетов треугольника равно $\frac{7}{24}$.

20. Задание 16 № 485957. Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 40, а отношение катетов треугольника равно $\frac{15}{8}$.

21. Задание 16 № 485937. Точка M лежит на отрезке AB . На окружности с диаметром AB взята точка C , удаленная от точек A , M и B на расстояния 20, 14 и 15 соответственно. Найдите площадь треугольника BMC .

22. Задание 16 № 485945. Точка M лежит на отрезке AB . На окружности с диаметром AB взята точка C , удаленная от точек A , M и B на расстояния 40, 29 и 30 соответственно. Найдите площадь треугольника BMC .

23. Задание 16 № 485985. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = 15$ и $BC = 8$. С центром в вершине B проведена окружность S радиуса 17. Найдите радиус окружности, вписанной в угол BAC и касающейся окружности S .

24. Задание 16 № 485999. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = 5$ и $BC = 12$. С центром в вершине B проведена окружность S радиуса 13. Найдите радиус окружности, вписанной в угол BAC и касающейся окружности S .

25. Задание 16 № 500349. Дан треугольник со сторонами 115, 115 и 184. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

26. Задание 16 № 500066. Дан треугольник со сторонами 26, 26 и 20. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

27. Задание 16 № 500195. Точка O — центр правильного шестиугольника $ABCDEF$ со стороной 7. Найдите радиус окружности, касающейся окружностей, описанных около треугольников BOD , DOF и BOF .

28. Задание 16 № 500476. Точка O — центр правильного шестиугольника $ABCDEF$, в котором $AC = 10,5$. Найдите радиус окружности, касающейся окружностей, описанных около треугольников AOB , COD и EOF .

29. Задание 16 № 500215. Продолжение биссектрисы CD неравнобедренного треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке E . Окружность, описанная около треугольника ADE , пересекает прямую AC в точке F , отличной от A . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AC = 4$, $AF = 2$, $\angle BAC = 60^\circ$.

30. Задание 16 № 500389. Продолжение биссектрисы CD неравнобедренного треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке E . Окружность, описанная около треугольника ADE , пересекает прямую AC в точке F , отличной от A . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AC = 6$, $AF = 3$, угол BAC равен 45° .

31. Задание 16 № 500410. Угол C треугольника ABC равен 60° , D — отличная от A точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC как на диаметрах. Известно, что $DB : DC = 1 : 3$. Найдите угол A .

32. Задание 16 № 500430. Угол C треугольника ABC равен 60° , D — отличная от A точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC как на диаметрах. Известно, что $DB : DC = 2 : 3$. Найдите угол A .

33. Задание 16 № 500964. Внеписанной окружностью треугольника называется окружность, касающаяся одной стороны треугольника и продолжений двух других его сторон. Радиусы двух внеписанных окружностей прямоугольного треугольника равны 7 и 17. Найдите расстояние между их центрами.

34. Задание 16 № 501398. Стороны AB и BC треугольника ABC равны соответственно 26 и 14,5, а его высота BD равна 10. Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ABD и BCD .

35. Задание 16 № 501418. Стороны KM и MN треугольника KMN равны соответственно 30 и 25, а его высота MH равна 24. Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники KMH и MNH .

36. Задание 16 № 502117. Окружность радиуса $8\sqrt{2}$ вписана в прямой угол. Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках M и N . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 12. Найдите MN .

37. Задание 16 № 502137. Окружность радиуса $12\sqrt{2}$ вписана в прямой угол. Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках M и N . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 16. Найдите MN .

38. Задание 16 № 484614. Высота равнобедренного треугольника, опущенная на основание, равна 9, а радиус вписанной в треугольник окружности равен 4. Найдите радиус окружности, касающейся стороны треугольника и продолжении двух его сторон.

39. Задание 16 № 485990. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 15$, $AC = 9$ и $BC = 12$. На стороне BC взята точка D , а на отрезке AD — точка O , причем $CD = 4$ и $AO = 3OD$. Окружность с центром O проходит через точку C . Найдите расстояние от точки C до точки пересечения этой окружности с прямой AB .

40. Задание 16 № 500450. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны 6 и 8 соответственно. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен 5, средняя линия трапеции равна 25. Прямые AB и CD пересекаются в точке M . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник BMC .

41. Задание 16 № 500818. На стороне BA угла ABC , равного 30° , взята такая точка D , что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и D и касающейся прямой BC .

42. Задание 16 № 500920. Окружность, вписанная в треугольник ABC , площадь которого равна 66, касается средней линии, параллельной стороне BC . Известно, что $BC = 11$. Найдите сторону AB .

43. Задание 16 № 503255. Окружность радиуса 6 вписана в угол, равный 60° . Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках M и N . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 4. Найдите MN .

44. Задание 16 № 513349. Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и $AK = 16$.