

Многоугольники и их свойства

1. Задание 16 № 484621. На стороне CD квадрата $ABCD$ построен равносторонний треугольник CPD . Найдите высоту треугольника ADP , проведённую из вершины D , если известно, что сторона квадрата равна 1.

2. Задание 16 № 507353. Расстояния от точки M , расположенной внутри прямого угла, до сторон угла равны 4 и 3. Через точку M проведена прямая, отсекающая от угла треугольник, площадь которого равна 32. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого внутри угла.

3. Задание 16 № 507368. Прямая, проведённая через середину N стороны AB квадрата $ABCD$, пересекает прямые CD и AD в точках M и T соответственно и образует с прямой AB угол, тангенс которого равен 4. Найдите площадь треугольника BMT , если сторона квадрата $ABCD$ равна 8.

4. Задание 16 № 507369. Площадь трапеции $ABCD$ равна 90, а одно из оснований трапеции вдвое больше другого. Диагонали пересекаются в точке O ; отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N соответственно. Найдите площадь четырёхугольника $OMPN$.

5. Задание 16 № 507370. Дан параллелограмм $ABCD$, $AB = 2$, $BC = 3$, $\angle A = 60^\circ$. Окружность с центром в точке O касается биссектрисы угла D и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного его острого угла. Найдите площадь четырёхугольника $ABOD$.

6. Задание 16 № 507386. В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 2$, $BC = \sqrt{3}$. Точка E на прямой AB выбрана так, что $\angle AED = \angle DEC$. Найдите AE .

7. Задание 16 № 507387. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана в окружность с центром O . Найдите высоту трапеции, если её средняя линия равна 3 и $\sin \angle AOB = \frac{3}{5}$.

8. Задание 16 № 507392. Через середину стороны AB квадрата $ABCD$ проведена прямая, пересекающая прямые CD и AD в точках M и T соответственно и образующая с прямой AB угол α , $\operatorname{tg} \alpha = 3$. Найдите площадь треугольника BMT , если сторона квадрата $ABCD$ равна 4.

9. Задание 16 № 507393. Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC = 44$, $AD = 100$; $AB = CD = 35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

10. Задание 16 № 507394. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка D так, что $BD : DC = 1 : 2$. Медиана CE пересекает отрезок AD в точке F . Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника AEF ?

11. Задание 16 № 507395. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и CE . Найдите длину отрезка DE , если $AC = 6$, $AE = 2$, $CD = 3$.

12. Задание 16 № 507641. Площадь трапеции $ABCD$ равна 560. Диагонали пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции в полтора раза больше другого.

13. Задание 16 № 507671. Прямая, проведённая через середину N стороны AB квадрата $ABCD$, пересекает прямые CD и AD в точках M и T соответственно и образует с прямой AB угол, тангенс которого равен 0,5. Найдите площадь треугольника BMT , если сторона квадрата $ABCD$ равна 8.

14. Задание 16 № 507697. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 17$, $AC = 25$ и $BC = 28$. На стороне BC взята точка M , причём $AM = \sqrt{241}$. Найдите площадь треугольника AMB .

15. **Задание 16 № 507701.** Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 34$, $AC = 65$ и $BC = 93$. На стороне BC взята точка M , причём $AM = 20$. Найдите площадь треугольника AMB .
16. **Задание 16 № 507707.** Площадь трапеции $ABCD$ равна 240. Диагонали пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое больше другого.
17. **Задание 16 № 484623.** На стороне CD квадрата $ABCD$ построен равносторонний треугольник CPD . Найдите высоту треугольника ABP , проведённую из вершины A , если известно, что сторона квадрата равна 1.
18. **Задание 16 № 500009.** Дан треугольник ABC , площадь которого равна 55. Точка E на прямой AC выбрана так, что треугольник ABE — равнобедренный с основанием AE и высотой BD . Найдите площадь треугольника ABE , если известно, что $\angle ABE = \angle CBD = \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$.
19. **Задание 16 № 500003.** Дан треугольник ABC . Точка E на прямой AC выбрана так, что треугольник ABE , площадь которого равна 14, — равнобедренный с основанием AE и высотой BD . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $\angle ABE = \angle CBD = \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{24}{7}$.
20. **Задание 16 № 484608.** В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 10$ на стороне AD расположены точки M и N таким образом, что $DM = 4$, при этом P — точка пересечения прямых BN и CM . Площадь треугольника MNP равна 1. Найдите длину отрезка, соединяющего точки M и N .
21. **Задание 16 № 484612.** В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов при стороне AD делят сторону BC точками M и N так, что $BM : MN = 1 : 2$. Найдите BC если $AB = 12$.
22. **Задание 16 № 484613.** Основание равнобедренного треугольника равно 40, косинус угла при вершине равен $\frac{15}{17}$. Две вершины прямоугольника лежат на основании треугольника, а две другие — на боковых сторонах. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна из его сторон вдвое больше другой.
23. **Задание 16 № 486002.** Площадь трапеции $ABCD$ равна 810. Диагонали пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое больше другого.
24. **Задание 16 № 500114.** На прямой, содержащей медиану AD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C , взята точка E , удалённая от вершины A на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника BCE , если $BC = 6$, $AC = 4$.
25. **Задание 16 № 501047.** Расстояния от точки M , расположенной внутри прямого угла, до сторон угла равны 3 и 6. Через точку M проведена прямая, отсекающая от угла треугольник, площадь которого равна 48. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого внутри угла.
26. **Задание 16 № 501218.** Из вершин острых углов B и C треугольника ABC проведены две его высоты — BM и CN , причём прямые BM и CN пересекаются в точке H . Найдите угол BHC , если известно, что $MN = \frac{1}{3}BC$.

27. Задание 16 № 507204. Медианы AA_1 и BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Точки A_2 , B_2 и C_2 — середины отрезков MA , MB и MC соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 4$, $BC = 7$ и $AC = 8$.