

Системы с параметром

1. Задание 18 № 500004. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y-2x)(2y-x) \leq 0, & (1) \\ \sqrt{(x+a)^2 + (y-a)^2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}} & (2) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

2. Задание 18 № 507483. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{x-ax-a}{x-2+2a} \geq 0, \\ x-8 > ax. \end{cases}$$

не имеет решений.

3. Задание 18 № 507636. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x+2y+1| \leq 11, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 = 2+a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

4. Задание 18 № 507648. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |3x-y+2| \leq 12, \\ (x-3a)^2 + (y+a)^2 = 3a+4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. Задание 18 № 509026. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

6. Задание 18 № 509206. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. Задание 18 № 509584. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 5a^4. \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

8. Задание 18 № 509825. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y-7) = xy - 5(x+2), \\ x \leq 6, \\ \frac{a(x-6)-2}{y-2} = 1. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

9. Задание 18 № 509846. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

10. Задание 18 № 509893. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

11. Задание 18 № 509931. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 = 10xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 10a^4. \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

12. Задание 18 № 509973. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 4y = 2|x + 2y - 5|, \\ 2x - y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

13. Задание 18 № 510076. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

14. Задание 18 № 510104. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

15. Задание 18 № 510517. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y + 1) \leq 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x + y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

16. Задание 18 № 510583. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |3x - y + 2| \leq 12, \\ (x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

17. Задание 18 № 512340. Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x - 1)^2 + (y - a)^2} + \sqrt{(x - 5)^2 + (y - a)^2} = 4, \\ x^2 - |a + 1|x - 2a^2 = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. Задание 18 № 512361. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Задание 18 № 512382. Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x - 2)^2 + (y - a)^2} + \sqrt{(x - 5)^2 + (y - a)^2} = 3, \\ x^2 - |a + 2|x - 3a^2 = 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

20. Задание 18 № 512403. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2. \end{cases}$$

не имеет решений.

21. Задание 18 № 513110. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5). \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

22. Задание 18 № 513111. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} yx^2 + y^2 = 2y + 63 - 7x^2, \\ x \geq -3, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

23. Задание 18 № 484650. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ имеет единственное решение.

24. Задание 18 № 484649. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ имеет единственное решение.

25. Задание 18 № 484647. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система $\begin{cases} x^2 + 12x + |y| + 27 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = -12(x + 3) \end{cases}$ имеет ровно 4 решения.

26. Задание 18 № 484641. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 4|y - 3| = 12 - 3|x|, \\ y^2 - a^2 = 3(2y - 3) - x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре решения.

27. Задание 18 № 484642. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 5|x + 2| = 60 - 12|y|, \\ 4(x + 1) + y^2 = a^2 - x^2 \end{cases}$ имеет
а) ровно четыре решения,
б) ровно 8 решений.

28. Задание 18 № 485952. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9, \\ (x + 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

29. Задание 18 № 484648. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - 8x + |y| + 12 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = 8(x - 2) \end{cases}$$

имеет ровно 8 решений.

30. Задание 18 № 484646. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - 2x + |y| - 15 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

имеет ровно 6 решений.

31. Задание 18 № 484630. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a, \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

32. Задание 18 № 484632. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ x^2 + y^2 + a^2 = 2x + 2ay \end{cases}$$

имеет решения?

33. Задание 18 № 484635. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} \sqrt{|y + 3|} = 1 - \sqrt{5|x|}, \\ 16a - 9 - 6y = 25x^2 + y^2 \end{cases}$$

имеет четыре решения?

34. Задание 18 № 484637. При каждом значении a решите систему

$$\begin{cases} 6x^2 + 17xy + 7y^2 = a, \\ \log_{2x+y}(3x + 7y) = 3. \end{cases}$$

35. Задание 18 № 484627. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{x + ax + a}{x - 2a - 2} \geq 0, \\ x + ax > 8 \end{cases}$$

не имеет решений.

36. Задание 18 № 484629. Известно, что значение параметра a таково, что система уравнений

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|}, \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение. Найдите это значение параметра a и решите систему при найденном значении параметра.

37. Задание 18 № 484631. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

38. Задание 18 № 484633. При каких значениях параметров a и b система

$$\begin{cases} 8x + (a^2 + ab + b^2)y = 4, \\ (a - b)x + 26y = 2 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

39. Задание 18 № 484634. При каких значениях параметра a хотя бы при одном значении параметра c система

$$\begin{cases} bx + y = ac^2, \\ x + by = ac + 1 \end{cases}$$

имеет решения для любых значений параметра b ?

40. Задание 18 № 509096. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = \sqrt{7 + 6x - x^2} + 3, \\ y = a + \sqrt{16 - a^2 + 2ax - x^2}. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

41. Задание 18 № 484636. При каких значениях a системы уравнений $\begin{cases} \sin(x + y) = 0, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$ и

$$\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

равносильны?

42. Задание 18 № 484638. При каждом a решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(x - y) + 2 = 0, \\ a^2 + ax + ay - 4 = 0. \end{cases}$$

43. Задание 18 № 484639. При каких p данная система имеет решения:

$$\begin{cases} x^2 + px + 2 = 0, \\ \sin^2 \pi p + \sin^2 \pi x + 2^{|y|} = \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right|? \end{cases}$$

44. Задание 18 № 484640. При каждом a решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{1+x} = 32a\sqrt{2}, \\ \sqrt{x^2 + a^2 + 2 - 2x - 2a} + \sqrt{x^2 + a^2 - 6x + 9} = \sqrt{5}. \end{cases}$$