

## Рациональные уравнения и неравенства

1. **Задание 10 № 27970.** Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 36

2. **Задание 10 № 27971.** Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 440$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 315$  м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: 7

3. **Задание 10 № 27972.** По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника (в вольтах),  $r = 1$  Ом – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания  $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)

Ответ: 4

4. **Задание 10 № 27973.** Сила тока в цепи  $I$  (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  – напряжение в вольтах,  $R$  – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

Ответ: 55

5. **Задание 10 № 27974.** Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле  $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$ , где  $\omega$  – частота вынуждающей силы (в  $c^{-1}$ ),

$A_0$  – постоянный параметр,  $\omega_p = 360c^{-1}$  – резонансная частота. Найдите максимальную частоту  $\omega$ , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину  $A_0$  не более чем на 12,5%. Ответ выразите в  $c^{-1}$ .

Ответ: 120

**6. Задание 10 № 27975.** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 90$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление дается формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ: 10

**7. Задание 10 № 27976.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  – температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: 400

**8. Задание 10 № 27977.** Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой  $m_v$  (в килограммах) от температуры  $t_1$  до температуры  $t_2$  (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы  $m_{\text{др}}$  кг. Он определяется формулой  $\eta = \frac{c_v m_v (t_2 - t_1)}{q_{\text{др}} m_{\text{др}}} \cdot 100\%$ , где  $c_v = 4,2 \cdot 10^3$

Дж/(кг·К) – теплоёмкость воды,  $q_{\text{др}} = 8,3 \cdot 10^6$  Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть  $m = 83$  кг воды от  $10^\circ\text{C}$  до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

Ответ: 18

**9. Задание 10 № 27978.** Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1260$  тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 18$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  – масса экскаватора (в тоннах),  $l$  – длина балок в метрах,  $s$  – ширина балок в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10\text{м/с}^2$ ). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: 2,5

**10. Задание 10 № 27979.** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в Омах.

Ответ: 5

**11. Задание 10 № 27980.** При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0 = 150$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 10$  м/с и  $v = 15$  м/с – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 160 Гц?

Ответ: 390

**12. Задание 10 № 27981.** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле  $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемых импульсов (в МГц),  $f$  – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала  $f$ , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

Ответ: 751

**13. Задание 10 № 27988.** Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление  $P$  (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле  $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$ , где  $m = 1200$  кг – общая масса навеса и колонны,  $D$  – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, а  $\pi = 3$ , определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па. Ответ выразите в метрах.

Ответ: 0,2

**14. Задание 10 № 27989.** Автомобиль, масса которого равна  $m = 2160$  кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение  $t$  секунд остается неизменным, и проходит за это время путь  $S = 500$  метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила  $F$ , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: 30