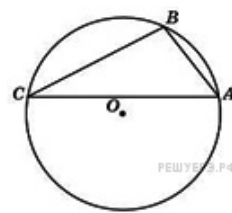


## Окружность, описанная вокруг треугольника

1. **Задание 6 № 27868.** Точки  $A, B, C$ , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как  $1 : 3 : 5$ . Найдите больший угол треугольника  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

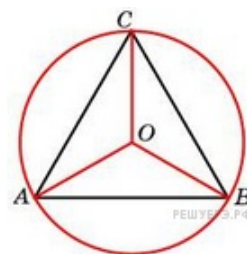
Пусть меньшая часть окружности равна  $x$ , тогда

$$x + 3x + 5x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 40^\circ.$$

Больший угол опирается на большую дугу; вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается. Следовательно, искомый угол равен половине от  $5 \cdot 40^\circ$  или  $100^\circ$ .

Ответ: 100.

2. **Задание 6 № 27892.** Сторона правильного треугольника равна  $\sqrt{3}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



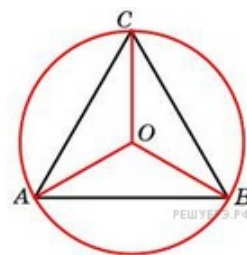
**Решение.**

Треугольник  $ABC$  правильный, значит, все его углы равны  $60^\circ$ . Тогда

$$R = \frac{AC}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.$$

Ответ: 1.

3. **Задание 6 № 27893.** Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен  $\sqrt{3}$ . Найдите сторону этого треугольника.



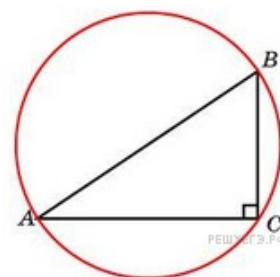
**Решение.**

Треугольник  $ABC$  правильный, значит, все его углы равны  $60^\circ$ . Тогда

$$CB = 2R \sin A = 2\sqrt{3} \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

4. Задание 6 № 27898. В треугольнике  $ABC$   $AC = 4$ ,  $BC = 3$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



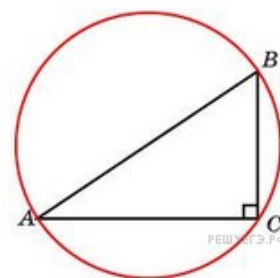
**Решение.**

Радиус окружности, описанной вокруг прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы. Поэтому

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{AC^2 + BC^2}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

5. Задание 6 № 27899. В треугольнике  $ABC$  сторона  $BC = 6$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Радиус описанной окружности этого треугольника равен 5. Найдите  $AC$ .



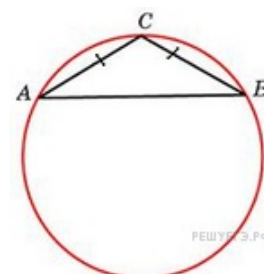
**Решение.**

Гипотенуза прямоугольного треугольника является диаметром описанной вокруг него окружности, поэтому ее длина 10. Тогда по теореме Пифагора:

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8.$$

Ответ: 8.

6. Задание 6 № 27900. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащей основанию, равен  $120^\circ$ . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



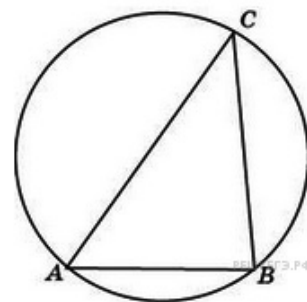
**Решение.**

Сумма двух равных углов при основании треугольника равна  $60^\circ$ , поэтому каждый из них равен  $30^\circ$ . Тогда по теореме синусов

$$d = \frac{BC}{\sin A} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2.$$

Ответ: 2.

7. Задание 6 № 27918. Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 1. Противоположный ей угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



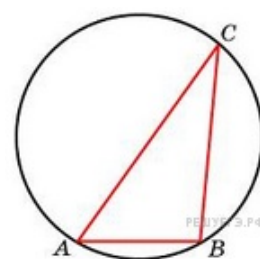
**Решение.**

По теореме синусов имеем:

$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle C} = \frac{R}{2 \sin 30^\circ} = 1.$$

Ответ: 1.

8. Задание 6 № 27919. Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности. Найдите угол треугольника, противоположный этой стороне. Ответ дайте в градусах



**Решение.**

По теореме синусов

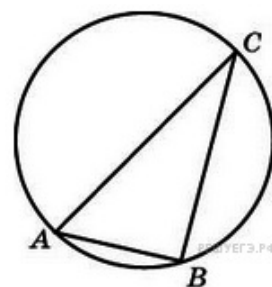
$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle C} = \frac{R}{2 \sin \angle C},$$

тогда

$$\sin C = \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = 30^\circ.$$

Ответ: 30.

9. Задание 6 № 27920. Угол  $C$  треугольника  $ABC$ , вписанного в окружность радиуса 3, равен  $30^\circ$ . Найдите сторону  $AB$  этого треугольника.



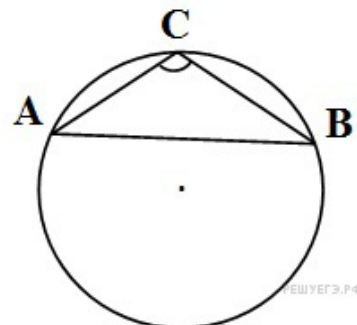
**Решение.**

По теореме синусов:

$$AB = 2R \sin C = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

10. Задание 6 № 27921. Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 1. Противлежащий ей угол  $C$  равен  $150^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



**Решение.**

Используем теорему синусов:

$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle C} = \frac{1}{2 \sin 150^\circ} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1.$$

Ответ: 1.

11. Задание 6 № 27922. Пусть тупым является угол  $C$ , тогда сторона  $AB$  тупоугольного треугольника  $ABC$  равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

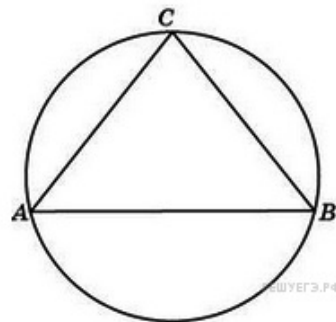
По теореме синусов:

$$\sin \angle C = \frac{AB}{2R} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}.$$

Поскольку угол  $C$  тупой, а его синус равен  $\frac{1}{2}$ , это угол  $150^\circ$ .

Ответ: 150.

12. Задание 6 № 27923. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



**Решение.**

Для нахождения площади треугольника  $ABC$ , воспользуемся формулой Герона:

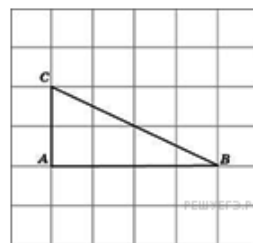
$$S = \sqrt{p(p - AC)(p - AB)(p - BC)} = 768.$$

Далее по формуле  $R = \frac{abc}{4S}$  :

$$R = \frac{40 \cdot 40 \cdot 48}{4 \cdot \sqrt{64 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 16}} = \frac{10 \cdot 40 \cdot 48}{24 \cdot 8 \cdot 4} = 25.$$

Ответ: 25.

13. Задание 6 № 27949. Найдите радиус  $R$  окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если стороны квадратных клеток равны 1. В ответе укажите  $R\sqrt{5}$ .



**Решение.**

треугольник прямоугольный, значит, радиус описанной вокруг него окружности равен половине гипотенузы.

$$R = \frac{CB}{2} = \frac{\sqrt{16+4}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}.$$

Ответ: 5.