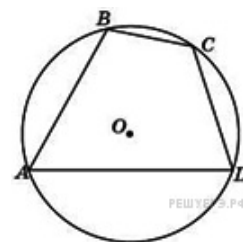


Окружность, описанная вокруг четырехугольника

1. **Задание 6 № 27871.** Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



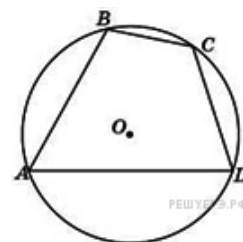
Решение.

Сумма противоположных углов четырехугольника, вписанного в окружность, равна 180° , поэтому

$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ.$$

Ответ: 122.

2. **Задание 6 № 27872.** Стороны четырехугольника $ABCD$ AB , BC , CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95° , 49° , 71° , 145° . Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



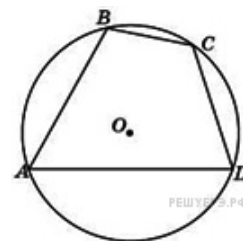
Решение.

вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит

$$\angle B = \frac{1}{2} \cup ADC = \frac{1}{2}(145^\circ + 71^\circ) = 108^\circ.$$

Ответ: 108.

3. **Задание 6 № 27873.** Точки A , B , C , D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB , BC , CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как $4 : 2 : 3 : 6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Пусть дуга AB равна $4x$, тогда

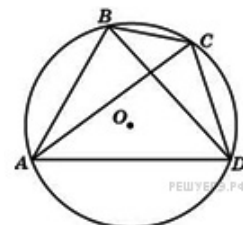
$$4x + 2x + 3x + 6x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 24^\circ.$$

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, следовательно,

$$\angle A = \frac{1}{2}(\cup BC + \cup CD) = \frac{1}{2}(2x + 3x) = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ.$$

Ответ: 60.

4. **Задание 6 № 27874.** Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 105° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



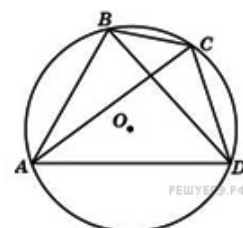
Решение.

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит,

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \cup AD = \frac{1}{2} (\cup ADC - \cup CD) = \frac{1}{2} (2\angle ABC - 2\angle CAD) = 70^\circ.$$

Ответ: 70.

5. **Задание 6 № 27875.** Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



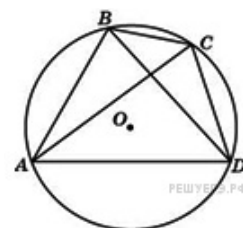
Решение.

вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит,

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup ADC = \frac{1}{2} (\cup AD + \cup CD) = \angle ABD + \angle CAD = 110^\circ.$$

Ответ: 110.

6. **Задание 6 № 27876.** Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 110° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



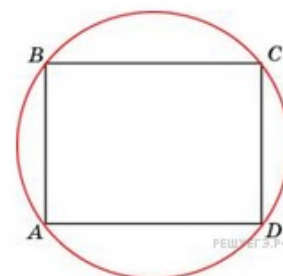
Решение.

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, следовательно,

$$\angle CAD = \frac{1}{2} \cup CD = \frac{1}{2} (\cup ADC - \cup AD) = \angle ABC - \angle ABD = 40^\circ.$$

Ответ: 40.

7. Задание 6 № 27901. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, две стороны которого равны 3 и 4.



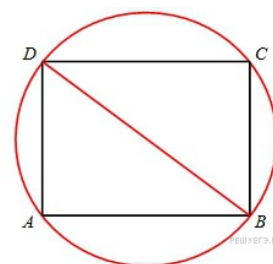
Решение.

Угол A является прямым, он опирается на диагональ BD , которая является диаметром. Поэтому

$$R = \frac{D}{2} = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AD^2}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

8. Задание 6 № 27902. Найдите диагональ прямоугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 5.

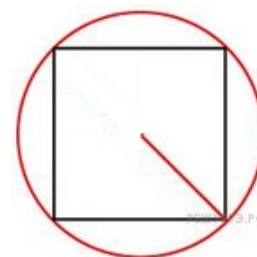


Решение.

Угол A является прямым, он опирается на диагональ BD , которая является диаметром: $BD = 2R = 10$.

Ответ: 10.

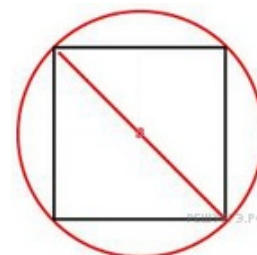
9. Задание 6 № 27903. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата со стороной, равной $\sqrt{8}$.



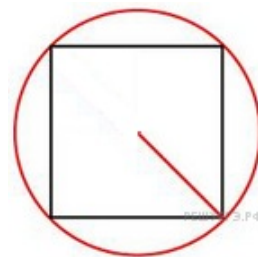
Решение.

Диагональ квадрата равна $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4$. Она является диаметром описанной окружности, поэтому ее радиус равен 2.

Ответ: 2.



10. Задание 6 № 27904. Найдите сторону квадрата, вписанного в окружность радиуса $\sqrt{8}$.

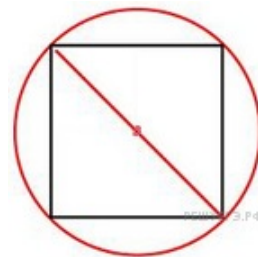


Решение.

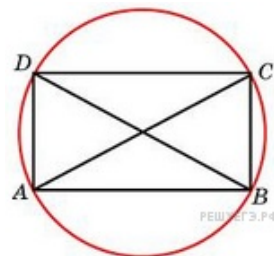
Угол A является прямым, он опирается на диагональ BD , которая является диаметром окружности.

$$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{D}{\sqrt{2}} = \frac{2R}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4.$$

Ответ: 4.



11. Задание 6 № 27905. Меньшая сторона прямоугольника равна 6. Угол между диагоналями равен 60° . Найдите радиус описанной окружности этого прямоугольника.



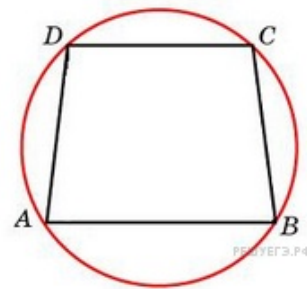
Решение.

Рассмотрим треугольник AOD . Он равнобедренный, т.к. $AO = OD = R$, угол при его основании равен 60° , значит, треугольник AOD — равносторонний. Тогда

$$R = AO = AD = 6.$$

Ответ: 6.

12. Задание 6 № 27926. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.

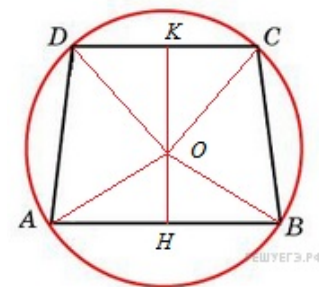


Решение.

высота трапеции $KH = KO + OH$, где KO и OH — высоты равнобедренных треугольников DOC и AOB . По теореме Пифагора:

$$KO = \sqrt{OC^2 - KC^2} = \sqrt{R^2 - \frac{DC^2}{4}} = \sqrt{25 - 9} = 4,$$

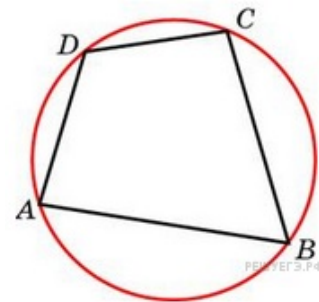
$$OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = \sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{25 - 16} = 3.$$



Тогда $KH = KO + OH = 7$.

Ответ: 7.

13. Задание 6 № 27927. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° . Больший из оставшихся углов лежит напротив меньшего из указанных в условии. Поэтому он равен $180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.

Ответ: 122.

14. Задание 6 № 27928. Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $1 : 2 : 3$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.

Решение.

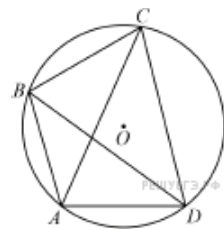
так как вокруг четырехугольника можно описать окружность, то сумма его противоположных углов равна 180° .

$$\angle A + \angle C = \angle A + 3\angle A = 180^\circ \Leftrightarrow \angle A = 45^\circ, \angle B = 90^\circ.$$

$$\angle D = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Ответ: 90.

15. Задание 6 № 505378. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 104° , угол CAD равен 66° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \cup AD = \frac{1}{2} (\cup ADC - \cup CD) = \frac{1}{2} (2\angle ABC - 2\angle CAD) = 38^\circ.$$

Ответ: 38.