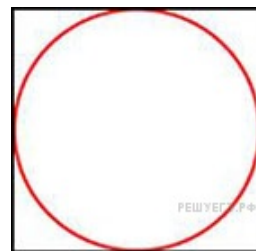


Окружность, вписанная в четырехугольник

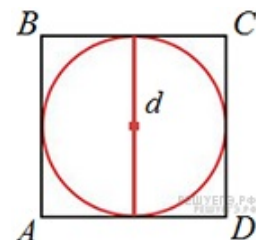
1. Задание 6 № 27911. Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат со стороной 4.



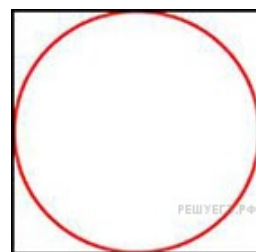
Решение.

Радиус вписанной в квадрат окружности вдвое меньше её стороны. Он равен 2.

Ответ: 2.



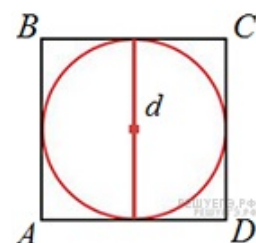
2. Задание 6 № 27912. Найдите сторону квадрата, описанного около окружности радиуса 4.



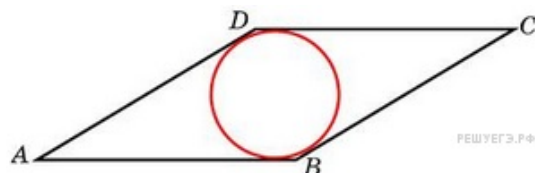
Решение.

Стороны квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности, поэтому она равна 8.

Ответ: 8.



3. Задание 6 № 27913. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Решение.

Радиус r вписанной в ромб окружности вдвое меньше его высоты d . Поэтому

$$r = \frac{d}{2} = \frac{DH}{2} = \frac{AD \sin A}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

4. Задание 6 № 27914. Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 2. Найдите сторону ромба.

Решение.

Радиус r вписанной в ромб окружности вдвое меньше его высоты d . Поэтому

$$AD = \frac{DH}{\sin A} = \frac{d}{\sin A} = \frac{2r}{\sin A} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 8.$$

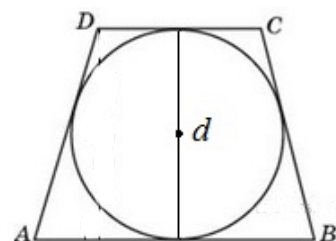
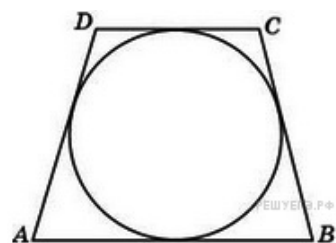
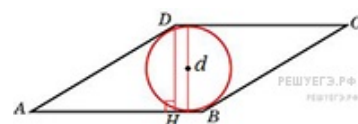
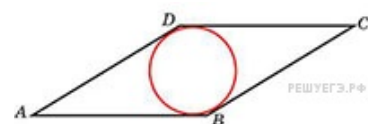
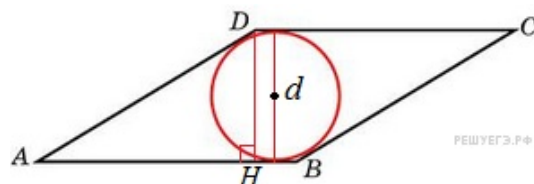
Ответ: 8.

5. Задание 6 № 27915. Найдите высоту трапеции, в которую вписана окружность радиуса 1.

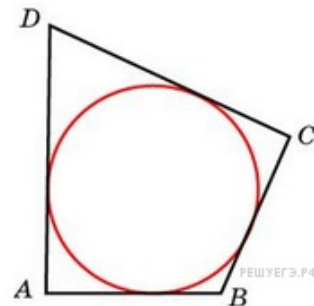
Решение.

Высота трапеции равна диаметру вписанной в неё окружности: $h = d = 2r = 2$.

Ответ: 2.



6. Задание 6 № 27940. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.



Решение.

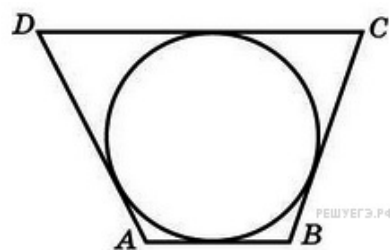
Пусть большая из двух оставшихся сторон имеет длину x , тогда длина четвертой стороны равна $24 - 5 - 6 - x = 13 - x$. В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны. В этом случае периметр четырехугольника вдвое больше суммы длин противоположных сторон, а значит, стороны длиной x и $13 - x$, как и стороны длиной 5 и 6, не могут быть противоположными и являются смежными.

Итак, напротив большей из первой пары смежных сторон с длинами x и $13 - x$ лежит меньшая из второй пары смежных сторон с длинами 5 и 6. Поскольку суммы длин противоположных сторон равны, имеем:

$$x + 5 = (13 - x) + 6 \Leftrightarrow x = 7.$$

Ответ: 7.

7. Задание 6 № 27942. Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как $1 : 2 : 3$. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 32.



Решение.

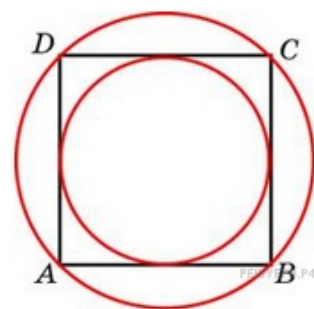
В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда $AB + CD = BC + AD$. Пусть меньшая сторона равна x , тогда

$$x + 3x = \frac{P}{2} \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4,$$

значит, четвертая сторона равна $\frac{P}{2} - 2x = 16 - 8 = 8$. Тогда большая сторона равна $3x = 12$.

Ответ: 12.

8. Задание 6 № 27944. Около окружности, радиус которой равен $\sqrt{8}$, описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



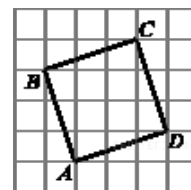
Решение.

Сторона квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности. Поэтому $AB = 2\sqrt{8}$. Радиус описанной вокруг квадрата окружности равен половине его диагонали. Поэтому

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{8}\sqrt{2}}{2} = \sqrt{16} = 4.$$

Ответ: 4.

9. Задание 6 № 27952. Найдите радиус r окружности, вписанной в четырехугольник $ABCD$. Считайте, что стороны квадратных клеток равны 1. В ответе укажите $r\sqrt{10}$.



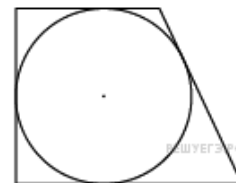
Решение.

Радиус окружности, вписанной в квадрат, равен половине его стороны.

$$r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{3^2 + 1^2}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

Ответ: 5.

10. Задание 6 № 510063. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 32, ее большая боковая сторона равна 9. Найдите радиус окружности.



Решение.

Пусть радиус вписанной окружности равен r , тогда длина меньшей боковой стороны равна $2r$. Суммы длин противоположных сторон описанного вокруг окружности четырехугольника равны, поэтому сумма оснований трапеции равна сумме длин ее боковых сторон или $2r + 9$. Тогда для периметра трапеции имеем $2(2r + 9) = 32$, откуда $r = 3,5$.