

Сечения многогранников

1. Задание 14 № 501752. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 8$, $AD = 7$, $AA_1 = 5$. Точка W принадлежит ребру DD_1 и делит его в отношении $1 : 4$, считая от вершины D . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки C , W и A_1 .

2. Задание 14 № 507319. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину S этой пирамиды и через диагональ её основания.

3. Задание 14 № 507596. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC угол ASB равен 36° . На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC . Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A , M и B , равна $25\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

4. Задание 14 № 507830. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 5, а сторона основания равна 4.

5. Задание 14 № 507887. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N — середина ребра $A_1 C_1$.

- Постройте сечение призмы плоскостью BAN .
- Найдите периметр этого сечения.

6. Задание 14 № 507910. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ лежит треугольник со стороной 8. Высота призмы равна 3. Точка N — середина ребра $A_1 C_1$.

- Постройте сечение призмы плоскостью BAN .
- Найдите площадь этого сечения.

7. Задание 14 № 508233. В правильной четырёхугольной пирамиде $PABCD$, все ребра которой равны 4, точка K — середина бокового ребра AP .

- Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K и параллельной прямым PB и BC .
- Найдите площадь сечения.

8. Задание 14 № 509022. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E = 6EA$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 12$, $AA_1 = 14$.

- Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении $4 : 3$.
- Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1 .

9. Задание 14 № 509159. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E = 4EA$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 3\sqrt{2}$, $AD = 16$, $AA_1 = 20$.

- Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении $3 : 2$.
- Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1 .

10. Задание 14 № 509580. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 5 : 3$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 5 : 11$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$.

- Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
- Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

11. Задание 14 № 509821. Основанием прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат $ABCD$ со стороной $3\sqrt{2}$, высота призмы равна $2\sqrt{7}$. Точка K — середина ребра BB_1 . Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

- Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.
- Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью α .

12. Задание 14 № 509927. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 6 : 1$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 3 : 4$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 30$, $AA_1 = 35$.

- Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
- Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

13. Задание 14 № 509969. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 24, а боковое ребро SA равно 19. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5 : 1$, считая от точки C .
- Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

14. Задание 14 № 510100. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 13. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5 : 1$, считая от точки C .
- Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Задание 14 № 510107. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 24, а боковое ребро SA равно 19. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5 : 1$, считая от точки C .
- Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

16. Задание 14 № 512883. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M высота равна 9, а боковые рёбра равны 15. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон AB и BC параллельно прямой MB .

17. Задание 14 № 512889. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M высота равна 6, а боковые рёбра равны 9. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон AC и BC параллельно прямой MC .

18. Задание 14 № 501885. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, известны рёбра: $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 5$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2 : 3$, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , O и C_1 .

19. Задание 14 № 500193. Точка E — середина ребра CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите площадь сечения куба плоскостью $A_1 BE$, если ребра куба равны 2.

20. Задание 14 № 500474. Точка E — середина ребра BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите площадь сечения куба плоскостью $D_1 AE$, если ребра куба равны 4.

21. Задание 14 № 500962. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 6, боковые рёбра равны 4. Изобразите сечение, проходящее через вершины A , B и середину ребра $A_1 C_1$. Найдите его площадь.

22. Задание 14 № 500968. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 8, боковые рёбра равны $\sqrt{13}$. Изобразите сечение, проходящее через вершины A, C и середину ребра A_1B_1 . Найдите его площадь.

23. Задание 14 № 501690. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 15, а боковые ребра равны 16. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC .

24. Задание 14 № 501945. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC .

25. Задание 14 № 501710. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 20, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Точка M принадлежит ребру $A_1 D_1$ и делит его в отношении $2 : 3$, считая от вершины D_1 . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки B, D и M .

26. Задание 14 № 502294. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 11, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Точка K принадлежит ребру $B_1 C_1$ и делит его в отношении $8 : 3$, считая от вершины B_1 . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки B, D и K .

27. Задание 14 № 504416. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро $SA = 5$, а сторона основания $AB = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через ребро AB перпендикулярно ребру SC .

28. Задание 14 № 504437. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро $SA = 6$, а сторона основания $AB = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через ребро AB перпендикулярно ребру SC .

29. Задание 14 № 505417. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра 10. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AE = LM = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

30. Задание 14 № 505423. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $CD = BE = LM = 2$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

31. Задание 14 № 502115. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 8. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

32. Задание 14 № 502135. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 6. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 4. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

33. Задание 14 № 505103. Радиус основания конуса с вершиной P равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки A и B , делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как $1 : 3$. Найдите площадь сечения конуса плоскостью ABP .

34. Задание 14 № 505471. В треугольной пирамиде $MABC$ основанием является правильный треугольник ABC , ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 3, а ребро $MA = 6$. На ребре AC находится точка D , на ребре AB точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AL = 2$, и $BE = 1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E , D и L .

35. Задание 14 № 505493. В треугольной пирамиде $MABC$, в основании которой лежит правильный треугольник ABC , ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 6, а ребро MA равно 11. На ребре AC находится точка D , на ребре AB точка E , а на ребре AM — точка F . Известно, что $AD = 4$ и $BE = 2$, F — середина AM . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E , D и F .

36. Задание 14 № 500643. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 5, а сторона основания равна 4.

37. Задание 14 № 500639. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины ребер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если все ребра пирамиды равны 8.

38. Задание 14 № 500918. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен 36° . На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC . Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A , M и B .

39. Задание 14 № 507202. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 64.

а) Постройте прямую пересечения плоскости SAC и плоскости, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания.

б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью SAC равна 64.