Контрольные измерительные материалы
по МАТЕМАТИКЕ 2019 г.
(пробный ЕГЭ)

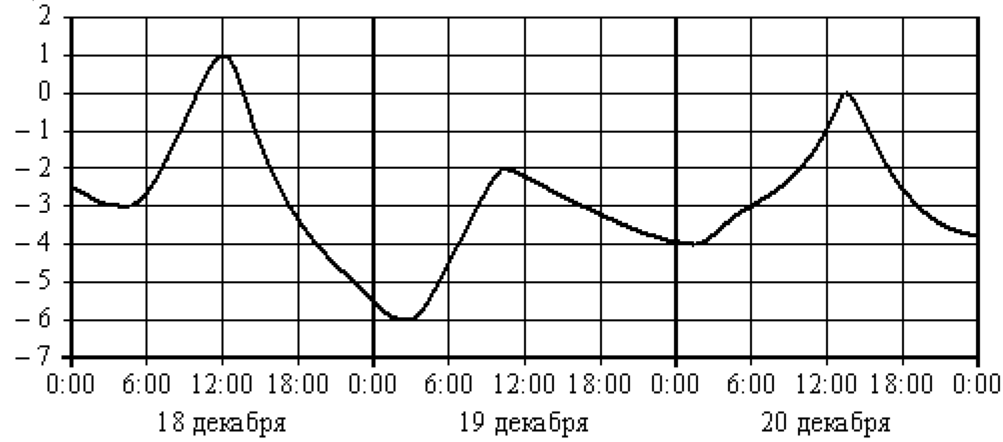
Вариант состоит из двух частей и содержит 19 заданий. Часть 1 состоит из 8 заданий базового уровня сложности. Часть 2 содержит 11 заданий повышенного и высокого уровней сложности, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Задания 1–12 с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 13–19 с развёрнутым ответом. Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Правильное решение каждого из заданий 13, 14 и 15 оценивается 2 баллами; 16 и 17 – 3 баллами; 18 и 19 – 4 баллами. Максимальный первичный балл за выполнение всей работы – 32 балла.

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Полученный ответ запишите в бланк ответов №1. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 37 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 1, а один из углов равен $150°$.

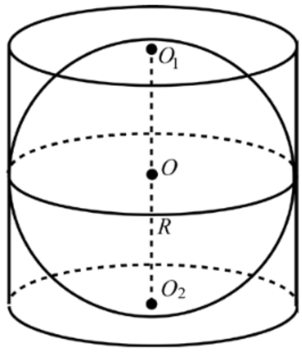
4. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

5. Найдите корень уравнения $(x+7)^3 = 216$.

6. Основания равнобедренной трапеции равны 24 и 10. Радиус описанной окружности равен 13. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.

7. Прямая $y = 3x + 4$ является касательной к графику функции $y = 3x^2 - 3x + c$. Найдите c.

8. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 81. Найдите площадь поверхности шара.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $27\text{tg}33° \cdot \text{tg}\,57° - 48$.

10. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20 % от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \dfrac{\varepsilon}{r}$?

11. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

12. Найдите точку максимума функции $y = 2 - \sqrt{x^2 + 6x + 12}$.

Задания 13–19 – задания с развёрнутым ответом. Для записи решений и ответов на задания* 13–19 *используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания* (13, 14 *и т. д.*)*, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_2(-\sin x) + \log_2 \cos x = -2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$.

14. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}, SB = \sqrt{85}, SD = \sqrt{57}$.

а) Докажите, что SA – высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD.

15. Решите неравенство $\dfrac{3^{x^2+x} - 4\sqrt{3}^{x^2+x} + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{x+4}} \le 0$.

16. Окружность с центром O, вписанная в треугольник ABC, касается его сторон BC, AB и AC в точках K, L и M соответственно. Прямая KM вторично пересекает в точке P окружность радиуса AM с центром A.

а) Докажите, что прямая AP параллельна прямой BC.

б) Пусть $\angle ABC = 90°$, $AM = 6, CM = 4$, Q – точка пересечения прямых KM и AB, а T – такая точка на отрезке PQ, что $\angle OAT = 45°$. Найдите QT.

17. В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$1 - \sin x \cdot (a \cos x - 8 \sin x) = 0$$

не имеет действительных решений.

19. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?

б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?

в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?

Ответы к задачам

№ задания	1	2	3	4	5	6
ответ	11 285	4	0,5	0,4	-1	17

№ задания	7	8	9	10	11	12
ответ	7	54	-21	4	50	-3

13. а) $x = -\frac{\pi}{12} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z},\ x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$;

б) $x_1 = \frac{23\pi}{12}$, $x_2 = \frac{19\pi}{12}$.

14. б) $\arccos\frac{14}{55}$.

15. $\{0\} \cup [1;\ \infty)$.

16. б) $\frac{24\sqrt{5}}{5}$.

17. 13 млн рублей.

18. $a \in (-6; 6)$.

19. а) да, б) нет; в) 7.