Формулы сокращенного умножения

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ – квадрат суммы
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ – квадрат разности
3. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ – разность квадратов
4. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ – разность кубов
5. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ – сумма кубов
6. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ – куб суммы
7. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ – куб разности

Квадратным корнем из неотрицательного числа ***a*** называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен ***a.***

Это число обозначают символом $\sqrt{a}$.
Число ***a*** *называют подкоренным числом.*

Если ***a*** – *неотрицательное число, то*

$$1)\ \sqrt{a} \geq 0; \qquad 2)\ (\sqrt{a})^2 = a .$$

Свойства квадратного корня

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0, \\ b^2 = a \end{cases}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \qquad (a \geq 0; b \geq 0),$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \qquad (a \geq 0; b > 0),$$

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n, \qquad (a \geq 0),$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Корни n-й степени

Корнем -й степени из числа a называется такое число b, n-я степень которого равна a:

$$\sqrt[n]{a} = b: \;\; b^n = a.$$

Свойства корня n-й степени
(для $n \in N$, $k \in N$, $n > 1$, $k > 1$)

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$

2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$

4. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

5. $\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}$

6. $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n - \text{четное} \\ a, & n - \text{нечетное} \end{cases}$

7. $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$, n − нечетное

8. $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$

Свойства степеней

1. $a^0 = 1$, при $a \neq 0$
2. $a^1 = a$
3. $(-a)^n = a^n$, если n – четное
4. $(-a)^n = -a^n$, если n – нечетное
5. $(ab)^n = a^n b^n$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
9. $a^n a^m = a^{n+m}$
10. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
11. $(a^n)^m = a^{n*m}$

Логарифмы

<u>Логарифмом</u> положительного числа b по основанию a (a>0, a≠0) называется **показатель степени c**, в которую нужно возвести a, чтобы получить b, то есть

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$\log_a 1 = 0$ $\qquad$ $\log_a a = 1$ $\qquad$ $\log_a a^m = m$

$\log_a \frac{1}{a} = -1$ $\qquad$ $\log_{a^m} a = \frac{1}{m}$ $\qquad$ $\log_{a^m} a^n = \frac{n}{m}$

Основные соотношения:

Логарифм произведения: $\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$

Логарифм частного: $\log_c \left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$

Логарифм степени: $\log_c a^k = k \log_c a$

Переход к новому основанию: $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

$$\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$$

Основные формулы тригонометрии

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \qquad \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

Значения основных тригонометрических функций

Угол / Функция	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	—	0	—

Формулы приведения

Функция	**Аргументы**			
	$\varphi = \frac{\pi}{2} \pm \alpha$	$\varphi = \pi \pm \alpha$	$\varphi = \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$	$\varphi = 2\pi - \alpha$
$\sin\varphi$	$\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos\varphi$	$\mp\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\pm\sin\alpha$	$\cos\alpha$
$\operatorname{tg}\varphi$	$\mp\operatorname{ctg}\alpha$	$\pm\operatorname{tg}\alpha$	$\mp\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg}\varphi$	$\mp\operatorname{tg}\alpha$	$\pm\operatorname{ctg}\alpha$	$\mp\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$

Четность, нечетность

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$$

$$ctg(-\alpha) = -ctg\,\alpha$$

Формулы двойного угла

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$tg\,2\alpha = \frac{(2tg\,\alpha)}{(1 - tg^2\,\alpha)}$$

$$ctg\,2\alpha = \frac{(ctg^2\,\alpha - 1)}{(2ctg\,\alpha)}$$